This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

1837
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

UNIVERSITY OF MICHIGAN

Astron.
Obs.
QB
43
.P314

à M. [illegible]
Témoignage d'amitié.
G. de Pontécoulant

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE

DE

PHYSIQUE CÉLESTE,

OU

PRÉCIS D'ASTRONOMIE.

3

PARIS. — IMPRIMERIE DE FAIN ET THUNOT,
rue Racine, 28, près de l'Odéon.

17471

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE

DE

PHYSIQUE CÉLESTE,

OU

PRÉCIS D'ASTRONOMIE

THÉORIQUE ET PRATIQUE,

SERVANT D'INTRODUCTION A L'ÉTUDE DE CETTE SCIENCE,

PAR

G. DE PONTÉCOULANT,

MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE LONDRES, DES ACADÉMIES DES SCIENCES DE BERLIN, DE PALERME, ETC.

UNIVERSITY OF MICHIGAN

OUVRAGE

destiné aux personnes peu versées dans l'étude des sciences mathémathiques et qui désirent acquérir, sans leur secours, des notions exactes sur la constitution de l'univers.

. . . . . Superas evadere ad auras
Hoc opus, hic labor est! . . . . . .
(ÉNÉIDE, lib. VI.)

PARIS.

CARILIAN-GOEURY ET Vᵉ DALMONT,

LIBRAIRES DES CORPS ROYAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

QUAI DES AUGUSTINS, 39 ET 41.

1840.

TABLE DES CHAPITRES.

PREMIERE PARTIE.

MOUVEMENTS ET FIGURES DES CORPS CÉLESTES DÉDUITS DE L'OBSERVATION.

Pages.

CHAPITRE PREMIER. Aspect général du ciel. 1

CHAP. II. Instruments d'astronomie. 30

CHAP. III. Des Étoiles et de leurs mouvements apparents. 64

CHAP. IV. Du Soleil. — *De sa marche apparente, de sa constitution physique*. 98

CHAP. V. De la Lune. — *De ses phases, de ses éclipses, de ses mouvements, de sa constitution*. 152

CHAP. VI. De la Terre. — *De ses mouvements de rotation sur son centre, et de translation autour du soleil*. 202

CHAP. VII. Des planètes. — *Leurs mouvements généraux*. — *Théories particulières de chacune d'elles*. — *Satellites de Jupiter, Saturne et Uranus*. 247

CHAP. VIII. Lois générales des mouvements planétaires. 321

CHAP. IX. Des Comètes. — *Leurs caractères distinctifs*. — *Apparences physiques*. — *Comètes périodiques* de 1789, 1819 et 1826. 357

CHAP. X. Des latitudes et des longitudes terrestres. 389

CHAP. XI. Réfractions astronomiques. — *Tables pour les calculer*. — *Phénomènes qui en résultent*. 410

CHAP. XII. Du temps, de sa mesure et du calendrier. 429

DEUXIÈME PARTIE.

MOUVEMENTS ET FIGURES DES CORPS CÉLESTES, DÉDUITS DE LA THÉORIE DE LA GRAVITATION.

CHAPITRE PREMIER. Des lois générales de l'équilibre et du mouvement. 478

Pages.

CHAP. II. Des forces qui produisent les mouvements célestes ou loi de la Gravitation universelle. 507

CHAP. III. Du mouvement elliptique des planètes, *de leurs masses, et de la pesanteur à leur surface*. 525

CHAP. IV. Inégalités planétaires.—*Inégalités périodiques.* — *Inégalités séculières.* — *Stabilité du système solaire.* — *Grande inégalité de Jupiter et de Saturne.* 535

CHAP. V. Inégalités du mouvement de la Lune. — *Variation.* — *Evection.* — *Équation annuelle.* — *Équation séculaire de son mouvement moyen.* 553

CHAP. VI. Inégalités des satellites. 575

CHAP. VII. Perturbations du mouvement elliptique des Comètes. — *Prédiction de leurs retours futurs.* — *Applications aux comètes périodiques* de 1759, de 1819 et 1826. 582

CHAP. VIII. Figures des corps célestes et variations de la pesanteur à leur surface. 593

CHAP. IX. Figure de la terre. — *Détermination de son aplatissement: 1° par la mesure des degrés du méridien; 2° par les variations de la longueur du pendule.* — *Constitution physique du globe.* 609

CHAP. X. Précession des Équinoxes et nutation de l'axe de la Terre. 639

CHAP. XI. Libration de la Lune. 653

CHAP. XII. Des marées. — *Des causes qui les produisent, des moyens de les calculer.* 659

CHAP. XIII. Des mouvements propres des étoiles. 679

CHAP. XIV et dernier. Conjectures sur la formation du soleil et des planètes. — *Hypothèse de Buffon.* — *Travaux d'Herschel sur les nébuleuses.* — *Hypothèse de Laplace.* — *Conclusion.* . . 682

NOTES.

PREMIÈRE. Formule pour convertir les ascensions droites et les déclinaisons en longitudes et latitudes et réciproquement. 703

2° Sur les parallaxes. 704

3° Sur la détermination de la plus grande équation du centre du soleil par les observations. 711

Pages.

4° Formules du mouvement elliptique. 712
5° Sur la détermination des éléments elliptiques de l'orbite d'une planète par les observations. 716
6° Sur la loi de la Gravitation. 719
7° Sur les valeurs des masses des Planètes. 723
8° Expression de la force perturbatrice du soleil dans le mouvement de la lune. 724
9° Sur la figure de la Terre. 727
10° Des variations de la pesanteur et de la longueur du Pendule à la surface de la terre. 733
Table analytique des matières contenues dans l'ouvrage. 735

FIN DE LA TABLE.

ERRATA.

Page 50, ligne 13, au lieu de au point F, *lisez* au point g.
68, ligne 11, au lieu de 48° 50 14‴, *lisez* 48° 50′ 14″.
94, ligne dernière, au lieu de TC, *lisez* H′C.
109, ligne 16, au lieu de AB, *lisez* AD.
125, ligne 7, au lieu de le solstice, *lisez* l'équinoxe.
Idem, au lieu de S, *lisez* S′.
Idem, ligne 8, au lieu de S′, *lisez* S.
139, ligne 10, au lieu de 46″, *lisez* 48″.
140, ligne 11, au lieu de la variation, *lisez* la variation annuelle.
157, ligne 21, au lieu de le périgée, *lisez* l'apogée.
Idem, ligne 22, au lieu de l'apogée, *lisez* le périgée.
161, ligne 19, au lieu de le tour du Ciel, *lisez* une révolution tropique.
172, ligne 12, au lieu de 1° 16′ 39″, *lisez* 1° 16′ 29″.
177, ligne 3, au lieu de 26, *lisez* 26me.
182, ligne 12, au lieu de lune, *lisez* terre.
234, ligne 10, au lieu de 1762, *lisez* 1672.
260, ligne 11, au lieu de l'*Orient à l'Occident*, *lisez* de l'*Occident à l'Orient*.
261, ligne 14, au lieu de OP′, *lisez* de O en P′. Ligne 18, au lieu de B′, *lisez* B. —
284, ligne dernière, au lieu de opposition, *lisez* conjonction.

Page 286, ligne 2, au lieu de 686° 98′, *lisez* 686j 98.
312, ligne 22, au lieu de plus large, *lisez* moins large.
317, ligne 7, au lieu de de nous que, *lisez* que nous de.
323, ligne 2 en remontant, au lieu de *au ciel*, lisez *du ciel*.
324, ligne 5, au lieu de plus rapide, *lisez* moins rapide.
330, ligne 3 en remontant, au lieu de carrés, *lisez* cubes. Ligne dernière, au lieu de cubes, *lisez* carrés.
331, ligne 17, au lieu de le vecteur, *lisez* le rayon vecteur.
Idem, ligne 18, au lieu de à le l'orbite, *lisez* à l'orbite.
332, ligne 3, au lieu de *absides*, lisez *apsides*.
334, ligne 5 en remontant, au lieu de *conjonction*, lisez *opposition*.
337, ligne 5 en remontant, au lieu de observations, *lisez* opérations.
352, ligne 9 en remontant, au lieu de encore, *lisez* encore de.
380, ligne 7 en remontant, au lieu de axes, *lisez* astres.
385, ligne 6, au lieu de puisqu'on les aperçoit, *lisez* puisqu'on aperçoit.
393, lignes 2, en remontant, au lieu de sectant, *lisez* sextant.
413, ligne 12, au lieu de HR, *lisez* HH′. Ligne 16, au lieu de R, *lisez* S.
416, ligne 14, au lieu de HO, *lisez* HA.—
425, ligne 15, au lieu de chap. XI, *lisez* chap. X; 2me partie.
439, ligne 6, au lieu de GHC, *lisez* ABH.
462, ligne 4 en remontant, au lieu de prescrites, *lisez* prescrite.
500, ligne 7, au lieu de fig. 88, *lisez* fig. 89.
554, ligne 5 en remontant, après le nom de *ajoutez problème*.
556, ligne première, au lieu de Lc, *lisez* LC. Ligne 3, au lieu de *abLc*, *lisez* ABLC.
564, ligne 9 en remontant, au lieu de LNE, *lisez* LN′E.
566, ligne 5, au lieu de chap. XI, *lisez* chap. X.
570, ligne 3, au lieu de absides, *lisez* apsides.
613, ligne 18 en remontant, au lieu de VE, *lisez* VB. —

INTRODUCTION.

Nous possédons déjà un grand nombre de Traités d'Astronomie, et c'est un devoir pour l'auteur qui écrit un livre nouveau sur un sujet déjà souvent exploré, de rendre compte au public des raisons qui l'y ont déterminé.

« Il y a des gens, dit Pascal, qui voudraient qu'un auteur ne parlât jamais des choses dont les autres ont parlé; autrement on l'accuse de ne rien dire de nouveau; mais si les matières qu'il traite ne sont pas nouvelles, *la disposition en est nouvelle*. J'aimerais autant qu'on l'accusât de se servir de mots anciens; comme si les mêmes pensées ne formaient pas un autre corps de discours par une disposition différente, aussi bien que les mêmes mots forment d'autres pensées par les différentes dispositions. »

Ces réflexions ne semblent-elles pas s'appliquer, plus qu'à tout autre, au sujet de cet ouvrage; celui qui a depuis l'origine du monde le plus occupé l'attention des hommes, et celui sur lequel, peut-être, on a le plus écrit? Sans doute il serait impossible, aujourd'hui, de ne dire que des choses nouvelles dans un livre élémentaire sur l'Astronomie; mais, sans toucher au fond, on peut changer la forme et essayer de présenter les grandes vérités dont la science se compose dans un ordre nouveau, qui rende leur étude plus attrayante et leur enchaînement plus facile à saisir. En effet dans les divers traités composés sur le même sujet, l'ordonnancé des parties et la marche de l'ouvrage ont dû varier selon le but que leurs auteurs avaient eu en vue. C'est ainsi que dans l'*Exposition du système du monde*, qu'on peut regarder comme le plus magnifique traité d'Astronomie qui ait été écrit dans aucune langue, l'auteur s'étant proposé de nous montrer par quels degrés successifs l'esprit humain s'est élevé de la première contemplation des cieux, jusqu'à la connaissance sublime des plus secrets phénomènes

qu'ils recèlent, il a dû partager son livre en trois parties distinctes. Dans la première il décrit les phénomènes tels qu'ils se présentent à l'observateur; dans la seconde, il les peint tels qu'ils sont réellement; et, dans la troisième, enfin, il expose les différents systèmes que l'homme a imaginés pour les lier entre eux, et pour parvenir jusqu'aux lois générales qui les produisent. Sans doute, cette marche est parfaitement conforme à l'esprit de l'ouvrage, et pour l'homme qui a déjà des notions étendues sur la matière, elle promet un tableau d'une magnifique ordonnance, mais peut-être, nous osons le dire, n'est-elle pas la plus favorable à l'enseignement de la science, et celui qui voudrait commencer par ce livre l'étude de la physique céleste éprouverait dans sa lecture des difficultés invincibles. En effet outre que l'obligation où l'auteur se trouve de revenir trois fois de suite sur les mêmes faits, l'entraîne dans des repétitions qui peuvent fatiguer l'attention, il y a certains phénomènes astronomiques, tels que la marche des planètes, leurs stations, leurs rétrogradations, qu'il est difficile, je dirai presqu'impossible de bien saisir, si l'on ne sait démêler d'avance les véritables lois de ces phénomènes des apparences qu'ils nous présentent. Ajoutons encore que comme nos premières impressions sont toujours les plus durables, si l'on ne s'habitue dès le début dans la carrière astronomique à dégager les phénomènes des illusions qui les compliquent, il est difficile d'y réussir dans la suite lorsque les préjugés qui naissent du témoignage de nos sens, ne se sont pas dissipés aux premières clartés de la science. Dans d'autres traités d'Astronomie on voit l'auteur placer de suite son lecteur au point de vue véritable dont nous observons les phénomènes célestes, et lui montrer la terre et les planètes en mouvement autour du soleil immobile; mais outre que c'est supposer à l'avance l'existence d'un fait qu'on peut regarder comme l'un des principaux résultats de nos connaissances astronomiques, peut-être complique-t-on ainsi par d'inutiles difficultés les premières notions de la science dont il faut toujours tendre à aplanir les abords. Et comme les phénomènes concernant les étoiles, le soleil et la lune sont absolument les mêmes, soit qu'on admette le mouvement de la terre, soit qu'on la regarde comme fixe au centre du monde, il me semble que le mieux serait de les étudier d'abord dans l'hypothèse qui paraît la plus conforme à nos premières impressions, en faisant pressentir comment dans l'hypothèse opposée les mêmes phénomènes

se prêteraient également à une explication satisfaisante; ensuite lorsque la masse des faits se serait assez accumulée pour mettre le lecteur en état de décider lui-même la question, on les grouperait autour de lui de manière à l'amener à choisir entre les deux hypothèses celle qui s'applique le plus simplement à la généralité des phénomènes, et avant de passer à l'étude des planètes, il replacerait de lui-même chaque astre dans son véritable lieu et rendrait à la terre la position qui lui a été assignée dans la création de l'univers.

Une difficulté d'un autre genre que semble présenter l'exposition des théories astronomiques, c'est l'obligation où l'on est, pour distinguer le lieu vrai du lieu apparent des astres, de tenir compte dans les observations de certaines corrections qui supposent des connaissances qu'on ne peut acquérir que par l'étude des points les plus délicats de la science. Il en résulte que lorsqu'on veut expliquer dès l'abord aux commençants comment ont été obtenus les résultats qu'on leur présente, on s'enferme dans une espèce de cercle vicieux dont on ne peut plus sortir; il m'a semblé qu'il serait bon d'éviter tout à fait cette difficulté dans un livre élémentaire en substituant d'abord les résultats des observations réduites à ceux des observations réelles, et nous avons remis à exposer les principes de ces réductions au temps où se développent successivement les phénomènes qui les rendent nécessaires.

L'astronomie théorique et l'astronomie pratique se prêtent un mutuel appui. Ces deux branches de la *physique céleste* sont tellement liées entre elles qu'il est aujourd'hui absolument impossible de les étudier séparément. C'est à la première que l'astronome pratique emprunte les formules dont il a besoin pour construire ses tables, et souvent elle lui a dévoilé des phénomènes dont des siècles d'observations n'auraient pas suffi pour lui découvrir les lois. D'un autre côté l'astronomie théorique n'est pas moins redevable à l'astronomie pratique; celle-ci lui fournit les données qu'elle fait entrer ensuite dans tous ses calculs, et par l'éclat de ses découvertes elle marche au moins l'égale de son émule. Ainsi l'aplatissement de la terre, les variations de la pesanteur à sa surface, la transmission progressive de la lumière qu'on avait regardée longtemps comme instantanée, l'aberration des étoiles, la nutation de l'axe terrestre, etc., sont autant de phénomènes qui sont dus à la précision des observations modernes et qui avaient échappé aux prévisions de la théorie, quoiqu'ils eussent pu aisément s'en déduire. Il serait donc tout à

fait impossible aujourd'hui de se faire une idée complète de l'état de perfection où la science est arrivée, si l'on n'embrassait pas d'un même coup d'œil les différentes parties qui la composent. Cependant il m'a semblé que dans les traités d'astronomie proprement dits, un plus grand espace était généralement accordé à l'exposition des méthodes d'observation qu'à la partie purement théorique de la science. Celle-ci comme carrière ouverte aux explorations de l'esprit humain, est cependant la plus féconde des deux ; je sais bien que les procédés qu'elle emploie pour être bien compris, exigent des connaissances mathématiques qu'on ne peut pas toujours supposer aux lecteurs d'un ouvrage élémentaire, mais pourtant je crois que sans le secours d'aucun calcul et en les traduisant simplement pour ainsi dire en langue vulgaire, on pourrait indiquer avec assez de clarté l'esprit des méthodes et les résultats qu'on en a obtenus, pour satisfaire ceux qui ne veulent acquérir que des notions générales mais exactes sur l'état actuel de nos connaissances astronomiques, et pour donner aux autres le désir de chercher dans les traités spéciaux sur la matière des développements plus étendus et plus complets. Tel est le but que nous nous sommes proposé ici ; l'avons-nous atteint ? nous n'osons nous en flatter, car l'entreprise était difficile, nous avons du moins la conscience d'y avoir fait tous nos efforts.

L'ouvrage suivant est partagé en deux grandes divisions ; dans la première, après avoir pris une première connaissance des astres que nous voyons briller au firmament et après avoir passé pour ainsi dire une revue générale du ciel, nous étudions chacun de ces astres en particulier, en commençant par les étoiles, le soleil et la lune. Nous montrons comment les différents phénomènes que ces astres nous présentent, peuvent également bien s'expliquer dans l'hypothèse de l'immobilité de la terre et en la supposant en mouvement autour du soleil. Après nous être ainsi familiarisés avec les premiers phénomènes célestes, nous examinons attentivement les deux hypothèses dans un chapitre spécialement consacré à la terre, et nous adoptons définitivement le système de sa mobilité comme celui qui se prête le plus aisément à toutes les explications. Nous nous trouvons avoir ainsi acquis toutes les connaissances nécessaires à l'intelligence des mouvements des planètes et de leurs apparentes irrégularités, qui ont tant embarrassé les astronomes de l'antiquité. Nous exposons les ingénieuses hypothèses par lesquelles ils étaient par-

venus à les expliquer, et embrassant ensuite d'un seul coup d'œil l'ensemble des astres que nous venons d'étudier séparément, nous en concluons les lois générales qui les régissent et les relations communes qui les lient entre eux. Nous passons de là à l'étude des comètes et après avoir exposé les caractères particuliers qui les distinguent des planètes, nous nous occupons des moyens qu'on a employés pour les reconnaître lorsqu'elles reparaissent dans le ciel, et nous nous étendons surtout sur les circonstances particulières aux trois comètes dont le retour périodique est maintenant constaté. Cette première partie se termine par quelques notions sur les moyens employés par les astronomes pour mesurer le temps, et sur la construction du calendrier.

La seconde partie est entièrement consacrée à l'astronomie théorique, c'est-à-dire à l'étude des corps célestes, en admettant comme principe de leurs mouvements et de leur figure, la grande loi qui fait graviter toutes les molécules de la matière les unes vers les autres. Pour faciliter l'étude de cette seconde partie, nous rappelons par des démonstrations très-simples les principales lois de l'équilibre et du mouvement, et en en faisant l'application aux planètes nous en voyons découler les lois de leur mouvement elliptique, et de leurs inégalités. Passant de là à la figure des corps célestes, nous montrons comment elle dérive des lois de la gravitation en supposant que tous ces corps étaient originairement fluides, hypothèse nécessaire pour qu'ils aient pu prendre aisément toutes les formes imaginables sous l'action des forces qui les sollicitaient. Nous consacrons, attendu son importance pour l'astronomie et la géographie, un chapitre spécial à la mesure de la terre, et nous montrons l'accord de la théorie avec les résultats des observations qu'on a faites pour la déterminer. Après avoir parlé de la figure des corps célestes, nous sommes naturellement conduits à nous occuper de leurs mouvements autour de leurs centres de gravité respectifs et des oscillations de leurs axes de rotation qui en dépendent, et nous comparons les lois de la précession, de la nutation de l'axe terrestre et de la libration de la lune, qui résultent de la théorie, à celles que nous avions déduites de l'observation. Nous consacrons un chapitre spécial à la théorie des marées, phénomène si intéressant à connaître pour ses usages pratiques, et parce que c'est celui qui se trouve pour ainsi dire le plus à notre portée pour comparer chaque jour la théorie de l'attraction aux observations. Les oscillations des eaux de la mer

nous conduisent à examiner celles de l'atmosphère mesurées par les oscillations du baromètre; les observations relatives à ce phénomène ont été jusqu'ici trop négligées, elles méritent cependant d'occuper une place dans tous les observatoires du globe parce qu'une série de bonnes observations faites à diverses latitudes permettrait peut-être de résoudre sur ce point des questions délicates qui restent encore indécises. En rapprochant tous les résultats que nous venons de déduire de la théorie, de ceux que nous avions obtenus par la seule observation, nous montrons qu'il règne entre eux un parfait accord; dès lors la loi de la gravitation ne peut plus être considérée comme une simple hypothèse imaginée pour expliquer quelques faits isolés, elle embrasse à la fois tous les phénomènes célestes, elle les lie entre eux de manière qu'ils ne peuvent exister séparément et que chacun d'eux n'est plus qu'une conséquence nécessaire du phénomène qui le précède. L'astronomie pratique et l'astronomie théorique ainsi rapprochées, forment le corps de science le plus complet et le plus sublime que l'esprit humain ait jamais conçu. L'ouvrage est terminé par l'examen des divers systèmes que l'homme a imaginés pour s'élever jusqu'à la pensée du Créateur en recherchant par quelles transitions progressives le monde que nous habitons et où nous n'avons été appelés que lorsqu'il était déjà parvenu à un haut degré de maturité, est arrivé à l'état de stabilité où nous le voyons aujourd'hui. Quelques notes, dont toutefois nous avons été très-sobres, contiennent des développements sur plusieurs questions intéressantes que nous n'avons pu qu'indiquer dans le texte où nous n'avons voulu admettre aucune formule algébrique.

Tel est le plan de l'ouvrage que nous présentons au public; le vaste sujet qu'il embrasse pour être traité complétement demanderait plusieurs volumes, mais nous n'avons voulu ici que grouper les faits dans l'ordre qui doit les rendre plus faciles à saisir, en les accompagnant seulement des explications indispensables pour en faire apprécier la valeur et les conséquences. En résumé, on verra par la lecture de l'ouvrage, que le but que nous nous sommes proposé est de mettre à la portée d'une classe plus nombreuse de lecteurs l'exposition des grandes découvertes faites depuis deux siècles dans les sciences astronomiques, et qui, par les difficultés dont leur étude était environnée, semblaient réservées à un petit nombre d'esprits supérieurs. En un mot nous avons voulu essayer pour les besoins de l'intelligence ce que d'habiles industriels réalisent chaque jour pour

les besoins de la vie commune, lorsqu'ils font descendre dans les classes inférieures les jouissances du luxe qui par leur haut prix étaient demeurées jusque-là le privilége exclusif des classes les plus opulentes de la société.

Nous aurions désiré compléter ce tableau en le faisant précéder d'un aperçu historique sur les progrès de l'esprit humain dans les sciences astronomiques, depuis leur origine jusqu'à nos jours; le temps et l'espace nous ont manqué pour remplir cette partie du plan que nous nous étions tracé : nous tâcherons du moins d'y suppléer ici, autant que possible, par une énumération rapide des acquisitions les plus importantes que ces sciences ont faites et des découvertes dont elles se sont enrichies dans l'intervalle qui s'est écoulé depuis le commencement de ce siècle. Nous citerons les noms et les travaux des hommes qui s'y sont le plus distingués, et par cet exposé succinct de l'état actuel de l'astronomie on pourra juger de ce qui lui reste encore à faire pour arriver à toute la perfection qu'il est donné d'atteindre aux conceptions humaines.

Le système solaire à la fin du siècle dernier se composait de sept planètes principales avec leurs satellites, savoir : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, et d'une comète dite la *comète de Halley*, la seule dont les retours périodiques fussent clairement constatés et qu'on pût regarder par conséquent comme appartenant à ce système. Les premières années du siècle actuel furent signalées par la découverte de quatre nouvelles planètes, Cérès, Pallas, Junon et Vesta; cette découverte parut d'autant plus remarquable que ces astres remplissaient une lacune laissée entre Mars et Jupiter dans l'ordre des distances des planètes au soleil, et que leur existence avait été présentie par Kepler, d'après une loi empirique des intervalles qui séparent entre eux les corps planétaires, avant qu'elle n'eût été constatée par l'observation. La presqu'égalité des distances de ces planètes au soleil, la coïncidence très-approchée de leurs nœuds en un même point du ciel, enfin la petitesse des inclinaisons mutuelles de leurs orbites ont fait douter si ce ne serait pas les fragments d'un même astre brisé par quelque commotion intérieure. En effet, dans ce cas, les orbites de ces divers fragments devraient toutes se couper en deux points opposés de la voûte céleste, et il deviendrait facile de les reconnaître à leur passage par ces points en visitant chaque mois ces deux régions du ciel. C'est d'après cette idée heureuse, due à M. Olbers, que les deux

dernières planètes furent trouvées après qu'un heureux hasard eut fait découvrir les deux premières. Les éléments elliptiques de ces quatre astres ont été déterminés avec soin dès leur apparition, et ensuite successivement perfectionnés à chacune de leurs révolutions subséquentes, la grandeur des excentricités de leurs orbites et de leur inclinaison à l'écliptique, ne permettent pas d'appliquer au calcul de leurs perturbations les formules employées ordinairement pour les autres planètes, et l'obligation où l'on serait alors de porter l'approximation beaucoup plus loin relativement à ces deux éléments, a fait rechercher des méthodes particulières à ce cas nouveau dans le système du monde. L'analyse mathématique n'a point encore surmonté cette difficulté, et en attendant on emploie généralement pour le calcul des perturbations des petites planètes, les méthodes imaginées pour les comètes qui se trouvent dans les mêmes conditions.

Les astronomes allemands qui se sont spécialement occupés de l'étude de ces astres, ont tiré de la comparaison des résultats de la théorie aux observations, des conséquences extrêmement utiles à l'astronomie. M. Nicolaï, par le calcul des perturbations de la planète Junon, M. Encke par celui des perturbations de Vesta, et enfin M. Gauss, par le calcul des inégalités de Pallas, arrivèrent à ce résultat remarquable que la valeur de la masse de Jupiter qu'on avait jusque-là adoptée généralement dans tous les calculs astronomiques, devait être augmentée dans le rapport de 1 à 1,019 à peu près. Cette découverte était importante parce que Jupiter étant le plus considérable de tous les corps planétaires, tout changement dans sa masse peut exercer une influence très-sensible sur la détermination des inégalités que son action produit sur les autres parties du système; il devenait donc très-intéressant de reprendre les observations et les calculs sur lesquels les premières valeurs de cette masse avaient été établies. Ces valeurs étaient d'abord celle donnée par Newton, d'après l'observation des élongations du quatrième satellite de Jupiter, faite par Pound, et plus récemment celle que M. Bouvard avait déduite du calcul des perturbations de Saturne par Jupiter et qui ne différait que très-peu de la précédente. M. Airy se chargea du soin de reprendre les observations du quatrième satellite, le perfectionnement des instruments et des méthodes d'observation, l'habilité connue du savant directeur de l'observatoire de Cambridge, tout faisait espérer que

cette opération amènerait des résultats plus exacts que ceux qu'on avait pu se procurer au temps de Newton ; en effet la masse de Jupiter déduite des observations de M. Airy, s'est trouvée ne présenter que de légères différences avec celle qu'avaient déduite les astronomes allemands du calcul des perturbations des petites planètes ; et la correction qu'ils avaient indiquée dans l'ancienne valeur de cette masse a été, après cette double épreuve, regardée comme ne pouvant plus faire l'objet d'aucun doute. M. Bouvard a de son côté repris le calcul entier des équations de condition de ses tables, sur lesquelles avait été établie la masse de Jupiter, substituée par lui à celle de Newton, et il eût été à désirer que cette nouvelle épreuve vînt confirmer encore l'heureux résultat de la première ; mais M. Bouvard n'a point achevé jusqu'ici ses pénibles calculs, qui du reste deviennent à peu près inutiles par toutes les circonstances qui se réunissent aujourd'hui pour nous prouver que nous sommes arrivés à une évaluation très-rapprochée de l'exactitude de la masse de celle des planètes qu'il nous importait le plus de connaître.

Les deux comètes dont le système solaire s'est augmenté depuis le commencement de ce siècle, sont : 1° celle à qui l'on a donné le nom de comète de Encke, parce que cet astronome, qui le premier reconnut en 1819 sa périodicité, en a fait depuis l'objet d'une étude toute particulière ; 2° la comète qui fut découverte en 1826, à peu près au même instant, par M. Biela, à Prague, et par Gambart, à Marseille. Le premier de ces deux astres a une révolution très-rapide ; la période qui le ramène à la même position sur son orbite est de 3,3 ans ou de 1,205 jours à peu près : cette période varie en plus ou en moins selon les perturbations que la comète subit dans l'intervalle. On a donc pu observer déjà plusieurs de ses passages à son périhélie depuis que sa périodicité a été constatée, et il en est résulté des éclaircissements précieux sur une question qu'il était très-important d'examiner. En effet la discussion des observations antérieures à 1819 avait fait penser que, pour concilier la théorie avec les observations, il fallait admettre la supposition d'un fluide éthéré dont l'action, en diminuant successivement le grand axe de l'orbite, devait finir par amener la comète, après un certain nombre de révolutions, à se précipiter dans le soleil. Si cette force de résistance existait en effet dans la nature, sans doute elle serait plus sensible sur les comètes que sur les planètes, à cause du peu de densité de leurs éléments, mais elle n'en menacerait pas moins la

permanence de toutes les parties du système, et la terre elle-même courrait les chances d'un anéantissement complet à une époque plus ou moins éloignée. Heureusement les observations des derniers passages en 1835 et 1838 semblent avoir ôté beaucoup de force à l'opinion d'un milieu éthéré, qui avait excité une vive émotion parmi les astronomes et les géomètres ; les lieux calculés se sont de plus en plus rapprochés des lieux observés à mesure que les éléments de l'orbite ont été mieux connus, et il n'est nullement prouvé que la supposition de la résistance de l'éther ajoute à leur exactitude ; on peut donc supposer pour cette comète comme pour les autres corps du système solaire, que ses mouvements s'exécutent si ce n'est dans un vide parfait, du moins dans un fluide dont l'action devient par sa rareté absolument insensible, conclusion qui doit contribuer non-seulement à notre tranquillité individuelle, mais aussi à celle des géomètres qui auraient vu se compliquer encore, par cette nouvelle cause de perturbations introduite dans les mouvements célestes, leurs difficiles calculs.

La périodicité de la comète de 1826 fut reconnue à la fois, à ce qu'il paraît, par Gambart, qui l'avait aperçue le 9 mars à Marseille, et par M. Clausen, qui l'observa le 10 du même mois à Altona. Tous les deux remarquèrent que les éléments paraboliques conclus des premières observations de cet astre, avaient une ressemblance évidente avec ceux de deux comètes observées en 1805 et 1772. D'après cette indication ils tentèrent de calculer le mouvement de ces trois comètes, en leur appliquant une orbite elliptique, et après quelques essais ils trouvèrent chacun de leur côté une ellipse qui en représentait assez exactement les observations pour ne plus laisser aucun doute sur leur identité. La période de cette comète est de 6,7 ans ou de 2460 jours environ. M. Damoiseau qui a calculé ses perturbations dans l'intervalle de 1806 à 1826 et pendant la période suivante, avait annoncé son retour au périhélie en novembre 1832 et cette prédication s'est en effet réalisée.

La comète de Halley, la seule dont le retour périodique fût connu avant 1800, et qui avait tant préoccupé les astronomes du dernier siècle lors de son apparition en 1759, devait revenir de nouveau à son périhélie en 1835 ; la fixation de l'époque précise de son retour était une question intéressante non-seulement par elle-même, mais encore parce qu'elle fournissait le moyen de constater les progrès qu'avait faits dans cet intervalle l'application de l'analyse à l'un

des plus curieux problèmes du système du monde. Aussi plusieurs académies savantes s'empressèrent-elles de mettre ce sujet au concours, et de provoquer les recherches des géomètres sur un aussi important objet. M. Damoiseau remporta le prix qu'avait proposé l'académie de Turin en 1817 et fixa le retour de la comète à son périhélie au 4 novembre 1835. Quelques années après, l'Académie des Sciences de Paris ayant fait de la même question le sujet du grand prix de mathématiques qu'elle distribue chaque année, dans le mémoire que j'envoyai au concours, je parvins, après des calculs immenses, à fixer le retour de la comète, d'abord au 13 novembre 1835 en employant la masse de Jupiter donnée par M. Bouvard, et ensuite au 15 novembre suivant, en faisant entrer dans mes calculs la correction qui venait d'être introduite par M. Airy dans la valeur de cette masse. M. Rosenberg et d'autres astronomes étrangers s'occupèrent aussi avec beaucoup de zèle de recherches sur le même sujet, mais nous sommes, M. Damoiseau et moi, les seuls, je crois, qui ayons calculé complétement les perturbations de la comète pendant les intervalles de 1682 à 1759 et de 1759 à 1835, comme cela était indispensable pour fixer avec précision l'époque de son retour. On conçoit avec quelle impatience après tant de travaux nous devions attendre le retour d'un astre qui allait en démontrer ou en infirmer l'exactitude; enfin il se montra le 5 août 1835 aux astronomes de Rome qui durent aux avantages du climat qu'ils habitent, l'honneur de l'apercevoir les premiers; son apparition nous fut annoncée aussitôt par M. Dumouchel, directeur de l'observatoire de Rome, et bientôt les observations furent assez nombreuses pour nous permettre de calculer toutes les circonstances de son mouvement. Je fus appelé alors à l'une de ces jouissances les plus douces que puisse offrir la carrière des sciences à l'homme studieux qui s'y livre; l'astre irrégulier qui avait trompé de *trente-trois* jours à son dernier passage les prévisions de Clairaut, soumis cette fois par les efforts réunis de l'analyse et de l'astronomie, confirma pleinement la précision de mon calcul, et le passage au périhélie eut lieu le 15 novembre à 10^h 48' du soir, c'est-à-dire à quelques heures de distance seulement de l'époque que je lui avais assignée.

Les apparences singulières qu'a présentées la comète de Halley à sa dernière apparition ont été pour M. Bessel l'occasion d'un beau et important mémoire (1).

(1) *Voyez Connaissance des temps* 1840.

Un des points les plus importants à fixer pour les applications de l'analyse au système du monde, est celui qui concerne les masses des planètes. Nous avons déjà eu l'occasion de dire comment la masse de Jupiter avait été rectifiée par deux opérations absolument indépendantes l'une de l'autre. L'accord presque complet entre les calculs de la théorie et les résultats de l'observation relativement au passage au périhélie de la comète de Halley, peut être encore considéré comme une confirmation de l'exactitude de la nouvelle évaluation. La masse de Saturne demandait une vérification semblable et il était à désirer que les observations des élongations du sixième satellite faites par Pound, et sur lesquelles Newton avait établi la valeur qu'il attribuait à cette masse, fussent renouvelées de nos jours. M. Bessel s'est chargé de ce soin, et certes on ne pouvait confier à des mains plus habiles et plus exercées une opération si délicate ; les résultats obtenus par cet astronome doivent donc inspirer toute confiance. Selon les dernières évaluations de M. Bessel, la masse de Saturne serait de $\frac{1}{3501}$; d'après le calcul des perturbations de Jupiter, M. Bouvard la supposait de $\frac{1}{3512}$, c'est-à-dire un peu plus petite qu'elle ne l'est en effet, mais la différence de l'évaluation théorique à celle qui résulte de l'observation directe est peu importante et ne dépasse guère $\frac{1}{350}$ de la valeur totale de la masse de la planète.

Les masses de la Terre, Vénus et Mars, ont aussi été déterminées plus exactement dans ce siècle qu'elles ne l'avaient été précédemment, en sorte qu'il ne nous reste plus à connaître avec précision que la masse de Mercure, que l'on n'a jusqu'ici évaluée que d'une manière empirique et tout à fait indigne de l'état actuel de la science. La comète périodique de Encke ayant passé assez près de Mercure dans sa dernière révolution pour en éprouver une action sensible, le calcul de ses perturbations comparé aux observations peut fournir le moyen le plus sûr qui se soit encore présenté pour déterminer la masse de cette planète, et l'on a le droit d'espérer que M. Encke, à qui l'étude de cette comète est déjà si redevable, nous donnera bientôt les résultats de cette comparaison. Au reste il faut bien observer que comme la masse de Mercure est extrêmement petite, la correction de sa valeur n'apportera que des altérations insensibles dans les résultats des calculs astronomiques.

L'astronomie théorique et pratique réclamait encore la fixation exacte de plusieurs autres données essentielles pour la réduction

des observations et pour leur comparaison aux résultats de l'analyse. Ces quantités, que des travaux persévérants et des efforts soutenus nous ont déjà fait connaître avec une précision remarquable, doivent se perfectionner encore à mesure que les bonnes observations se multiplient. L'obliquité de l'écliptique, la précession des équinoxes, la longueur de l'année, ont été fixées par M. Bessel dans ses tables *Regiomontanæ*, qui renferment toutes les données indispensables à l'astronome pratique, avec plus d'exactitude qu'elles ne l'avaient été jusque-là. La constante de l'aberration dont la connaissance est essentielle pour déterminer le vrai lieu des étoiles, avait d'abord été fixée à 20" par Bradley à qui l'on doit la grande découverte de ce phénomène ; les recherches de Delambre, sur la vitesse de la lumière, le conduisirent à augmenter ce coefficient et à le porter à 20",253. Depuis cette époque les travaux de MM. Bessel, Lindenau, Brinckley, Struve, Richardson, semblent indiquer que cette constante a besoin d'être augmentée encore de $\frac{1}{4}$ de seconde environ, mais on n'est pas jusqu'ici parfaitement d'accord sur la valeur exacte de cette augmentation.

Le coefficient de la nutation ne nous est pas moins important à connaître pour déterminer la position des étoiles que la constante de l'aberration, et il nous fournit d'ailleurs la donnée la plus exacte que nous ayons pour déterminer la masse de la lune. Bradley avait fixé ce coefficient à 9", mais la théorie prouve que ce chiffre est trop petit, et quoique les astronomes diffèrent entre eux sur la grandeur de la correction, ils s'accordent tous pour confirmer ce résultat. La valeur la plus probable du coefficient de la nutation me semble être celle du docteur Brin kley, qui la porte à 9",25, nombre qui tient le milieu à peu près entre les évaluations des autres astronomes, et qui a l'avantage de donner pour la masse de la lune une valeur qui concorde avec celle qui résulte des autres phénomènes. La parallaxe du soleil d'où l'on conclut la distance de cet astre à la terre, était encore une quantité qu'il importait d'établir correctement, parce que c'est ordinairement à cette unité que l'on rapporte les mesures de toutes les distances célestes. Cette valeur avait été conclue dans le dernier siècle des observations du passage de Vénus sur le soleil, en 1769, et portée par Delambre à 8",6 ; mais M. Encke, par une discussion nouvelle de ces observations, l'a réduite à 8",5776. C'est l'angle sous lequel le demi-diamètre de la terre serait vu du centre du soleil, et cette évaluation paraît

avoir été généralement adoptée comme la plus exacte que nous ayons encore obtenue.

Mais de toutes les données qui nous servent à déterminer les vrais lieux des astres et à les dégager des illusions qu'ils nous présentent, la plus nécessaire est une table exacte des réfractions astronomiques. En effet, la réfraction altérant d'une quantité plus ou moins considérable, selon leur situation particulière, la position de toutes les étoiles, la détermination exacte de cette quantité est nécessaire pour apprécier avec quelque certitude l'importance des autres déplacements qu'elles éprouvent. Plusieurs tentatives avaient été faites dans le dernier siècle pour la construction de tables de réfractions déduites, soit de l'observation seule, soit de la théorie, en empruntant à l'observation quelques données indispensables. Ces tentatives ont été renouvelées avec zèle dans le siècle actuel par un grand nombre d'astronomes et de géomètres. Les tables de réfraction les plus exactes que nous ayons sont celles qui sont fondées sur la théorie de Laplace ; les tables publiées par M. Ivory, sans être plus exactes, sont, dit-on, d'un usage plus commode dans les applications. Enfin on cite un travail remarquable sur le même sujet de M. Atkinson, et l'on regrette que la mort prématurée de l'auteur l'ait empêché d'y mettre la dernière main. Au reste, sous le rapport analytique, la théorie des réfractions doit être regardée comme complète, on peut désirer seulement que les observations parviennent à déterminer avec plus de précision les quantités arbitraires qu'elles lui fournissent pour les introduire dans ses formules.

L'évaluation plus exacte de tous les éléments qu'emploie l'astronomie pratique pour réduire ses observations, a permis d'établir plus correctement qu'on ne l'avait fait jusqu'ici le lieu des principales étoiles, et il a été facile ensuite d'y rapporter les positions des autres étoiles et d'en former des catalogues. Les astronomes modernes ont ainsi rectifié et considérablement accru les catalogues de leurs devanciers. Ceux que l'on employait principalement au commencement de ce siècle étaient les catalogues de Bradley, Mayer et Lacaille, et ne contenaient guère plus de 4,000 étoiles. En 1801 parut le catalogue de Bode qui en renferme 17,000, enfin Piazzi en 1807 publia un catalogue de 6,748 étoiles, fondé sur les observations de Maskelyne, et dans une seconde édition qui parut en 1814, il l'étendit à 7,646 étoiles. Ce dernier travail est regardé avec raison comme le plus parfait que l'astronomie moderne ait exécuté sur

ce sujet, non-seulement par les précautions prises pour établir avec précision le lieu des étoiles fondamentales, mais aussi par les soins avec lesquels toutes les observations qui servent de base à ce catalogue ont été réduites et comparées aux observations d'une date antérieure.

Cette comparaison des positions des étoiles selon les anciens et les nouveaux catalogues, a permis de reconnaître d'une manière plus exacte l'étendue de la précession annuelle, quantité sur laquelle on n'était point encore parfaitement d'accord, et les mouvements propres auxquels, indépendamment de leurs déplacements apparents, résultant des phénomènes de la nutation et de l'aberration, certaines étoiles sont soumises. M. Bessel, à qui l'astronomie pratique doit tant d'utiles recherches, par la comparaison des ascensions droites et des déclinaisons d'un grand nombre d'étoiles nouvellement déterminées, aux valeurs que leur attribuait Bradley, a fixé l'étendue totale de la précession annuelle à 50", 12350 4 au commencement de ce siècle. Quant aux déplacements de certaines étoiles, W. Herschel et d'autres astronomes après lui ont cru pouvoir l'expliquer par un mouvement général du système solaire vers l'étoile λ de la constellation d'Hercule; mais cette supposition, tout ingénieuse qu'elle est, a besoin de la confirmation du temps pour être adoptée sans réserve.

Un des objets les plus intéressants de l'astronomie pratique et qu'on peut regarder comme appartenant entièrement au siècle actuel, est l'étude suivie des étoiles doubles et des nébuleuses. Tout ce qu'on savait sur ce sujet au commencement de ce siècle était fondé sur quelques observations de W. Herschel, faites vingt ans auparavant. Mais un mémoire que le même astronome publia en 1803 dans les *Transactions philosophiques*, ouvrit dans le champ des cieux une voie nouvelle aux observateurs qui s'empressèrent d'y entrer. Cette branche de l'astronomie pratique, qui n'avait été jusque-là qu'imparfaitement étudiée, a fixé depuis cette époque l'attention des plus habiles astronomes. W. Herschel, Bessel, John Herschel, J. South et enfin M. Struve ont publié successivement plusieurs catalogues d'étoiles multiples qui en comprennent déjà plusieurs milliers. Mais ils ne se sont pas bornés à une simple classification de ces astres; l'examen attentif des groupes binaires et tertiaires a montré que dans chacun d'eux les plus petites étoiles sont en mouvement autour des plus grosses, et certaines étoiles

même ont déjà accompli une révolution entière depuis qu'on les observe comme étoiles doubles. Cette remarque conduisit à une conséquence importante; en effet, on reconnut qu'on pouvait rendre compte de tous les déplacements aperçus dans plusieurs groupes d'étoiles binaires, en supposant les étoiles qui les composent en mouvement dans des courbes elliptiques, et en admettant, par conséquent, qu'elles obéissent comme les planètes au principe de la pesanteur universelle : ainsi cette grande loi de la nature, découverte par Newton, n'a plus borné son action aux limites de notre système planétaire ; son influence s'est étendue jusqu'aux astres les plus éloignés que nous apercevons dans les cieux.

Tandis que les différentes branches de l'astronomie pratique étaient ainsi habilement cultivées et recevaient partout de notables perfectionnements, l'astronomie théorique, ce guide indispensable de l'astronomie contemplative, ne demeurait point en arrière, et elle ajoutait de nouvelles conquêtes à celles qui avaient si glorieusement signalé la seconde moitié du dernier siècle. Lagrange et Laplace, par leurs travaux persévérants, avaient achevé ce que leurs devanciers, Newton, d'Alembert et Clairaut, avaient laissé d'incomplet dans la théorie du système du monde ; les perturbations périodiques et séculaires auxquelles les planètes et les satellites sont assujettis, avaient été soumises à des formules nouvelles et plus générales : les causes de quelques inégalités restées inconnues malgré les efforts des géomètres pour les pénétrer avaient été découvertes; enfin les grandes lois qui maintiennent le système du monde dans un état permanent de fixité, n'avaient pu échapper à la sagacité de ces deux grands géomètres ; mais contents de tant de sublimes efforts, ils semblaient avoir tourné vers d'autres objets cette puissante imagination qui venait de jeter tant d'éclat sur les dernières années du 18e siècle, lorsque leur attention fut tout à coup ramenée vers l'étude théorique du système du monde, par l'apparition du beau mémoire de M. Poisson, sur l'invariabilité des grands axes des orbes planétaires, c'est-à-dire sur cette propriété bien remarquable dont jouit cet important élément du mouvement elliptique à l'exclusion de tous les autres, de n'être affecté d'aucune inégalité séculaire que la suite des temps puisse rendre sensible, et de n'être soumis qu'à des inégalités périodiques ou qui reprennent les mêmes valeurs toutes les fois que le système revient à la même configuration. Ce mémoire, où l'auteur atteint complétement le but

qu'il s'est proposé, de porter jusqu'au carré des masses perturbatrices la démonstration des théorèmes d'où dépend la permanence de notre système planétaire, et qui jusque-là n'avaient été vérifiés que pour une première approximation, outre sa propre importance, peut être regardé comme un événement dans l'histoire de la science par les résultats qu'il produisit. C'est en l'écoutant que Laplace conçut l'idée de combler les lacunes qui restaient encore dans la mécanique céleste relativement aux inégalités séculaires des planètes; et Lagrange, dont la vaste intelligence était sans cesse portée à tout généraliser, lui dut l'une des plus belles productions de son génie, la théorie de la variation des constantes arbitraires dans tous les problèmes de mécanique. Les personnes les plus étrangères à l'analyse mathématique pourront se faire une idée des avantages de cette méthode, lorsqu'on leur dira qu'elle consiste à étendre aux questions les plus générales les solutions trouvées en faisant abstraction des circonstances accessoires qui les compliquent; ainsi, dans la théorie des planètes, on peut passer, à l'aide de ces formules, du cas où la planète n'obéit qu'à l'action du soleil, et par conséquent aux lois du mouvement elliptique, au cas général où elle est soumise à l'action de tous les autres corps du système; dans la théorie du mouvement de rotation, on s'élève, par des formules analogues, du cas où le mobile n'est soumis à l'action d'aucune force accélératrice et se meut uniformément sur son centre, au cas où il est troublé par l'intervention de forces étrangères, comme la terre par les actions réunies de la lune et du soleil, la lune par l'action de la terre, etc. — Cette méthode, aussi féconde qu'ingénieuse, a non-seulement permis de déterminer les valeurs et d'exposer les causes de chacune des inégalités planétaires avec plus de précision et de clarté, son introduction dans la théorie du système du monde a donné encore à toutes les parties de ce vaste ensemble un lien qui leur avait manqué jusque-là. Tous les problèmes qui se traitaient précédemment par autant de méthodes particulières, peuvent être compris maintenant dans la même analyse; ce qui donne à l'étude de l'astronomie théorique une uniformité et une généralité qui doivent sans doute puissamment contribuer à en faciliter les progrès. Laplace a complété depuis le commencement de ce siècle *la Mécanique céleste*, le plus vaste monument qu'on eût encore élevé aux sciences astronomiques, et M. Poisson a successivement publié plusieurs mémoires sur les plus importantes questions

de la théorie du système du monde. L'examen de ces savantes productions dépasserait la portée d'un livre élémentaire et les limites que nous nous sommes imposées ; nous dirons seulement qu'elles contiennent toutes ou des aperçus entièrement nouveaux ou des éclaircissements pleins d'intérêt sur des vérités déjà connues, et qu'elles ont mérité, par leur importance, que le nom de leur auteur fût désormais placé à côté de ceux de Lagrange et de Laplace, sur la liste des géomètres qui ont le plus contribué, dans le siècle actuel, aux progrès de l'astronomie théorique.

Cette prééminence que nous croyons devoir accorder à la France dans cette branche de la science, ne nous rendra pas injustes envers quelques géomètres étrangers qui l'ont aussi cultivée avec une grande distinction ; et faute de pouvoir ici analyser leurs travaux avec tous les développements qu'ils exigeraient, nous citerons du moins M. Plana, en Italie ; MM. Gauss, Bessel, Encke, Olbers, Hansen, en Allemagne ; en Angleterre enfin, MM. Ivory, Lubbock, Hamilton, etc., comme s'étant particulièrement distingués par des recherches d'un grand mérite sur plusieurs points intéressants de la mécanique céleste.

Les progrès de la théorie, en nous dévoilant les causes des inégalités les plus cachées des planètes, et le nombre toujours croissant de bonnes observations, en faisant mieux connaître les éléments de leurs orbites elliptiques, ont permis d'apporter dans la construction des tables astronomiques une exactitude qu'exigeaient les perfectionnements qu'avaient subis les instruments et les méthodes d'observation.

Les tables du soleil, par Delambre, publiées en 1806, et fondées sur les formules de Laplace et sur les observations faites à Greenwich par Bradley et Maskelyne, et à Paris par l'auteur, sont encore les plus exactes que nous ayons et les plus usitées parmi les astronomes ; cependant leur comparaison aux observations a indiqué quelques corrections essentielles aux éléments qui leur servent de base. Burckhardt, en 1816, en comparant les résultats de ces tables à un grand nombre d'observations de Maskelyne, a trouvé que la longitude de l'époque, le lieu du périgée et l'excentricité de l'orbite solaire exigeaient des corrections sensibles ; que la masse de Vénus, fixée par Delambre, avait besoin aussi d'être réduite. M. Airy, en 1827, est arrivé aux mêmes conclusions par la comparaison de 1200 observations faites à Greenwich, avec les lieux du soleil déduits des

tables de Delambre, et il trouva de plus qu'il était nécessaire de faire subir une diminution à la masse de Mars adoptée par cet astronome. Mais le résultat le plus remarquable du travail de M. Airy, fut la découverte d'une nouvelle inégalité échappée à la sagacité de Laplace, et dont l'introduction devenait nécessaire pour faire disparaître quelques discordances remarquées entre les résultats de la théorie et de l'observation. Cette inégalité produite par l'action de Vénus sur la terre, a pour argument treize fois le moyen mouvement de cette dernière planète, moins huit fois celui de Vénus; sur l'annonce de son existence présumée, je m'empressai de calculer la valeur de son coefficient, et j'arrivai au résultat que M. Airy avait déduit d'abord de l'observation et qu'il a ensuite confirmé de son côté par un calcul théorique. Il ne doit donc plus rester aucun doute sur l'existence de cette nouvelle inégalité, qui peut s'élever à 2",05 dans sa plus grande valeur, et qu'il sera nécessaire de comprendre désormais dans la théorie du soleil. On doit encore à M. Bessel un beau travail où, par la discussion de ses propres observations et de celles de Bradley, il a complétement confirmé les conclusions des précédents astronomes; les corrections qu'il en a déduites pour les tables de Carlini, qui ne diffèrent, comme on sait, de celles de Delambre que par quelques dispositions particulières propres à faciliter les calculs, ont été généralement adoptées pour la construction de la *Connaissance des Temps*, à Paris, des éphémérides de Berlin, de Milan, etc. Cependant le besoin de nouvelles tables solaires où ces imperfections aient disparu se fait vivement sentir, et c'est avec confiance que les astronomes attendent de M. Bessel qui, dit-on, s'en occupe en ce moment, l'accomplissement de cet important travail.

Nous devons à M. Lindenau des tables de Mercure, de Vénus et de Mars, fondées sur la discussion des observations des meilleurs astronomes et sur les formules des inégalités de Laplace. Ces tables, quoique très-supérieures à celles données par Lalande, qui négligeait totalement l'effet des perturbations, paraissent cependant, par leur comparaison aux observations, être encore susceptibles de perfectionnement.

Les tables de M. Bouvard, pour Jupiter et Saturne, fondées sur les meilleures observations de l'astronomie moderne, et sur les formules de Laplace, sont certainement ce que nous possédons de plus exact et de plus complet en ce genre. L'usage continuel que

l'on fait de ces tables dans tous les observatoires, semble montrer qu'elles ne sont susceptibles que de légères erreurs. Cet avantage est dû sans doute aux progrès que Laplace a fait faire à la théorie de ces deux planètes, par la découverte de la cause qui produit la grande inégalité dont leurs mouvements sont affectés, et qui avait longtemps échappé à toutes les recherches des géomètres et des astronomes.

Les tables de Jupiter et de Saturne, données par M. Bouvard, étaient accompagnées de tables d'Uranus; mais soit que les observations sur lesquelles elles sont fondées fussent trop peu nombreuses, car l'impossibilité de représenter les observations antérieures à la découverte de cet astre comme planète en 1781 avait obligé M. Bouvard à les rejeter entièrement, soit quelque erreur grave dans la réduction des observations, ces tables, depuis leur apparition, ont successivement perdu de leur exactitude à mesure qu'on s'est éloigné de l'époque qui leur sert de point de départ; les différences qu'elles présentent avec les observations vont en augmentant de jour en jour, et elles ne s'élèvent pas aujourd'hui à moins de 60 à 70". Il était donc à désirer que l'on reprît le calcul de ces tables, et nous apprenons avec plaisir que M. Eugène Bouvard, astronome attaché à l'observatoire de Paris, s'en occupe en ce moment sous la direction de son oncle; ce travail permettra sans doute de résoudre l'importante question de savoir si l'insuffisance des tables actuelles est due en effet à un vice inhérent à leur construction, ou si la planète Uranus n'est pas soumise à quelque inégalité inconnue qui aurait échappé jusqu'ici aux recherches de l'analyse.

Si des tables des planètes nous passons à celles des satellites, nous placerons d'abord en première ligne les tables de la lune, si importantes par l'usage continuel qu'en font l'astronomie et la navigation. La découverte de la cause qui produit l'accélération séculaire du moyen mouvement de la lune, et l'introduction de plusieurs inégalités très-importantes auxquelles on n'avait pas songé, faites par Laplace, vers la fin du dernier siècle, avaient donné à la théorie de la lune une impulsion nouvelle, et le bureau des longitudes proposa en 1800 un prix pour la construction de tables lunaires plus parfaites que celles jusqu'alors en usage. Le prix fut décerné aux tables de Burg, astronome de Vienne, et le bureau des longitudes les fit imprimer à la suite des tables du soleil de Delambre, qui parurent en 1806. Dans ces tables, les arguments des inégalités sont empruntés aux formules de Laplace, et les coefficients sont

déduits de l'observation. Burckhardt, en 1812, publia de nouvelles tables lunaires qui s'écartent peu de celles de Burg pour les valeurs numériques des coefficients, mais qui en diffèrent par leur forme, que les astronomes ont jugée plus favorable à la facilité des calculs. Cependant ces dernières tables, ainsi que celles de Burg et que toutes celles qui les avaient précédées, étaient fondées, comme on voit, sur la réunion de l'observation et de la théorie, et c'est avec raison que l'Académie des Sciences de Paris jugea que la théorie de cet astre, qui nous intéresse à tant d'égards, demeurerait imparfaite et dans un état peu digne de la hauteur où se sont élevées les autres parties de la théorie du système du monde, tant que les tables lunaires seraient forcées d'emprunter aux observations d'autres données que celles qui sont nécessaires pour établir les six éléments de son mouvement elliptique. Cet objet devint en conséquence le sujet d'un prix proposé par l'Académie en 1820. Deux mémoires également recommandables furent couronnés, l'un de M. Damoiseau, qui devint ensuite le fondement de nouvelles tables lunaires, qu'il publia en 1824, l'autre de MM. Plana et Carlini, géomètres italiens. La comparaison des tables de M. Damoiseau, fondées sur la seule théorie, aux observations, a prouvé qu'elles les représentaient aussi bien que les meilleures tables connues; de son côté, M. Plana a considérablement perfectionné son premier travail, et l'a étendu dans un ouvrage qui comprend trois volumes in-4°, et qui, par l'immensité des calculs, par les soins donnés à toutes les parties de l'opération, peut être considéré comme l'œuvre la plus gigantesque qu'aient jamais accomplie les sciences mathématiques, et doit mériter à son auteur toute la reconnaissance des astronomes. Cependant, malgré tant de travaux remarquables, dont la théorie de la lune a été l'objet depuis le commencement de ce siècle, cette théorie avait paru, à quelques esprits éclairés, susceptible encore de notables perfectionnements. Il semblait surtout qu'il n'était pas impossible, dans l'état où se trouve aujourd'hui la science de l'analyse, d'arriver à des résultats aussi approchés que ceux qui avaient été obtenus, par une méthode plus directe et plus simple que les méthodes employées jusqu'ici. J'ai commencé, depuis quelques années, de laborieuses recherches dirigées vers ce but; M. Lubbock s'est occupé en Angleterre d'un travail semblable, et j'ai l'espoir de pouvoir offrir bientôt aux astronomes, des formules qui surpasseront, par leur

correction et l'étendue des approximations, toutes celles qui les ont précédées; c'est avec une grande satisfaction que j'ai appris que, tandis que je m'occupais ainsi de perfectionner la théorie de la lune, le gouvernement anglais venait de mettre à la disposition de M. Airy des fonds considérables pour faire discuter de nouveau toutes les observations faites à Greenwich depuis 1750, c'est-à-dire depuis la première observation de Maskelyne jusqu'à ce jour. Cette nouvelle discussion de la série d'observations de la lune, la plus complète que l'on connaisse, permettra d'établir les éléments du mouvement elliptique avec une correction à laquelle, peut-être, ni M. Damoiseau, ni M. Plana, ne se sont suffisamment attachés, et si à cette époque nous sommes assez heureux pour avoir terminé notre travail, les tables lunaires qui résulteront de cette théorie vérifiée et des éléments les plus corrects qu'on ait encore employés dans leur construction, atteindront sans doute à l'exactitude qu'on peut attendre de nos meilleures tables planétaires.

Les tables des satellites de Jupiter, publiées en 1817 par Delambre, sont encore celles dont on se sert pour la construction des éphémérides; elles sont fondées sur la théorie de ces satellites, perfectionnée par Laplace, et sur la discussion d'un nombre prodigieux d'observations réunies depuis 1662 jusqu'à 1802; elles suffiront sans doute pendant quelques années aux besoins de l'astronomie. Cependant, M. Damoiseau, savant utile et laborieux, a présenté il y a quelques années, au bureau des longitudes dont il est membre, de nouvelles tables des satellites de Jupiter, qui ont été publiées en 1836. Les satellites de Saturne et ceux d'Uranus sont trop éloignés de nous pour pouvoir être aisément observés, et par conséquent les tables de leurs mouvements nous seraient inutiles quand bien même l'ignorance où nous sommes encore de leurs éléments elliptiques ne nous empêcherait pas de les former.

Si le mouvement de translation des planètes a spécialement attiré l'attention des astronomes, ils n'ont pas cependant négligé l'étude de leur figure et de leurs mouvements de rotation. M. Schröter s'est attaché spécialement à la description des apparences que présentent les diverses planètes, et à mesurer le temps de leur rotation. Il a déterminé celle de Vénus par l'observation d'une montagne, située à la pointe australe du croissant, et il l'a trouvée de 23 heures 21 minutes; la rotation de Mars et celle de Mercure ont été mesurées par des moyens analogues. L'aplatissement de Jupiter a été

fixé par M. Struve à $\frac{1}{111,7}$; enfin les dimensions et la position de l'anneau de Saturne, les dimensions et la figure de cette planète ont fourni le sujet d'un beau travail à M. Bessel. Mais c'est surtout la détermination de la figure de la terre qui a été l'objet des plus grands efforts tentés depuis près d'un siècle, avec tous les moyens réunis de l'astronomie théorique et pratique. La France, dans le siècle dernier, avait pris l'initiative de voyages lointains, d'expériences réitérées pour déterminer par des mesures exactes la longueur des degrés du méridien à différentes latitudes, et en conclure la figure la plus probable du sphéroïde terrestre. Tous les gouvernements de l'Europe, avec un zèle dont la science ne peut que s'applaudir, se sont empressés de l'imiter; de nouveaux degrés ont été mesurés en Italie, en Angleterre, en Allemagne, en Laponie, au Cap de Bonne-Espérance (1), dans l'Inde, etc.; mais nulle part, je crois, cette opération n'a été faite avec autant de soins et sur une aussi vaste échelle qu'en France, au commencement de ce siècle. L'arc mesuré par les savants français, en 1792, et qui a servi de base au nouveau système métrique, s'étendait de Dunkerque à Barcelone; il a été depuis prolongé au sud jusqu'aux îles Baléares, et au nord jusqu'à Greenwich, et comprend dans cet intervalle un arc terrestre dont l'étendue entière est de 730521,5 toises (2). La comparaison de ces diverses mesures conduit à ce

(1) Le degré du cap de Bonne-Espérance avait été autrefois mesuré par Lacaille; M. Henderson, directeur de l'observatoire, établi au Cap depuis quelques années (1828), a été chargé par le gouvernement anglais de mesurer de nouveau ce degré; déjà les observations astronomiques, relatives à cette opération, ont été effectuées, et l'on n'apprendra pas sans satisfaction qu'elles ont complétement confirmé les résultats de l'astronome français. On sait, au reste, combien Lacaille avait la réputation d'un observateur habile et exact.

(2) Il faut faire ici une remarque importante M. Puissant a signalé, dans la mesure de l'arc compris entre Montjouy et Formentera, une erreur qui ne s'éléverait pas à moins de 68 toises; ne serait-il pas à désirer qu'un fait aussi important pour la figure de la terre et pour l'exactitude des opérations qui ont servi de base à notre système métrique, fût désormais mis hors de doute? Le bureau des longitudes possède, dans ses archives, le manuscrit des calculs qui ont servi à établir la mesure accusée d'inexactitude; il lui sera donc facile de les soumettre à un nouvel examen, et lorsqu'on sait combien de sacrifices a coûté l'établissement de ce grand

résultat remarquable, que la figure de la terre, à quelques légères irrégularités près, ne s'écarte pas sensiblement de la figure elliptique que la théorie lui attribue; et elle donne pour l'aplatissement du sphéroïde terrestre, des valeurs qui s'accordent avec celle qui résulte des inégalités de la lune, en longitude et en latitude, dépendantes de cet aplatissement, plus peut-être qu'on ne pouvait l'espérer de moyens d'investigation aussi différents.

Une série d'expériences sur les oscillations du pendule, à différentes latitudes et à différentes hauteurs, a été aussi renouvelée par des observateurs français et étrangers, pour en déduire la loi de la diminution de la gravité, et par suite l'aplatissement du sphéroïde terrestre, par le théorème connu de Clairaut. La valeur qui résulte de ces expériences, quoiqu'en général un peu plus faible que celle qu'on obtient par la mesure directe des degrés du méridien, s'accorde cependant avec elle d'une manière suffisamment exacte. Cavendish, savant aussi éclairé que consciencieux, auquel nous devons l'immortelle découverte de la décomposition de l'eau, par des expériences sur l'attraction des corps de différentes natures, faites à l'aide de la balance de torsion, avait essayé de déterminer la moyenne densité de la terre; M. Baily, astronome anglais, connu par son esprit judicieux et son adresse dans le maniement des instruments, est occupé en ce moment à répéter ces expériences; ainsi se complète de jour en jour cette suite de travaux, non interrompus depuis un siècle, pour mesurer la surface de la terre et déterminer la nature de ses éléments les plus cachés.

Tels sont les principaux traits d'un tableau dont nous ne pouvons présenter ici qu'une rapide esquisse; mais elle suffira pour faire apprécier la nature des recherches dont les sciences astronomiques ont été l'objet dans ces dernières années, et montrer que si notre siècle n'a pas, par des acquisitions importantes, augmenté considérablement l'héritage qu'il avait reçu des siècles précédents, il ne l'a pas du moins, enfant dégénéré, laissé dépérir dans ses mains. Sans doute l'astronomie pratique n'a pas eu à se prévaloir de découvertes aussi brillantes que celle de l'aberration de la lumière ou de la nutation de l'axe de la terre, qui avaient jeté tant

arc qui lie la France à l'Espagne, on est justement étonné de l'indifférence qu'on a montrée jusqu'ici pour la réclamation de M. Puissant, qui a paru en 1836. (V. *Mémoires de l'Académie des sciences*, t. XVI.)

d'éclat sur cette partie de la science dans le 18e siècle ; des voyages aussi vastes que ceux que tentèrent les académiciens français pour mesurer l'aplatissement du globe, n'ont point été entrepris ; la découverte de quatre nouvelles planètes d'un intérêt secondaire ne peut égaler celle de la planète Uranus, qui a reculé les limites et plus que doublé l'étendue de notre système planétaire ; quelques efforts qu'ait faits l'astronomie théorique, elle n'a rien produit sans doute qui puisse être mis en parallèle avec les grandes découvertes de Newton dans le 17e siècle, avec les brillants travaux de Lagrange et de Laplace, qui signalèrent la fin du siècle suivant ; mais est-il donc étonnant qu'après des pas si rapides dans la carrière, l'esprit humain reprenne un instant haleine avant de poursuivre sa course? Comme un conquérant qui vient d'ajouter de nouvelles contrées à son empire, ne doit-il pas employer quelque temps à les reconnaître, à en mesurer toutes les ressources, à s'assurer enfin sa domination sur toutes ses nouvelles possessions? On peut dire que tel a été, en effet, le caractère du siècle actuel ; si les découvertes astronomiques ont été plus rares et moins brillantes que dans les deux siècles précédents, toutes les branches de la science se sont de plus en plus étendues et fortifiées ; de nouvelles méthodes pour arriver par des voies plus simples à ses plus sublimes résultats, ont été imaginées, et de cette manière des vérités autrefois réservées à des esprits transcendants sont descendues jusque dans les notions élémentaires ; n'est-ce pas là un fait à signaler encore comme un progrès? car plus une science appelle d'intelligences à partager ses travaux, et plus il y a de chances pour que des conceptions nouvelles en reculent les limites. Les instruments d'optique se sont perfectionnés, et l'art de l'observation, excité par le progrès des théories, a acquis aussi un degré de précision jusqu'alors inconnu. Toutes les données sur lesquelles s'appuie l'astronomie pratique pour la réduction de ses observations, et tous les éléments que l'astronomie théorique lui emprunte pour appuyer ses calculs, ont été vérifiés de nouveau avec tout le soin que leur importance exigeait. Toutes les inégalités sensibles des planètes ont été développées et déterminées, et les tables astronomiques en ont acquis un plus grand degré de précision. Ce qu'un corps illustre avait exécuté en grand dans le siècle dernier pour la mesure de la terre, un simple particulier l'a répété sous de plus petites proportions dans le nôtre, et nous avons vu M. John Herschel s'imposer les fatigues

initié de bonne heure à toutes les théories mathématiques, doué de toutes les qualités qui font le grand astronome, un coup d'œil sûr, une main habile dans la pratique des instruments, un dévouement sans borne à la science : tout semblait nous promettre que les Cassini, les Lacaille, les Lemonier, les Delambre, ne resteraient pas en France sans successeurs. Mais, hélas ! l'épuisement causé par des travaux trop persévérants, une organisation trop sensible pour supporter sans découragement ces injustices que la médiocrité réserve toujours au mérite qui la blesse, enlevèrent bientôt cette heureuse intelligence à la science qu'elle cultivait avec tant de distinction. Gambart disparut comme avait disparu Pascal, comme ont disparu depuis les Petit, les Abel ; c'est un malheur attaché à ces natures vives et impressionnables ; pour nous servir d'une expression vulgaire mais juste, la lame use le fourreau ; quelquefois on laisse après soi un souvenir immortel : c'est une chance à courir, mais à trente ans on la paie de sa vie (1).

Je terminerai ce préambule déjà trop long, peut-être, pour le volume qu'il précède, en répétant que je n'ai eu qu'un seul but dans l'ouvrage que je livre au public, celui de faciliter l'étude de la plus sublime des sciences naturelles, en présentant les grands résultats auxquels elle est parvenue, dans un ordre que j'ai cru plus simple et plus logique que celui qui avait été suivi jusqu'ici. Ce sont des notes fournies par la lecture d'un grand nombre d'ou-

(1) Je ne puis me défendre de citer ici une anecdote bien propre à faire juger, je crois, de la pénétration de Gambart, et de l'expérience qu'il avait acquise par son étude continuelle du mouvement des astres. Je me trouvais avec lui à l'Observatoire, en 1835, lorsqu'on y reçut la première nouvelle de l'apparition de la comète de Halley, et les observations envoyées de Rome par M. Dumouchel. A peine Gambart y eut-il jeté à la hâte un coup d'œil rapide, qu'il me dit : « Pour quel jour avez-vous annoncé le retour de la comète au périhélie ? — Pour le 13 novembre (je n'avais point encore alors fait à la masse de Jupiter la correction qui m'a conduit à reculer cette époque jusqu'au 15 nov.). — Et M. Damoiseau ? continue Gambart. — Il annonce son passage pour le 4. — C'est vous qui avez raison, s'écrie-t-il, la comète sera au périhélie du 15 au 17. » — Elle y passa le 16, comme on sait ; ainsi un simple regard jeté sur le mouvement, pendant quelques jours, de cet astre en ascension droite et en déclinaison, avait suffi à l'habile observateur pour deviner toutes les circonstances de sa marche.

vrages qui me sont passés par les mains depuis vingt ans que je m'occupe presque exclusivement de l'astronomie théorique ; je les ai réunies et coordonnées, parce qu'on m'a dit que cela pourrait être utile à la propagation de la science, et que c'est, il me semble, vers ce but important que doivent tendre aujourd'hui tous les efforts. Ce livre est spécialement destiné aux personnes qui sont étrangères aux connaissances mathématiques; mais si l'exposition simple et claire des grandes vérités qu'il rappelle peut engager ceux qui le liront avec des notions suffisantes de ces sciences, à en chercher le développement et la démonstration complète dans les livres spécialement destinés au haut enseignement de l'astronomie théorique et pratique (1), notre travail aura dépassé les bornes de nos espérances.

(1) Parmi les ouvrages les plus utiles à consulter pour ceux qui voudraient avoir une idée exacte des formules et des procédés employés par les astronomes pour la réduction de leurs observations, et leur comparaison aux résultats de la théorie, nous recommanderons spécialement l'ouvrage de M. Francœur, intitulé *Astronomie Pratique* : c'est le *vade-mecum* indispensable de tout astronome praticien; toutes les formules importantes qui servent aux calculs astronomiques ou à la construction des éphémérides s'y trouvent réunies avec une explication claire et suffisante pour en montrer l'usage; on trouvera souvent cet excellent Traité cité dans notre ouvrage.

PRÉCIS D'ASTRONOMIE

THÉORIQUE ET PRATIQUE,

OU

INTRODUCTION A L'ÉTUDE DE CETTE SCIENCE.

PREMIÈRE PARTIE.

MOUVEMENTS ET FIGURES DES CORPS CÉLESTES DÉDUITS DE L'OBSERVATION.

CHAPITRE Ier.

Aspect général du ciel. — Classification des astres. — Leur mouvement diurne. — Division des étoiles par ordre de grandeur et par groupes. — Nébuleuses, étoiles périodiques et changeantes. — Tableau de toutes les constellations tant anciennes que modernes.

1. Supposons que par une belle soirée et lorsque le soleil vient de se coucher, un observateur se transporte dans un lieu élevé d'où il domine au loin les objets environnants. La surface du globe lui paraîtra comme un plan sur lequel la voûte des cieux est appuyée, et sa vue sera bornée de tous côtés par un cercle qui semble être l'intersection de la terre et du ciel. Ce cercle s'appelle l'*horizon*, on s'est assuré que le plan qui le con-

tient est parallèle à la surface d'une eau tranquille, et par conséquent perpendiculaire à la direction du fil à plomb.

Si notre observateur s'est placé de manière à avoir en face le nord, il aura le sud derrière lui, l'orient à sa droite, et l'occident à sa gauche. L'aspect du ciel lui offrira un spectacle qui se renouvelle à chaque instant. Les étoiles lui paraîtront changer continuellement de position, s'élever ou s'abaisser dans l'espace en s'éloignant ou se rapprochant de l'horizon ; il verra les unes se montrer successivement à l'orient, d'autres disparaître à l'occident aux différentes heures de la nuit. S'il suit avec une attention particulière celles qu'il peut apercevoir pendant la durée entière de leur apparition, il les verra percer l'horizon à sa droite, s'élever graduellement, parvenir au plus haut point de leur course, s'abaisser ensuite, percer de nouveau l'horizon, et enfin disparaître. La durée des apparitions n'est pas la même pour toutes les étoiles, elle varie selon l'étendue des courbes qu'elles semblent décrire. Ces courbes paraissent des cercles dont les rayons vont en augmentant à mesure qu'on avance du nord vers le sud, mais la portion de ces cercles comprise entre le lever et le coucher de chaque étoile, est d'autant plus petite relativement à la circonférence entière, que l'étoile s'éloigne davantage de la partie septentrionale du ciel.

La plus méridionale de deux étoiles à son lever l'est encore à son coucher, les courbes qu'elles décrivent ne se coupent donc pas. La distance angulaire de deux étoiles quelconques est toujours la même à quelque époque qu'on la mesure ; les étoiles dans leurs mouve-

ments divers conservent donc toujours les mêmes positions relatives.

On remarque encore que toutes les étoiles se lèvent à perpétuité dans la même direction ; que la même heure de la nuit les ramène à peu près à la même position, qu'il en existe vers le nord qui ne disparaissent qu'un instant ; d'autres qui demeurent toujours sur l'horizon, et semblent décrire un petit cercle de la sphère céleste entièrement visible à nos yeux ; enfin en approchant davantage encore du nord, on aperçoit une étoile qui paraît tout à fait immobile.

2. De toutes ces observations on est porté à conclure que les étoiles ont un mouvement commun et général qui les emporte d'orient en occident comme si elles étaient attachées à une sphère solide dont la terre occuperait le centre, et qui tournerait dans l'espace de vingt-quatre heures sur deux points fixes dans le ciel. Cette rotation générale de la sphère céleste constitue ce qu'on nomme le *mouvement diurne*. Tous les astres y participent, quels que soient d'ailleurs les mouvements particuliers auxquels ils peuvent être assujettis.

Les deux points autour desquels le ciel semble tourner se nomment les *pôles du monde*. Le pôle élevé sur notre horizon est le *pôle boréal* ou *septentrional*, le pôle opposé et qui est constamment sous l'horizon est le *pôle austral* ou *méridional*. La droite qui joint ces deux points se nomme *axe du monde*. Le grand cercle intercepté sur la sphère céleste par le plan mené par le centre de la terre perpendiculairement à cette droite se nomme *équateur*, et les petits cercles compris dans les plans perpendiculaires à la même droite, mais ne passant pas par ce

centre se nomment *parallèles*. Les cercles correspondants que les mêmes plans tracent sur la surface du globe ont été nommés par analogie *équateur* et *parallèles* terrestres.

L'équateur divise le ciel en deux parties égales, qu'on nomme hémisphère austral et hémisphère boréal selon celui des deux pôles qui s'y trouve compris. On appelle *zénith* le point du ciel où aboutit la verticale ou la direction du fil à plomb du lieu de l'observateur, le *nadir* est le point du ciel diamétralement opposé.

Les grands cercles de la sphère céleste passant par le zénith et le nadir, et par conséquent perpendiculaires au plan de l'horizon, se nomment *verticaux*. C'est sur ces cercles que l'on mesure l'élévation des astres ou leurs hauteurs au-dessus de l'horizon. Les compléments de ces hauteurs sont les distances zénithales.

L'*azimuth* d'un astre est la distance angulaire du point nord de l'horizon au point où le cercle vertical mené par cet astre coupe l'horizon, ou, ce qui revient au même, c'est l'angle compris entre deux verticaux dont l'un passe au pôle et l'autre par l'astre que l'on observe. La position d'un astre sur la sphère céleste est déterminée quand on connaît sa hauteur et son azimuth.

Le méridien est le grand cercle de la sphère céleste qui passe par le zénith et les pôles. Ce plan a la propriété de partager en deux parties égales la partie visible des courbes décrites par les étoiles, et quand elles le traversent, elles sont arrivées à leur plus grande ou à leur plus petite hauteur au-dessus de l'horizon. La trace du plan méridien sur la surface du globe se nomme la méridienne. Soit (*fig.* 1) A B C D l'horizon, la terre étant supposée en T, A B représentera l'équateur et C D, qui

lui est perpendiculaire, le méridien ou plutôt les traces de ces deux plans sur le plan de l'horizon.

La verticale change de direction dans les différents lieux du globe ; l'horizon ou le grand cercle de la sphère qui est perpendiculaire à la verticale, doit donc varier également suivant la position de l'observateur. Ainsi, en s'avançant vers le nord, les courbes décrites par les étoiles qui se trouvent dans cette région du ciel, se dégagent de plus en plus de dessous l'horizon, et ces étoiles finissent par demeurer constamment visibles, tandis que d'autres étoiles situées au sud s'abaissent tout à fait sous l'horizon et disparaissent entièrement. Le phénomène contraire aurait lieu en marchant du nord au sud ; des étoiles d'abord invisibles se montreraient successivement, tandis que la durée de l'apparition de celles qu'on observait au nord diminuerait de plus en plus. La surface de la terre n'est donc pas un plan comme les premières perceptions de nos sens pouvaient nous le faire supposer, et l'on n'a pas été longtemps à reconnaître qu'elle a la forme d'un globe à peu près sphérique, isolé dans l'espace, et qu'enveloppe de tous côtés la voûte des cieux. C'est à raison de la sphéricité de la terre qu'un vaisseau que nous suivons sur la mer, disparaît à l'horizon longtemps avant qu'il ne soit arrivé hors de la portée de nos yeux ; c'est par la même cause qu'en s'élevant sur une montagne au moment du coucher du soleil, on le voit briller encore quand il a déjà disparu pour les habitants de la plaine.

3. La comparaison d'observations faites à de grands intervalles de temps, ne laissant apercevoir aucune variation sensible dans la disposition mutuelle des étoiles, on

leur a donné la désignation d'*étoiles fixes* pour les distinguer d'autres astres qui, outre le mouvement diurne d'orient en occident, commun à tous les corps célestes, ont un mouvement propre qui change continuellement leur position relative aux étoiles. Ces astres sont d'abord le *soleil* et la *lune*, et ensuite les *planètes* et les *comètes*.

Si un observateur situé dans nos climats se tourne vers le nord, il verra le soleil se lever à sa droite et se coucher à sa gauche comme les étoiles; mais les points de l'horizon où l'astre se lève et se couche ne seront pas toujours les mêmes; pendant l'été le soleil paraîtra se lever et se coucher devant l'observateur, et derrière lui pendant l'hiver. La courbe qu'il décrit dans le ciel dans cette saison semblera aussi beaucoup moins étendue, et l'intervalle qui sépare son lever de son coucher, sera beaucoup plus court. Ces changements périodiques qu'on observe dans les mouvements du soleil sont encore beaucoup plus sensibles dans les mouvements de la lune, et cet astre éprouve dans l'espace d'un mois des variations analogues à celles que présente le soleil dans le cours de l'année.

Les planètes sont sujettes à des changements semblables; ces astres ne paraissent pas toujours à la même distance des étoiles fixes, et les points de leur lever et de leur coucher changent très-sensiblement chaque jour: de là leur est venu le nom de planètes, qui veut dire *étoiles errantes*. Elles sont au nombre de onze et sont désignées par des noms et des signes particuliers : *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, la *Terre* ♁, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, *Saturne* ♄, *Vesta* ⚶, *Junon* ⚵, *Cérès* ⚳, *Pallas* ⚴ *et Uranus* ⛢. Les six premières, faciles à dis-

tinguer à l'œil nu, ont été connues de la plus haute antiquité ; les cinq autres dont la découverte ne remonte guère au delà des premières années de ce siècle, ne peuvent être aperçues, à l'exception peut-être d'Uranus, sans le secours des lunettes. Quelques-unes des planètes sont accompagnées d'astres de moindres dimensions qui circulent autour d'elles comme la lune autour de la terre. Ces planètes secondaires se nomment *satellites*, on en compte aujourd'hui dix-huit dans notre système planétaire, savoir : quatre autour de Jupiter, sept autour de Saturne, six autour d'Uranus, et un autour de la Terre.

Les planètes se distinguent des étoiles non-seulement par un mouvement dirigé pour toutes d'occident en orient, c'est-à-dire en sens inverse des mouvements diurnes, mais encore par leurs apparences physiques. Dans les plus fortes lunettes les étoiles ne paraissent que comme des points lumineux ; les planètes, au contraire, ont un disque sensible dont l'étendue varie quand elles se déplacent. La lumière des étoiles a ordinairement une espèce de tremblement que l'on nomme *scintillation* et que l'on ne remarque pas dans la lumière des planètes, à l'exception pourtant de celle de Vénus. Il serait difficile d'assigner la cause de cette différence, mais il est probable que son effet est dû aux vapeurs qui chargent l'atmosphère, car le célèbre voyageur Saussure a observé que sur les hautes montagnes, on ne remarque dans les étoiles aucune espèce de scintillation. Quoi qu'il en soit, ces divers caractères ne permettent pas de confondre les deux espèces d'astres.

4. On aperçoit quelquefois des astres qui d'abord

paraissent d'une lumière faible, augmentent peu à peu de clarté, et après s'être montrés très-brillants, diminuent ensuite d'éclat et finissent par disparaître entièrement. Ces astres sont d'ordinaire accompagnés d'une nébulosité qui forme autour d'eux une espèce d'auréole, ce qui les fait nommer *comètes* ou *étoiles chevelues*. Lorsque la nébulosité précède l'astre elle constitue ce qu'on appelle la *tête de la comète*, on la nomme la *queue* quand elle dégénère en une traînée lumineuse plus ou moins étendue qui suit l'astre et qui paraît toujours dirigée en sens inverse de la position du soleil.

La matière qui compose les queues des comètes doit être d'une très-faible densité, car à travers leur immense profondeur qui s'étend souvent à plusieurs millions de lieues, on aperçoit les étoiles devant lesquelles passent ces astres.

Les comètes ont un lever et un coucher comme les étoiles, elles ont de plus comme les planètes un mouvement propre mais beaucoup moins régulier. Les planètes, comme nous l'avons dit, se meuvent toutes dans le même sens, et dans leurs déplacements elles n'abandonnent jamais une zône étroite de la sphère céleste que l'on a nommée *zodiaque*. Les comètes au contraire parcourent le ciel dans toutes les directions, tantôt d'un mouvement dirigé dans le même sens que celui des planètes, tantôt dans le sens opposé. L'apparition des comètes inspirait autrefois aux hommes un sentiment de terreur; l'habitude et surtout les lumières de la science en ont fait aujourd'hui pour le vulgaire un événement ordinaire, et pour les astronomes une source d'études et de découvertes nouvelles.

Le Soleil, les planètes et les satellites forment notre système planétaire ou notre monde, l'ensemble de tous les astres répandus dans l'espace constitue l'univers.

5. On remarque dans quelques parties du ciel des places blanchâtres plus ou moins lumineuses, mais de formes extrêmement variées, que l'on a nommées *nébuleuses*. Plusieurs d'entre elles sont des amas de petites étoiles imperceptibles qu'on distingue dans de forts télescopes, mais on a spécialement réservé le nom de nébuleuses aux amas de lumière blanche et continue que l'on ne peut décomposer. Ce que les nébuleuses offrent surtout de remarquable, c'est que souvent des étoiles qui y étaient renfermées s'en détachent, ou bien qu'elles finissent par se condenser et ne former qu'une seule étoile, comme cela est arrivé dans la nébuleuse d'Orion. On doit donc penser qu'elles sont toutes également des agglomérations d'une matière nébuleuse répandue dans toutes les parties du ciel et arrivée à divers degrés de condensation. La durée des siècles concentre cette matière d'abord vague et diffuse autour de quelques points de sa masse et ainsi se forment les noyaux des étoiles qui doivent en sortir. Cette hypothèse explique d'une manière très-simple les diverses variétés que présentent les nébuleuses suivant le degré de condensation auquel elles sont parvenues, et les changements qu'on a observés dans quelques-unes d'entre elles. On y trouve aussi une raison plausible de l'inégalité qu'offre la distribution des nébuleuses et des étoiles dans les espaces célestes, où les nébuleuses affectent les places où les étoiles sont plus rares, circonstance assez remarquable pour qu'il soit difficile de l'attribuer au simple hasard.

Dans ce système cette bande irrégulière de lumière blanche qui entoure le ciel comme une ceinture, et que l'on a nommée *Voie lactée*, n'est qu'une nébuleuse arrivée déjà à un grand degré de maturité; en effet, on y découvre avec l'aide du télescope une infinité de petites étoiles dont la distance seule nous fait réunir et confondre la lumière. On doit à W. Herschel, célèbre astronome anglais, un beau travail sur les nébuleuses, où il les partage en trois classes distinctes selon le degré de condensation auquel elles sont parvenues.

1° Amas d'étoiles où les étoiles peuvent être nettement discernées, et qui se distinguent en amas globuleux et amas irréguliers.

2° Nébuleuses résolubles que l'on soupçonne formées par une agglomération d'étoiles, et qui se résoudraient probablement en étoiles distinctes si les instruments d'observation étaient perfectionnés.

3° Nébuleuses proprement dites où il n'y a pas d'apparence que la nébulosité puisse se résoudre en étoiles.

Les caractères qui distinguent ces trois espèces de nébuleuses ne sont peut-être pas suffisamment tranchés, et dépendent trop de la bonté de la lunette qu'on emploie dans l'observation pour ne pas laisser quelque latitude à l'arbitraire; mais cette classification suffit pour le moment pour diriger les observateurs; et il est bien à désirer que les astronomes s'appliquent désormais à l'étude de ces astres malheureusement trop négligés jusqu'ici. Nous reviendrons dans la suite sur le travail de W. Herschell auquel nous devons peut-être les notions les plus justes que nous possédions sur la formation véritable du système de l'univers.

6. Souvent en contemplant le ciel on aperçoit tout à coup une lumière très-vive qui traverse l'espace avec rapidité et vient s'éteindre en touchant l'horizon. C'est ce que l'on nomme *étoile filante;* quelquefois à certaines époques de l'année, vers les premiers jours de novembre par exemple, ces étoiles deviennent très-nombreuses, ce qui a fait supposer que leur retour périodique coïncidait avec une disposition particulière du système planétaire. On pensait autrefois que leur distance à la terre ne dépassait pas les limites de notre atmosphère, et on les regardait simplement comme des météores igneux produits par les exhalaisons de la terre; des expériences plus exactes ont semblé démontrer depuis qu'elles sont beaucoup plus éloignées qu'on ne l'avait supposé; mais si elles ne prennent pas naissance dans notre atmosphère, comme il est certain, du moins, qu'elles ne deviennent visibles pour nous que lorsqu'elles s'enflamment en y pénétrant, nous continuerons à les regarder comme des phénomènes passagers dont l'étude est plutôt du domaine de la physique que de l'astronomie.

Les *aérolithes* ou *pierres tombées de la lune* ont paru avoir une analogie remarquable avec les étoiles filantes. Ceux qu'on a observés à l'instant de leur chute paraissaient encore à l'état d'incandescence et même de fusion dans lequel ils avaient traversé l'atmosphère. Les masses de ceux qu'on a recueillis ont été quelquefois très-considérables. Leur nature se compose en général de fer natif et de nickel, substances très-rares sur la surface du globe; ce qui semble donner encore quelque force à l'opinion de ceux qui leur assignent une origine étrangère. Quant aux causes qui les produisent, elles sont

encore inconnues, mais rien ne s'oppose à ce que l'on puisse les attribuer, selon la croyance vulgaire, à l'éruption de volcans placés à la surface de la lune, car le calcul a montré qu'il suffirait d'une force égale à quatre fois celle qui anime un boulet de 24 à sa sortie du canon, pour qu'un pareil météore fût lancé de la surface de la lune jusqu'au point où sa seule pesanteur le ferait tomber sur la terre.

7. Les premiers astronomes, pour se reconnaître au milieu de cette foule de points brillants qui parsèment la voûte céleste, avaient divisé les étoiles en groupes ou *constellations* auxquelles ils donnaient des noms particuliers. Il est difficile de découvrir quelle a été l'origine de ces dénominations, car les figures des constellations, à l'exception de quelques-unes d'entre elles, n'ont en général aucun rapport avec les noms qui les désignent. Les constellations du zodiaque sembleraient seules pouvoir se prêter sous ce rapport à quelques explications satisfaisantes; nous y reviendrons par la suite lorsque nous parlerons de la route que suit le soleil dans son mouvement annuel. Les astronomes modernes ont d'abord classé les étoiles d'après leur degré de clarté. Mais l'on ne fut pas longtemps à reconnaître les inconvénients d'une division aussi arbitraire, car il était rare que deux observateurs s'accordassent sur le rang qu'ils assignaient à la même étoile. D'ailleurs, comme on le verra, la grandeur de beaucoup d'étoiles est sujette à s'altérer. On a adopté depuis une classification moins susceptible d'erreurs; on désigne par les lettres grecques α, β, γ, etc., les étoiles d'une même constellation suivant leur ordre de grandeur; ainsi, par exemple, la plus brillante

du taureau se nomme α du taureau, ce qui ne préjuge rien cependant sur sa grandeur relative à une étoile quelconque de toute autre constellation (1). On a conservé en outre la désignation d'étoiles de 1re, 2me, 3me, etc., grandeur selon l'intensité de leur lumière, pour se former une idée de leur éclat respectif. Au-dessous de la 6me grandeur, les étoiles ne sont plus visibles sans le secours des lunettes.

8. On a observé des variations sensibles dans l'intensité de la lumière d'un grand nombre d'étoiles, que l'on a nommées par cette raison *étoiles changeantes*. Il y en a une dans la constellation du *Cygne* qu'on peut ranger dans la cinquième classe lorsqu'elle est à son *maximum*, et qui passe dans l'intervalle de six mois par tous les degrés de diminution, jusqu'à ce qu'elle soit devenue presqu'invisible; elle augmente ensuite par degrés et met trois cent quatre-vingt-seize jours à reprendre son premier état. — On en remarque une autre dans la tête de Méduse ou β de Persée, dont les mutations sont encore plus rapides, elle passe en deux jours et demi de son *maximum* à son *minimum*, et elle emploie deux jours vingt heures quarante-huit minutes à revenir à son premier éclat. Cette étoile est de celles qui ne se couchent jamais. La baleine renferme encore une étoile changeante qui est de seconde grandeur quand elle se montre dans

(1) Les lettres de l'alphabet grec épuisées on a employé, toujours suivant le même ordre, les lettres de l'alphabet romain. Enfin le nombre des étoiles de toutes les constellations s'étant prodigieusement accru par le perfectionnement des lunettes, on s'est borné à les placer dans les catalogues en les faisant précéder de numéros qui indiquent leur ordre.

tout son éclat, et qui disparaît presque totalement dans l'espace de trois cent trente-quatre jours vingt-une heures. Voici au reste, d'après sir John Herschel, le tableau des principales étoiles dont les changements périodiques ont été observés jusqu'ici, avec l'indication de leurs diverses périodes :

NOMS DES ÉTOILES.	PÉRIODES.	VARIATIONS DES GRANDEURS	PREMIERS OBSERVATEURS.
	j. h. m.		
β de Persée.	2 20 48	2 à 4	Goodriche 1782. Palitzch 1783.
δ de Cephée.	5 8 37	3. 4—5	Goodriche 1784.
ζ de la Lyre.	6 9 0	3 —4. 5	Goodriche 1784.
η d'Antinoüs.	7 4 15	3. 4—4. 5	Pigott 1784.
α d'Hercule.	60 6 0	3 — 4	Herschel 1796.
ο de la Baleine.	334 21 0	2 — 0	Fabricius 1596.
χ du Cygne.	396 —	6 —11	Kirck 1687.
367 de l'Hydre (1) B.	494 —	4 —10	Maraldi 1704.
34 du Cygne Fl.	18 ans.	6 — 0	Janson 1600.
420 du Lion M.	Plusieurs années.	7 — 0	Koch 1782.
η du Sagittaire.		3 — 6	Halley 1676.
ψ du Lion.		6 — 0	Montanari 1667.

(1) Les lettres B, Fl. et M se rapportent aux catalogues de Bode, de Flamsteed et de Mayer.

On a fait beaucoup d'hypothèses pour expliquer ces singulières variations. Les uns ont prétendu que ces étoiles avaient des taches comme on en observe sur le soleil, et qu'en tournant sur elles-mêmes, elles nous offraient tantôt leur partie brillante, tantôt leur partie couverte de taches. D'autres ont dit avec Maupertuis que le disque des étoiles était aplati, de sorte que tantôt elles nous présentent leur face et tantôt leur tranchant. Enfin l'on a supposé qu'elles étaient comme le soleil entourées de planètes qui parfois, en s'interposant entre elles et nous, les éclipsaient en partie. Les observations futures indiqueront peut-être quelle est celle de ces explications qu'il faut choisir. Toutefois, il paraît que les variations des étoiles peuvent être modifiées quant à leur étendue et à la durée de leur période par des causes physiques qui nous sont inconnues. Ainsi l'étoile o de la Baleine, par exemple, a été quatre ans sans reparaître, et l'étoile χ du Cygne était presqu'invisible pendant les années 1699, 1700 et 1701, aux époques où elle aurait dû atteindre son plus grand éclat.

9. Ces irrégularités dans les variations des étoiles *changeantes* nous amènent à parler d'un phénomène plus remarquable encore, c'est l'apparition soudaine de quelques étoiles dans diverses régions du ciel, et la disparition complète d'autres étoiles, qui ont cessé tout à coup d'être visibles après s'être montrées pendant un temps plus ou moins considérable avec un éclat extraordinaire, et tous les caractères qui distinguent les étoiles permanentes. Dans la première catégorie, par exemple, on peut ranger l'étoile dont on observa l'apparition inopinée, l'an 125 avant Jésus-Christ, et qui donna, dit-on, à

Hypparque, le plus célèbre des astronomes de l'antiquité, la première idée de former une liste de toutes les étoiles connues de son temps, pour avoir désormais le moyen de constater la présence des étoiles nouvelles qui pourraient surgir dans le ciel. Parmi les étoiles qui ont disparu, on peut citer une étoile observée en l'an 389 de notre ère, près α de l'Aigle, et qui pendant trois semaines eut l'éclat de Vénus, puis disparut entièrement. On cite encore une autre étoile qui parut en 1604, dans la constellation du Serpentaire, elle demeura visible pendant un an et on cessa ensuite de l'apercevoir. Mais de tous les astres qui parurent ainsi inopinément au firmament, et qui n'ont eu pour ainsi dire qu'une existence passagère, le plus remarquable sans contredit fut l'étoile qui se montra le 11 novembre 1572, au temps où vivait l'astronome Tycho-Brahé. Cet astre, au moment de son apparition, surpassait tellement les plus belles étoiles qu'il était visible à la simple vue en plein jour. Son éclat augmenta encore pendant quelque temps, puis il diminua graduellement, et au premier janvier 1573, il était déjà considérablement affaibli. Au mois de mars 1574 l'étoile disparut complétement. Sa lumière pendant la durée de cette apparition éprouva des variations aussi remarquables dans sa colorisation que dans son intensité. Lorsqu'on l'aperçut pour la première fois, elle était, disent les observateurs contemporains, d'une *blancheur parfaite*. Sa lumière en 1573, avait jauni en s'affaiblissant; elle prit plus tard la *couleur rouge*, et au rouge succéda une *blancheur livide* qu'elle conserva jusqu'à l'entière disparition de l'astre. Ces diverses teintes qu'a présentées l'étoile de 1572 ont fait supposer qu'elle était un corps in-

candescent, et que les variations de sa couleur n'étaient que le résultat de la combustion arrivée à différents degrés, comme les variations analogues que nous observons dans les corps que nous voyons s'enflammer ou s'éteindre à la surface de la terre. Il est certain que cette hypothèse expliquerait d'une manière très-simple l'apparition si soudaine et ensuite la disparition complète de cette étoile, et des autres astres semblables qui, après avoir été observés à diverses époques, ne se retrouvent plus aujourd'hui dans le ciel. Mais à cet égard, comme on le conçoit, nous en sommes réduits aux conjectures. Les étoiles *temporaires* sont-elles de même nature que les étoiles *permanentes ?* se sont-elles complétement éteintes en effet, ou leur éloignement devenu plus considérable est-il la seule cause qui empêche leur lumière de parvenir jusqu'à nous ? ou bien enfin devons-nous les ranger parmi les étoiles changeantes, qui n'ont pas encore accompli leurs longues périodes depuis l'époque où on les observa pour la première fois ? Ce sont autant d'intéressantes questions dont la solution est réservée aux astronomes des siècles à venir.

On a observé encore des étoiles qui changent de couleur avec le temps. La plus remarquable est celle qu'aperçut Taylor dans le Sagittaire, elle était si brillante qu'on la voyait en plein jour. Après avoir été d'un beau rouge elle devint bleue. M. Arago a remarqué encore que les anciens astronomes plaçaient Sirius, la plus belle des étoiles du ciel, parmi les étoiles rouges, tandis qu'aujourd'hui la blancheur de sa couleur frappe tous les yeux. On n'a pas donné jusqu'ici d'explication satisfaisante de cet étrange phénomène.

10. Certaines étoiles très-rapprochées les unes des autres, forment entre elles des groupes de *deux*, de *trois*, ou de *quatre* étoiles, qui paraissent comme des systèmes à part, en mouvement autour de leur centre commun de gravité, et dont la lumière est un composé de la lumière que nous envoie chacun de leurs éléments en particulier. Lorsque le groupe est composé de deux étoiles seulement, il prend le nom d'*étoile double* (1); on l'appelle *étoile triple*, lorsqu'il est composé de trois étoiles, et ainsi de suite. Un phénomène bien remarquable que nous offrent les étoiles multiples, c'est la colorisation presque toujours différente des éléments qui les composent. Dans les étoiles doubles le plus fort des deux astres est *rouge* ou *jaune* tandis que le plus faible offre une nuance *verdâtre* ou *bleuâtre* prononcée. Ainsi dans la treizième étoile de la Baleine, la grande étoile est *jaune*, la petite est *bleue*, dans η de Persée la grande est *rouge*, la petite est *bleue* sombre, dans φ du Taureau la grande est *rouge*, la petite est *bleuâtre*, dans α d'Hercule la grande est *rougeâtre*, la petite *verte*, dans η de Cassiopée la grande est *rouge*, la petite *bleue*, dans ο d'Ophiucus la grande est *rouge*, la petite *bleue*, etc. Frappé du grand nombre d'étoiles *vertes* ou *bleues* qui existent dans les groupes binaires, contrairement à la loi générale de colorisation des étoiles qui sont pour la plupart d'une lumière *blanche* ou *rouge*, M. Arago, qui s'est beaucoup occupé de cette

(1) ξ de la grande Ourse, λ du Belier, φ du Taureau, etc., sont des étoiles doubles. ζ de l'Écrevisse, et ξ de la Balance nous offrent l'exemple d'étoiles triples où les étoiles composantes sont toutes les trois assez brillantes.

partie de l'astrononomie sidérale, avait d'abord supposé que la teinte bleue de la petite étoile n'existait pas réellement, et qu'elle était l'effet d'une illusion produite par le contraste des couleurs. En effet, on sait en physique qu'une faible lumière *blanche* paraît *verte*, dès qu'on en approche une forte lumière rouge; elle passe au *bleu* quand la lumière environnante est *jaunâtre*. On pouvait donc par analogie supposer que la lumière verte ou bleue de la petite étoile dans les groupes binaires, n'était que l'effet du contraste de la teinte différente des deux éléments, mais outre qu'un grand nombre de cas échapperait à cette règle, on s'est assuré par des expériences précises, que la teinte verte ou bleue de la petite étoile dans les groupes connus sous le nom d'étoiles doubles, appartenait bien réellement à cet astre, et n'avait rien d'emprunté. Quant aux différences que présentent sous ce rapport ces astres avec les autres étoiles qui parsèment le ciel, on peut seulement en conclure que les conditions physiques nécessaires à l'existence d'une teinte bleue ou verte ne se rencontrent que dans les étoiles multiples. Au reste, comme le dit M. Arago, ce phénomène a été remarqué depuis trop peu d'années pour qu'on puisse espérer d'en trouver aujourd'hui une explication plausible. C'est au temps et à des observations précises à nous apprendre si les étoiles vertes ou bleues ne sont pas des soleils déjà en voie de décroissance; si les différentes nuances de ces astres n'indiquent pas que la combustion s'y opère à différents degrés; si la teinte avec excès des rayons les plus réfrangibles que présente souvent la petite étoile, ne tiendrait pas à la force absorbante d'une atmosphère que développerait l'action de

l'étoile, ordinairement beaucoup plus brillante qu'elle accompagne, etc., etc.

11. Il suffit de quelque contemplation du ciel pour retrouver toutes les constellations du moment qu'on en connaît un petit nombre qui peuvent servir à diriger cette recherche. Les étoiles les plus faciles à distinguer dans nos climats sont celles de l'hémisphère boréal; on appelle *étoile pôlaire* celle d'entre elles qui est la plus rapprochée du pôle, elle demeure toujours au-dessus de notre horizon, on s'en assure au moyen du télescope qui permet de la distinguer alors même que le soleil est dans son plus grand éclat. Cette étoile est d'un fréquent usage pour la géographie et la navigation, elle sert à s'orienter pendant la nuit, on l'emploie en astronomie à tracer le plan méridien et à déterminer la latitude du lieu qu'on occupe sur le globe. Voici un moyen facile de la retrouver : les personnes les plus étrangères à l'astronomie connaissent la *grande Ourse*, vulgairement nommée le *Chariot*. Cette constellation (v. fig. 2) est formée de sept étoiles très-brillantes dont quatre disposées en quadrilatère figurent les roues du char, tandis que les trois autres, placées en avant, représentent les chevaux qui le tirent. Si on prolonge vers le nord la ligne qui passe par les deux dernières étoiles du quadrilatère, qu'on désigne par les lettres α et β et qu'on nomme les gardes de l'Ourse, la première étoile que l'on rencontre sur ce prolongement est la *pôlaire*. Cette étoile se trouve à la tête d'une constellation composée de sept étoiles disposées de la même manière que celles de la grande Ourse, mais formant une figure moins étendue et dans une situation renversée ; cette constellation

représentée fig. 3, se nomme la *petite Ourse*. Toutes les étoiles qui la composent, ainsi que celles qui forment la grande Ourse, n'atteignent point l'horizon et par conséquent ne se couchent jamais dans nos climats.

Le même côté du quadrilatère de la grande Ourse qui conduit à l'étoile pôlaire, prolongé dans le même sens, traverse *Pégase* fig. 4, constellation formant sous de plus grandes dimensions la même figure que celle de la grande Ourse. La plus septentrionale des quatre étoiles du carré de Pégase se nomme *la tête d'Andromède*, les deux étoiles qui la précèdent sont le *corps* et le *pied d'Andromède*, et la première étoile de cette figure est la *tête de Persée*. Cette dernière constellation contient comme on l'a dit une de ces étoiles dont la lumière varie dans l'espace de quelques jours, et que par cette raison on a nommées *étoiles changeantes*.

Entre la petite Ourse et Pégase on remarque une constellation composée de cinq étoiles de 3me grandeur, disposées à peu près sous la figure d'un Y dont la queue est brisée, fig. 5, cette constellation se nomme *Cassiopée*. — Entre elle et la petite Ourse trois étoiles de 3me grandeur, disposées en arc de cercle, forment la constellation de *Céphée*. Cassiopée et Persée se trouvent dans la partie blanchâtre du ciel nommée la *Voie lactée*.

Entre les deux Ourses se trouve une suite de plusieurs étoiles qu'on appelle la *queue du Dragon*. La *tête du Dragon* se compose d'un petit quadrilatère formé de quatre étoiles très-visibles sous la petite Ourse et sur le prolongement de la ligne qui passe par les étoiles ζ et η de cette constellation. Le *corps du Dragon* comprend la traînée d'étoiles qui sépare sa tête de sa queue.

Si par l'étoile pôlaire on mène une perpendiculaire à la ligne qui a servi à la trouver on rencontre d'abord le *Cocher*, belle constellation composée de cinq étoiles disposées en pentagone fig. 6, et dont l'une, la *Chèvre*, est de première grandeur. Au-dessous, et sur le prolongement de la même ligne, vous trouverez *Orion*, la plus belle constellation du ciel. C'est un grand quadrilatère fig. 7, au milieu duquel sont rangées l'une auprès de l'autre trois étoiles très-brillantes qu'on nomme le *Baudrier* ou les *trois Rois*, ou bien encore le *Bâton de Jacob*. Cette constellation se fait aussi remarquer par une tache blanchâtre du genre de celles que nous avons nommées nébuleuses.

La perpendiculaire qui sert à trouver la constellation d'Orion, prolongée en sens contraire, donne la Lyre composée d'une belle étoile de première grandeur, *Wega*, au-dessous de laquelle on voit un petit triangle isocèle qui peut servir à la faire reconnaître.

Prolongez la droite $\alpha\ \delta$ qui passe par la queue de la petite Ourse, vous trouvez les *Pléiades* vulgairement nommées *la poussinière*, groupe de six étoiles serrées. Au-dessous et tout auprès, vous remarquez une étoile rougeâtre de première grandeur, c'est *Aldebaran* ou *l'œil du Taureau*, elle se trouve à l'extrémité de la branche inférieure d'un V oblique fig. 8, formé de cinq étoiles très-visibles, ce sont les *Hyades*. Ces deux constellations se trouvent aussi sur le prolongement de la droite qui passe par les trois rois. Cette même ligne prolongée en sens inverse conduit à *Sirius*, la plus belle étoile du ciel, elle fait partie d'un trapèze dont la base est adjacente à un triangle, c'est la constellation du *grand Chien*. Au nord de *Sirius* et formant un triangle équilatéral avec

α d'Orion, se trouve *Procyon* qui fait partie d'une autre constellation qu'on nomme le *petit Chien*.

Sur l'alignement des deux dernières étoiles de la queue de la grande Ourse, se trouve *Arcturus*, la principale étoile du *Bouvier*, et l'une des plus brillantes du ciel. Cette constellation est formée de cinq étoiles disposées comme un pentagone au-dessous duquel se trouve *Arcturus* fig. 9. Entre le Bouvier et la Lyre on voit un groupe d'étoiles disposées en demi-cercle, c'est la *Couronne*; ensuite on trouve *Hercule*, constellation qui se distingue par un quadrilatère d'étoiles de troisième grandeur, la diagonale dirigée vers le midi va passer entre la tête α d'Hercule et la tête α d'*Ophiucus* ou le *Serpentaire*.

Le côté α 6 du quadrilatère de la grande Ourse qui donne l'étoile polaire, prolongé dans le sens opposé, indique une constellation de quatre belles étoiles formant un trapèze, c'est celle du *Lion* fig. 10. La base inférieure renferme une étoile de première grandeur *Régulus* ou le cœur du Lion. — Sur la diagonale α γ du même quadrilatère prolongée vers le sud, se trouve une belle étoile de première grandeur l'*Epi de la Vierge*. La constellation de la *Vierge* dont elle fait partie se fait remarquer par cinq étoiles de troisième grandeur formant un V ouvert. — Sur le prolongement de l'autre diagonale δ 6 du carré de la grande Ourse, on trouve un grand parallélogramme oblique composé de sept étoiles qui forment la constellation des Gémeaux, les deux premières α et 6 sont *Castor et Pollux* fig. 11.—La même diagonale prolongée dans le sens opposé indique le *Scorpion* et *Antarès*, étoile primaire qui en fait partie et qu'on nomme aussi le cœur du Scorpion. — Tout auprès on voit la *Balance*

comprise entre l'épi de la Vierge et la tête du Scorpion où elle vient se terminer. Les Egyptiens et les Chaldéens réunissaient ces deux constellations en une seule, ils comprenaient la Balance dans les serres du Scorpion.

Les cinq dernières constellations que nous venons d'indiquer se trouvent sur une bande de la sphère céleste, large de 17° 20′, que l'on nomme *zodiaque*. Cette zone est divisée en deux parties égales par un grand cercle de la sphère incliné sur l'équateur de 23° 27′ $\frac{1}{2}$ (*fig.* 1). Ce cercle dont nous aurons fréquemment occasion de parler dans la suite se nomme *Écliptique*.

Les constellations qui composent cette zone sont au nombre de douze, on les désigne par des caractères particuliers et on leur donne le nom de *signes du zodiaque*. Chacun de ces signes comprend trente degrés d'un grand cercle de la sphère. Quand on connaît deux de ces constellations, il est aisé de retrouver toutes les autres qui se succèdent dans l'ordre suivant :

♈ *le Bélier.*	♉ *le Taureau.*	♊ *les Gémeaux.*
♋ *le Cancer.*	♌ *le Lion.*	♍ *la Vierge.*
♎ *la Balance.*	♏ *le Scorpion.*	♐ *le Sagittaire.*
♑ *le Capricorne.*	♒ *le Verseau.*	♓ *les Poissons.*

Ces exemples suffisent pour montrer comment, en s'aidant d'une carte céleste, on parviendrait sans le secours d'aucun instrument à reconnaître toutes les constellations. Le procédé que nous avons suivi et qui consiste à prendre pour base quelques-unes des constellations les plus faciles à retrouver pour en déduire la situation de toutes les autres, se nomme méthode des alignements.

Elle est utile pour donner aux commençants une première idée de la disposition générale du ciel, mais les astronomes ont pour classer et fixer la position des étoiles des méthodes plus savantes et plus précises que nous ferons bientôt connaître.

Nous terminerons ce chapitre destiné à une reconnaissance sommaire des différents astres qui brillent dans le ciel, par la nomenclature complète de toutes les constellations aujourd'hui adoptées par les astronomes.

Les anciens partageaient les étoiles en 48 constellations, dont vingt-et-une comprises dans l'hémisphère boréal, c'est-à-dire entre l'équateur et le pôle nord; quinze dans l'hémisphère austral, c'est-à-dire entre l'équateur et le pôle austral; et douze comprises dans cette zone étroite de la sphère céleste que nous avons nommée zodiaque.

Constellations boréales des anciens :

1 La petite Ourse.
2 La grande Ourse.
3 Le Dragon.
4 Céphée.
5 Le Bouvier.
6 La Couronne boréale.
7 Hercule.
8 La Lyre,
9 Le Cygne.
10 Cassiopée.
11 Persée.
12 Le Cocher.
13 Le Serpentaire ou Ophiucus.
14 Le Serpent.
15 La Flèche.
16 L'Aigle.
17 Le Dauphin.
18 Le petit Cheval.
19 Pégase.
20 Andromède.
21 Le Triangle.

A ces constellations imaginées par les premiers astro-

nomes on a ajouté plusieurs siècles après les deux suivantes formées de quelques étoiles qui se trouvaient éparses entre les anciennes constellations, et que par cette raison on nommait étoiles informes; ce sont *Antinoüs* et la *Chevelure de Bérénice*, désignée aussi sous le nom de *Gerbe de Blé*.

Constellations zodiacales :

22 Le Bélier.
23 Le Taureau.
24 Les Gémeaux.
25 Le Cancer.
26 Le Lion.
27 La Vierge.
28 La Balance.
29 Le Scorpion.
30 Le Sagittaire.
31 Le Capricorne.
32 Le Verseau.
33 Les Poissons.

Constellations australes :

34 La Baleine.
35 Orion.
36 L'Eridan.
37 Le Lièvre.
38 Le petit Chien.
39 Le grand Chien.
40 Le Vaisseau.
41 L'Hydre.
42 La Coupe.
43 Le Corbeau.
44 Le Centaure.
45 Le Loup.
46 L'Autel.
47 La Couronne australe.
48 Le Poisson austral.

Les constellations ajoutées par les astronomes modernes, sont :

Dans la partie boréale,

Le petit Lion.
Le Lézard marin.

Le Levrier.	Le petit Triangle.
Le Sextant d'Uranie.	La Mouche ou le Lys.
Le Rameau de Cerbère.	La Reine.
Le Taureau-Royal.	La Messier.
Le Taureau de Poniatowski.	La Giraffe.
Le Renard et l'Oie.	Le Lynx.

Dans la partie australe :

Le Fourneau de chimie.	La Licorne.
Le Réticule rhomboïde.	La Boussole.
Le Burin du graveur.	La Machine pneumatique.
La Dorade.	Le Solitaire.
L'Horloge astronomique.	La Croix australe.
La Règle.	La Mouche ou l'Abeille.
Le Compas.	Le Caméléon.
Le Triangle austral.	Le Poisson volant.
La Colombe.	Le Télescope.
Le Chevalet du peintre.	L'Oiseau de Paradis.
La Montagne de la Table.	La Grue.
L'Écu de Sobieski.	Le Toucan.
L'Indien.	L'Hydre mâle.
L'Octant.	L'Atelier du sculpteur.
Le Microscope.	Le Phénix.

Le nombre des étoiles visibles à l'œil nu est d'environ *deux mille cinq cents;* les astronomes de l'antiquité n'en comptaient que *mille vingt-deux*, mais le nombre des étoiles qu'on découvre avec le secours du télescope augmente d'une manière prodigieuse, et il peut s'élever alors à plusieurs millions. La plupart des étoiles contenues dans les constellations modernes ne peuvent être

aperçues qu'avec des instruments, et sont imperceptibles à la vue simple.

Plusieurs des principales étoiles, outre les lettres qui les distinguent dans les diverses constellations qu'elles occupent, ont reçu des noms particuliers qu'il est souvent utile de connaître. Voici le tableau des plus importantes.

Sirius, dans la bouche du *grand Chien*, est l'une des plus brillantes des étoiles du ciel; elle égale Jupiter par son éclat.

L'*Épaule droite d'Orion*. *Rigel*, ou le *Pied gauche d'Orion*. Trois étoiles serrées et brillantes, au centre de cette constellation, forment les *trois Rois* ou le *Baudrier d'Orion*.

Aldébaran, ou l'*Œil du Taureau*. Les *Pléiades* et les *Hyades* font aussi partie de cette constellation, les Pléiades sont sur le dos et les Hyades sur le front du Taureau.

La *Chèvre*, dans la constellation du *Cocher*.

Wega, dans celle de la *Lyre*.

Arcturus, dans le Bouvier,

Antarès, ou le cœur du Scorpion.

L'*Épi* de la Vierge, dans la constellation de ce nom.

Alphard, ou le cœur de l'Hydre.

Régulus, ou le *Cœur du Lion*.

La *Queue du Lion*.

Canopus, dans la constellation du Vaisseau.

Fomalhaut, dans celle du Poisson austral.

Acharnar du plus vif éclat, dans l'Éridan.

Toutes les étoiles précédentes sont de première grandeur.

La *Pôlaire* de 2me grandeur, à l'extrémité de la queue de la petite Ourse.

Altair de 2me grandeur, dans la constellation de l'Aigle.

Le *Cœur de Charles* de 3me grandeur, dans les Levriers.

Procyon de 2me grandeur, dans la constellation du petit Chien.

Castor et Pollux de 2me grandeur, dans les Gémeaux.

La *Queue du Cygne*, etc., etc.

La *Voie lactée* embrasse la queue du Scorpion; de là cette bande se partage en deux branches : l'une au nord-est se dirige vers le Sagittaire, l'Écu de Sobieski, l'Aigle, la Flèche et l'Oie; l'autre va au nord en passant sur le pied et l'épaule orientale d'Ophiucus, le Taureau royal, le Cygne, et rejoint à la queue du Cygne la première bande dont elle s'est un peu écartée. La Voie lactée traverse ensuite Céphée, Cassiopée, Persée, les deux côtés inférieurs du pentagone du Cocher, les pieds des Gémeaux, la Licorne, le Vaisseau, la Croix du sud, α et β du Centaure, et revient enfin à la queue du Scorpion.

CHAPITRE II.

Instruments d'Astronomie. — Réfraction de la lumière. — Lentilles convexes et concaves. — Description de l'œil. — Lunette astronomique. — Micromètre. — Télescope. — Quart de cercle mural. — Lunette méridienne. — Horloge astronomique.

12. Si l'homme fût resté abandonné à ses propres forces devant les phénomènes de l'univers, il n'aurait jamais fait que de faibles progrès dans la carrière des sciences. Mais il trouva dans son génie les moyens de suppléer à la faiblesse de ses organes, d'en agrandir la portée, d'en décupler la puissance, et alors il put aspirer dans son ambition à pénétrer les plus intimes secrets de la nature. Sa vue parcourut sans se troubler cette immense distance qui nous sépare des astres que nous admirons dans les cieux; aidée du secours des lunettes elle osa sonder les profondeurs de l'espace, avec le microscope elle put étudier jusque dans leur essence d'autres corps, qui bien qu'à notre proximité semblaient par l'extrême délicatesse de leurs éléments, devoir se soustraire pour jamais à la grossièreté de nos perceptions. Enfin ce que les instruments de l'optique et de l'horlogerie avaient fait pour les facultés physiques de l'homme, la science du calcul le fit pour son intelligence, elle en recula les limites, et lui permit d'embrasser par son aide une suite d'idées dont la multiplicité et l'enchaînement ne lui auraient offert, sans ce guide toujours sûr, qu'un labyrinthe inextricable.

L'invention de ces merveilleux auxiliaires de notre faiblesse, formant l'une des conquêtes les plus brillantes de l'esprit humain, nous ne pouvions nous dispenser de nous y arrêter dans un ouvrage où nous avons eu pour but principal de montrer par quelle série de découvertes heureuses il est parvenu à donner à la plus sublime des sciences naturelles, le haut degré de perfection qu'elle a atteint aujourd'hui. D'ailleurs il serait difficile de parler des observations astronomiques sans avoir donné au moins une idée des agents dont leur pratique a besoin, car la bonté des observations dépend avant tout de la précision des instruments.

Ceux qu'emploie l'astronomie peuvent se diviser en trois classes.

1° Les instruments qui servent à prolonger la vue.	Les lunettes et les télescopes.
2° Ceux qui servent à mesurer les angles.	Le quart de cercle mural, la lunette méridienne, le cercle répétiteur.
3° Ceux qui servent à mesurer le temps.	Le clepsydre chez les anciens, l'horloge astronomique chez les modernes.

Nous allons examiner successivement ces trois classes d'instruments.

13. Sans entrer dans le détail des calculs mathématiques qui ont servi à perfectionner les lunettes, nous nous contenterons de rappeler ici quelques principes d'optique qui suffiront à l'intelligence de leur construction et de leur usage.

Lorsqu'un rayon de lumière, pour arriver jusqu'à nous, traverse des milieux transparents de différente densité,

il subit une inflexion qui le détourne de la ligne droite et que l'on nomme *réfraction*. Si ce rayon rencontre sur sa route une surface polie non transparente, il est repoussé en sens inverse, et ce phénomène se nomme *réflexion*.

L'angle compris entre la perpendiculaire à la surface de séparation des deux milieux et le rayon incident, est ce qu'on appelle *angle d'incidence*, l'angle compris entre cette droite et le rayon réfléchi ou entre son prolongement et le rayon réfracté se nomme *angle de réflexion* ou *de réfraction*.

Soit A B (*fig.* 12) un rayon lumineux qui tombe obliquement sur une plaque de verre M N, dont les deux faces sont parallèles, en traversant le verre ce rayon se détournera de sa direction en se rapprochant de la perpendiculaire à la surface M N au point B, mais en sortant du verre en C, le rayon redeviendra parallèle à sa première direction. C'est un principe que l'on peut admettre comme un résultat des premières expériences d'optique (1).

(1) Les lois de la réfraction et de la réflexion de la lumière ou langage géométrique s'expriment ainsi : Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu dans un autre milieu de densité différente : 1° *le rayon incident et le rayon réfracté sont toujours compris dans un même plan normal à la surface d'incidence;* 2° *le sinus de l'angle d'incidence et le sinus de l'angle de réfraction sont entre eux dans un rapport constant quels que soient ces angles*, c'est-à-dire qu'en nommant I l'angle d'incidence et R l'angle de réfraction on aura $\sin I = n \sin R$, n étant une quantité constante qui dépend de la nature des deux milieux traversés et de leur densité. Cette belle propriété découverte par Descartes est le principe fondamental de toute cette partie de l'optique qui traite de la réfraction de la lumière et qu'on a nommée *Dioptrique*. Si le rayon lumineux au lieu de pénétrer dans le

Supposons maintenant que les deux faces du verre ne soient plus parallèles et qu'il ait la forme d'un prisme MNP (*fig.* 13); le rayon AB reçu sur la face supérieure MN ne sortira plus parallèle; il éprouvera une déviation à sa sortie en C qui le rapprochera de la base du prisme, et qui dépendra à la fois de l'angle d'incidence et de l'ouverture du prisme. On pourra donc profiter de cette circonstance pour réunir au même point plusieurs rayons lumineux émanés d'un même objet, de manière à en rendre l'éclat plus sensible.

En effet soit L un objet quelconque d'où partent des rayons lumineux *ab*, *ac*, *ad*, etc., le rayon qui tombe perpendiculairement sur la surface plane en *b* traversera le verre *bm* sans se détourner, et continuera à se mouvoir sur la ligne *abmf*, si au rayon oblique *ac* vous présentez un prisme en *c*, il changera de direction à sa sortie du verre, se rapprochera de la ligne *ab* dont il tendait primitivement à s'écarter, et se réunira quelque part en *f* au premier rayon *ab*; il en serait de même des rayons *ad*, *ae*, etc. pourvu que les dimensions des différents prismes, *cn*, *dp*, *eq*, etc. fussent calculés de manière que tous les rayons refractés aient un point de concours unique en *f*. Or, l'expérience a montré que l'on peut remplacer cet assemblage de prismes par une surface continue au moyen d'un verre sphérique convexe

second milieu est réfléchi à la surface de séparation : 1° *Le rayon incident et le rayon réfléchi seront compris dans un même plan perpendiculaire à cette surface;* 2° *L'angle de réflexion est toujours égal à l'angle d'incidence.* Ces deux principes servent de base à cette partie de l'optique qui traite de la réflexion de la lumière et qu'on a nommée *Catoptrique*.

des deux côtés et de fort peu d'épaisseur. Ce verre est ce qu'on nomme *une lentille*. Le rayon qui tombe perpendiculairement sur le point central en *a* (fig. 14) traverse le verre sans éprouver aucune déviation, à cause du parallélisme des éléments des deux surfaces de la lentille en ce point. Le rayon oblique qui vient tomber en *b* éprouve une forte déviation, parce qu'à ce point, le prisme qui forme les éléments de la lentille a deux faces très-inclinées, tous les rayons intermédiaires éprouvent des réfractions proportionnelles à leur distance du rayon O*a*, et il en résulte que tous les rayons émanés du point O, et qui tombent sur la lentille bi-convexe MN, se réunissent en un point unique F. Ce point se nomme *foyer* de la lentille.

On conçoit que par une courbure convenable donnée aux deux faces d'une lentille, on peut éloigner ou rapprocher selon le besoin le foyer; on remarquera encore qu'un faisceau de rayons parallèles, émanés d'un corps lumineux indéfiniment éloigné, peut aussi en traversant une lentille, être réuni en un seul et même point. En effet, considérons (*fig.* 15) les rayons parallèles *ab*, *ac*, *ad*, etc., le rayon *ab* n'éprouve pas de réfraction, tous les autres en subissent une qui est d'autant plus forte qu'ils sont plus éloignés du centre; de sorte qu'à leur sortie ils iront tous se réunir en un même point F. Réciproquement, si l'on place en ce point un corps lumineux d'où partent des rayons divergents F*m*, F*n*, F*p*, etc., et qui traversent la lentille, ces rayons en sortiront parallèles ou n'iront se réunir qu'à une distance infinie.

Le point où se réunit après la réfraction un faisceau

de rayons parallèles est ce qu'on nomme spécialement *le foyer* de la lentille; le calcul montre que si les deux faces de la lentille ont une égale convexité, le foyer des rayons parallèles se trouve au centre de figure de la face qui leur est opposée. Ainsi, plus la convexité de la lentille sera grande, plus les rayons convergeront rapidement après la réfraction, et plus le foyer de la lentille sera rapproché.

Une lentille dont les faces sont concaves au lieu d'être convexes, rend divergents à leur sortie les rayons qui tombent sur la face opposée, c'est ce dont il est aisé de se convaincre en remarquant que dans ce cas les prismes dont le verre se compose ont le tranchant tourné vers l'axe de la lentille, c'est-à-dire qu'ils sont en sens inverse de la position qu'ils occupent dans la lentille bi-convexe; or, comme la réfraction s'opère toujours vers la base du prisme, si l'une fait converger les rayons après la réfraction, l'autre doit les faire diverger.

Une lentille est *bi-convexe*, *bi-concave*, *plan convexe plan-concave*, selon que ses deux faces sont convexes ou concaves, ou que l'une de ses faces étant plane, l'autre face est convexe ou concave.

14. Ces propriétés des lentilles bien entendues, il est aisé de comprendre la construction et les effets des divers instruments que l'astronomie emprunte à l'optique, mais comme de tous ces instruments, l'œil humain est à beaucoup près le plus parfait et le plus merveilleux, il est juste de commencer par en donner ici une courte description; on appréciera mieux d'ailleurs ensuite les moyens par lesquels la science a cherché à en corriger les imperfections ou à en étendre la portée.

Sans entrer ici dans des détails qui tiendraient plus de l'anatomie que de la physique, bornons-nous à dire quelques mots des principales parties qui composent ce précieux organe. Le globe de l'œil est formé d'une enveloppe membraneuse *abc* (*fig.* 16), qui l'enferme comme dans une espèce de chambre obscure et qu'on a nommée la *cornée*. Cette membrane, en arrivant à la partie extérieure de l'œil, s'amincit et devient diaphane pour donner passage à la lumière; elle prend alors le nom de *cornée transparente*. Derrière cette partie de la cornée se trouve à l'intérieur une autre membrane *ambm* diversement colorée qu'on appelle l'*iris*; elle est percée au centre d'un trou qui nous semble noir, au milieu de l'iris, et qu'on nomme la *pupille* ou la *prunelle*. Derrière ce trou est placé un corps d'une substance membraneuse parfaitement transparente, qui a la forme d'un verre convexe et qu'on nomme le *cristallin*. La partie opposée EGF de l'intérieur de l'œil est tapissée d'un tissu nerveux d'un gris blanchâtre, sur lequel se peignent les images des objets extérieurs et qui, par l'intermédiaire du nerf optique, en transmet la sensation au cerveau. Ce tissu se nomme la *rétine*.

L'espace compris entre la cornée transparente A*ab* et le cristallin *ed* est rempli d'une substance fluide qu'on nomme l'*humeur aqueuse*; la cavité de l'œil, comprise entre le cristallin et la rétine, est remplie d'une espèce d'humeur gélatineuse parfaitement transparente qu'on nomme l'*humeur vitrée*. Tous les rayons de lumière qui pénètrent dans l'œil sont obligés de traverser les quatre matières transparentes qui composent la cornée, l'humeur aqueuse, le cristallin et l'humeur vitrée, et les

différentes modifications qu'ils y éprouvent produisent tous les phénomènes de la vision.

La pupille fait pour l'œil l'effet d'une lentille; les rayons de lumière qui la frappent obliquement éprouvent des réfractions différentes et viennent, après l'avoir traversée, se réunir en un même point placé sur la rétine, lorsque l'œil est bien conformé. Si ce point de concours était placé en deçà ou au delà, la rétine coupant le faisceau de rayons lumineux avant ou après leur point de jonction, il s'en suivrait que l'œil recevant à la fois l'impression des divers rayons émanés d'un même point, n'en percevrait plus qu'une idée confuse. Lorsque le cristallin est trop aplati, les rayons lumineux ne convergeant point assez à leur entrée dans l'œil quand l'objet dont ils émanent est à une médiocre distance, leur point de réunion tombe au delà de la rétine; l'œil n'aperçoit alors distinctement que les objets éloignés; ce défaut de la vue se fait remarquer ordinairement chez les viellards; on y remédie en interposant entre l'œil et l'objet qu'on considère un verre bi-convexe qui, en augmentant la convergence des rayons, force leur point de réunion à tomber exactement sur la rétine. Les personnes affectées de cette infirmité se nomment *presbytes*; les *myopes* ont le défaut contraire, ils ne voient distinctement que les objets fort proches de leurs yeux. Cette imperfection de la vue tient d'ordinaire à ce que le cristallin étant trop arrondi, les rayons des objets éloignés convergent trop à leur entrée dans l'œil et se croisent avant d'avoir atteint la rétine; on remédie à ce défaut par l'interposition d'un verre concave qui, ayant la propriété de rendre

les rayons plus divergents, éloigne le foyer du cristallin et corrige l'imperfection de sa conformation.

15. Lorsque pour considérer un objet nous l'approchons trop près de nos yeux, nous nous plaçons dans la même position que les presbytes, parce que les rayons étant trop peu convergents à leur entrée dans l'œil, le faisceau lumineux rencontre la rétine avant leur réunion, ce qui produit de la confusion dans l'image qu'ils y tracent. Dans beaucoup de circonstances cependant il est fort utile de pouvoir considérer de très-près un objet qu'on veut examiner, c'est ce qu'on peut faire avec le secours d'un verre bi-convexe. En effet, d'après la propriété des verres de cette espèce, les rayons émanés du corps LM (*fig.* 17) qui se trouve au foyer F, en sortiront parallèles, en sorte que l'objet devient visible pour l'œil armé d'une semblable lentille comme s'il s'en trouvait séparé par une grande distance. Aussi la lentille ou *loupe* dont se servent les naturalistes n'est-elle qu'un verre bi-convexe d'un très-court foyer: et elle n'a d'autre propriété que de permettre à l'œil de considérer les objets à une distance si rapprochée qu'ils seraient imperceptibles sans son secours. Mais ce simple rapprochement suffit pour en augmenter beaucoup pour nous la grosseur apparente. En effet, supposons par exemple que l'objet placé au foyer de la loupe ne pût être aperçu à l'œil nu qu'à une distance de huit pouces, et que le foyer de la loupe fût de $\frac{1}{2}$ ligne; avec son aide on verra l'objet comme s'il était éloigné de huit pouces et sous le même angle qu'on le verrait à la distance d'une demi-ligne; or cet angle est à l'angle sous lequel nous le verrions distinctement à l'œil nu comme les distances qui nous en

séparent, c'est-à-dire comme $\frac{1}{2}$ ligne est à 8 pouces ou comme 1 est à 192, la grandeur de l'objet se trouve donc augmentée dans la même proportion. Ainsi le pouvoir amplifiant d'une loupe est d'autant plus fort que son foyer est plus court.

La lunette astronomique est composée de deux lentilles AB et *ab*, dont l'une a un foyer très-éloigné et l'autre un foyer très-court. Ces lentilles sont adaptées aux extrémités d'un tube de cuivre (*fig.* 18) et disposées de manière que les deux foyers coïncident en un point commun F. Les rayons émanés d'un objet éloigné MN en tombant parallèlement sur la lentille AB, s'y réfractent et se réunissent, après l'avoir traversée, au foyer F, où ils reproduisent l'image de l'objet; en continuant ensuite leur route, ils viennent tomber en divergeant sur la seconde lentille *a b*, ils subissent une nouvelle réfraction et entrent parallèlement dans l'œil placé en O pour les recueillir.

Les deux lentilles AB, et *ab* ont donc deux destinations différentes : 1° La première, tournée du côté de l'objet, et que par cette raison l'on nomme l'*objectif*, reçoit les rayons lumineux qui viennent de l'astre observé, et le transporte pour ainsi dire sous nos yeux par l'image nette et lumineuse qu'elle en forme au foyer F ; 2° La seconde, où l'œil vient se placer, et que l'on nomme l'*oculaire*, sert uniquement à considérer de très-près cette image sans trouble dans la vision, comme on considérerait à l'aide d'une loupe un objet réel. D'après cela on conçoit que la première lentille doit être toujours beaucoup plus grande que la seconde, parce que plus l'objectif est grand, plus les rayons lumineux qu'il recueille sont nombreux, et mieux l'image formée au foyer est éclairée,

les dimensions de l'oculaire au contraire sont déterminées par celles de la prunelle de l'œil qu'elles ne peuvent pas dépasser.

La lunette que nous venons de décrire présente les objets dans une situation renversée, c'est ce dont il est aisé de se convaincre par l'inspection de la figure 18. On voit en effet que les rayons partis de l'extrémité M de l'objet MN traversent l'objectif en A et vont tomber au point *b* de l'oculaire, tandis que les rayons partis de l'autre extrémité N, tombent en B sur l'objectif et traversent l'oculaire en *a*. Si les lunettes ordinaires présentaient les objets terrestres dans cette situation renversée, ce serait un grave inconvénient; mais dans les lunettes astronomiques il est assez indifférent que le bord supérieur d'un astre nous paraisse occuper la place du bord inférieur, et réciproquement, et d'ailleurs les apparences sont identiquement les mêmes pour tous les astres.

Le but d'une lunette est d'éclairer et d'amplifier les objets; ces avantages résultent de sa construction. En effet, les rayons reçus sur la surface de l'objectif sont réunis au foyer dans un espace moins étendu; l'objet en paraît donc mieux éclairé et plus facile à distinguer. Quant au grossissement des lunettes, pour s'en faire une idée exacte, il faut remarquer que les objets nous paraissent d'autant plus grands que nous les voyons sous de plus grands angles; c'est par cette raison que le même arbre ou le même clocher nous semble diminuer lorsque nous nous en éloignons; et en effet l'angle compris entre les rayons visuels menés de notre œil à leurs extrémités se resserre de plus en plus à mesure que la distance augmente. Or, l'effet d'une lunette est de nous montrer les

objets sous un angle plus grand qu'ils ne paraîtraient à la vue simple. Ainsi dans la figure 19, les rayons partis des deux extrémités de MN, en faisant abstraction des rayons obliques émanés des mêmes points et qui ne font que s'ajouter aux rayons principaux, formeront au foyer *a* de l'objectif une image de l'objet ; si cette image était reçue sur un écran et qu'on la considérât à l'œil nu, elle paraîtrait déjà plus grande que MN ; en effet, en nous supposant placés en D, nous verrions MN sous l'angle MDN ou ce qui revient au même, sous l'angle *b*D*a* qui lui est égal ; or, pour voir l'image *ab* nous nous en éloignerons seulement de sept à huit pouces, distance nécessaire pour que les rayons entrent dans notre œil sans confusion ; l'angle sous lequel nous verrons l'image sera donc beaucoup plus grand que l'angle *b*D*a*, puisque la distance focale D*a*, dans toutes les lunettes astronomiques, est toujours supposée beaucoup plus grande que sept à huit pouces. L'objet MN doit donc déjà nous paraître amplifié par le seul fait de l'objectif ; mais l'intervention de l'oculaire le grossit encore dans une bien plus grande proportion. En effet, la loupe dont la distance focale est très-courte, nous permet de voir l'image *ab*, non plus à une distance de huit pouces, mais comme si notre œil était placé en E, c'est-à-dire sous l'angle *b*E*a* ; or, dans le triangle D*b*E, les angles D et E étant supposés peu considérables, sont entre eux à très-peu près en raison réciproque des segments adjacents E*a*, et D*a* c'est-à-dire qu'on a la proportion E : D :: D*a* : E*a* ; Or, D*a* est la distance focale de la première lentille, E*a* la distance focale de la seconde ; donc l'angle sous lequel on voit l'objet par la lunette est augmenté par rapport à

l'angle sous lequel il paraîtrait à la vue simple dans le rapport des distances focales des deux lentilles, ou dans le rapport des rayons de leurs convexités, *le grossissement d'une lunette est donc d'autant plus fort que le foyer de l'oculaire est plus court en comparaison du foyer de l'objectif.*

On a donc ainsi le moyen de connaître d'avance le pouvoir amplifiant d'une lunette quelconque, et l'on peut le doubler ou le tripler en lui donnant un oculaire dont le foyer soit la moitié ou le tiers plus court. D'après cela on pourrait croire qu'il est permis d'augmenter à l'infini le pouvoir amplificatif, mais la constitution de nos yeux nous impose des limites à cet égard. Il doit toujours exister entre les distances focales de l'objectif et de l'oculaire un certain rapport au delà duquel les images deviennent confuses, et passé ce terme, on ne peut plus augmenter le grossissement d'une lunette à moins de lui donner un objectif d'une surface plus grande, d'un foyer plus long, et à moins de changer par conséquent les dimensions de l'instrument (1).

(1) La première condition d'une bonne lunette c'est que la peinture focale soit nette, et que par conséquent tous les rayons partis d'un *même point* de l'objet se soient concentrés en *un seul point* dans l'image. Si au contraire les rayons qui émanent d'un même point ne se réunissent pas au foyer en un seul point, les rayons des différentes parties de l'objet empiétent les uns sur les autres, et l'image est confuse. Le défaut de netteté qui existe à différents degrés dans toutes les lunettes dépend entièrement de l'objectif, et sera d'autant moins sensible que l'artiste qui l'a construit sera parvenu à donner à la lentille une courbure régulière plus rapprochée de celle que la théorie lui assigne. L'oculaire ne saurait faire disparaître les imper-

Les lunettes astronomiques grossissent ordinairement 70 à 100 fois les objets, dans quelques-unes même le grossissement va jusqu'à mille fois. Mais il ne faut donner à ces expressions que le sens que les astronomes y attachent, et ne pas s'attendre par exemple à trouver la lune cent fois plus grande qu'elle ne l'est à la vue simple dans une lunette qui sera donnée pour grossir cent fois; cela veut dire simplement que cette lunette présente les objets sous un angle cent fois plus grand qu'on ne le verrait à l'œil nu, mais la grandeur que nous attribuons à un corps ne dépend pas seulement de cet angle, l'éloignement auquel nous le supposons y entre aussi pour beaucoup; ainsi plusieurs objets vus sous le même angle ne nous paraîtront cependant point égaux entre eux si nous les jugeons à des distances différentes. Or, comme cette appréciation par nos sens de la grandeur réelle d'un corps devient ainsi tout à fait arbitraire, et ne pourrait servir à estimer le grossissement des lunettes, on y a suppléé par l'angle de la vision, quantité mathématique que l'on peut toujours exactement mesurer.

On place ordinairement dans l'intérieur du tube des lunettes astronomiques un anneau circulaire noirci qu'on nomme *diaphragme*, et qui a pour but d'intercepter les rayons qui proviennent des bords de l'objectif, parce qu'ils sont sujets à se décomposer et produisent des iris qui rendent les images moins nettes que celles qui ré-

fections résultantes de cette cause; l'office qu'il remplit exclusivement comme on l'a vu, est de grossir, il amplifie tout ce qui est dans l'image, les défauts comme le reste. (M. Arago, Annuaire 1834.)

sultent des rayons plus voisins du centre. Le diaphragme a encore pour objet d'arrêter les rayons qui seraient irrégulièrement réfléchis par les parois intérieurs du tube.

L'espace du ciel que l'on découvre en se plaçant à l'oculaire se nomme le *champ* de la lunette. Tout objet dont l'image au foyer dépasse le diamètre du tube ne peut être vu tout entier dans la lunette. C'est ce qui explique pourquoi l'on n'aperçoit qu'en partie le soleil et la lune dans les *lunettes méridiennes* qu'on emploie ordinairement dans les observatoires.

Comme la précision des observations dépend surtout de l'appréciation exacte de l'instant où l'astre qu'on observe passe par le centre de l'instrument et que les étoiles mettent deux à trois minutes à traverser le champ d'une lunette astronomique, on place au foyer commun de l'objectif et de l'oculaire deux fils qui se croisent à angle droit, on observe ensuite la minute, la seconde et la fraction de seconde où l'étoile se trouvait à l'intersection des fils, et comme les étoiles n'emploient pas 1″ à traverser ces fils, on peut avoir ainsi à moins d'une seconde d'erreur près l'instant précis du passage par le centre de la lunette.

Pour plus d'exactitude encore, au lieu d'un seul fil vertical on en place quatre autres à droite et à gauche du premier, et l'on observe l'astre à mesure qu'il traverse chacun de ces fils, on a ainsi cinq observations du même astre; et en prenant la moyenne entre les temps des passages on parvient à fixer quelquefois à un *dixième* de seconde près l'instant précis ou il a traversé le plan de l'instrument.

16. Cet assemblage de fils est ce qu'on nomme un *réti-*

cule. Les astronomes introduisent souvent aussi dans leurs lunettes un autre appareil nommé *micromètre* qui sert à mesurer les diamètres apparents des astres. Il est composé de deux fils parallèles qui peuvent s'éloigner ou se rapprocher au moyen d'une vis, et qui sont traversés par un troisième fil qui leur est perpendiculaire. Une aiguille qui tourne sur un cadran joint à l'instrument indique le nombre de tours que l'on fait faire à la vis, et chacun d'eux répond à un accroissement dans l'intervalle des fils évalué d'avance par l'observation ; lors donc qu'un astre se présente dans le champ de la lunette, et qu'on a écarté les deux fils du micromètre de manière que son disque apparent soit compris entre eux, le nombre des tours donnés à la vis ou l'intervalle qui lui correspond évalué en secondes sera la mesure de son diamètre.

Il existe une autre espèce de micromètre qu'on nomme *micromètre extérieur*, qui sert à sous-diviser les intervalles marqués sur le limbe des instruments d'astronomie et que l'artiste n'aurait pu resserrer sans confusion. Ce micromètre consiste en une espèce de règle dentelée (*fig*. 20) dont les intervalles sont également espacés; à la dentelure inférieure est pratiquée une ouverture qui marque le zéro de l'échelle ; cette règle est enfermée dans une boîte en cuivre, deux fils mobiles disposés en croix peuvent parcourir à l'aide d'une vis placée à l'extérieur tous les intervalles de la règle, et une aiguille marque sur un cadran divisé en secondes le nombre de tours et de subdivisions de tours donnés à la vis. D'après cela il est aisé de concevoir l'usage de cet appareil ; en effet, si l'on fait correspondre le zéro du micromètre à l'une des

divisions du limbe, en amenant la croisée des fils mobiles jusqu'à ce qu'ils correspondent à la division voisine, on saura à quel nombre de secondes équivalent les tours donnés à la vis, et par conséquent la valeur de chaque tour. Ainsi, si le cercle de l'instrument est divisé de 5 en 5 minutes, et s'il a fallu dix tours de vis pour parcourir une division entière ou 300″, on en conclura que chaque tour vaut 30″. Si donc on veut connaître avec exactitude l'arc compris entre le zéro du cercle et un point qui tombe dans l'intervalle de deux divisions, on amènera le zéro du micromètre à correspondre avec ce point; le nombre de tours et de parties de tours qu'il faudra donner à la vis, pour amener la croisée des fils à tomber sur la division la plus voisine, donnera le nombre de secondes qu'il faut ajouter ou retrancher de la division marquée sur le cercle pour avoir l'arc cherché. Un microscope joint au micromètre sert à faciliter la lecture des divisions du cercle. Le *vernier* et le *nonius* sont encore deux instruments très-ingénieux qui servaient au même usage que le micromètre que nous venons de décrire, mais qu'on n'emploie plus guère depuis son invention.

17. La lumière solaire est composée de rayons différemment colorés qui ne se réfractent pas tous également en passant d'un milieu dans un autre (1), ce qui fait qu'en

(1) Si dans l'intérieur d'une chambre obscure, on reçoit sur un écran un rayon de lumière solaire après son passage à travers un prisme; il s'y forme une image oblongue diversement colorée. Le rayon solaire est donc un faisceau d'autres rayons de differentes couleurs et qui sont séparés par le prisme, en vertu de leurs divers degrés de réfrangibilité. Le rayon le plus réfrangible, est le violet, ensuite l'indigo, le bleu, le vert, le jaune, l'orangé et le rouge.

sortant de l'objectif les rayons ne se rassemblent pas tous à un foyer unique, et il en résulte dans les lunettes des iris qui troublent la vision. Pour remédier à cet inconvénient on avait d'abord employé pour objectifs des verres d'une très-faible courbure, parce qu'on avait remarqué que plus la convexité d'une lentille était petite, moins la différence des réfractions éprouvées par les rayons lumineux en la traversant était sensible, et plus par conséquent les foyers des divers rayons approchaient de se confondre; mais aussi la distance focale des objectifs devenant plus considérable, on fut obligé de donner aux lunettes de très-grandes dimensions et même quelquefois de se passer du tube de cuivre qui réunit ordinairement l'objectif et l'oculaire. A l'observatoire de Paris par exemple, l'instrument qui servit à découvrir les satellites de Saturne, se composait d'un verre de 220 pieds de distance focale suspendu au bout d'un mât, et d'un autre verre qu'on cherchait à mettre dans la direction du premier, en faisant coïncider leurs foyers. Mais on a découvert de nos jours un mélange de deux espèces de verres, le *Flintglass* et le *Crownglass* qui a la propriété de réfracter également les rayons solaires et des lunettes de cinq pieds dont les lentilles sont faites de pareil verre, remplacent avec avantage dans nos observatoires les incommodes appareils que nous venons de décrire. Ce sont ces instruments que l'on a nommés lunettes *achromatiques*.

Ce problème si heureusement résolu aujourd'hui, avait été longtemps regardé comme insoluble, et Newton avait contribué lui-même à propager cette erreur; il

avait démontré, dans son optique, qu'il était impossible de construire une lentille de quelque substance que ce fût, et quelque forme qu'on lui voulût donner, qui réfractât également tous les rayons solaires; l'œil de l'homme offrait cependant un exemple du contraire, car ce n'est point un des moins admirables effets de sa constitution, que de voir les humeurs qui le remplissent par la combinaison de leurs diverses densités, corriger la différence de refrangibilité des rayons solaires qui les traversent avant d'arriver sur la rétine; toutefois si l'assertion de Newton a été démentie par les faits, nous ne devons pas regretter une erreur qui a été profitable à la science, puisque la nécessité de chercher d'autres moyens de remédier aux inconvénients des lunettes dioptriques ou de réfraction, conduisit ce grand homme et d'autres astronomes de son temps, à une découverte non moins admirable que celle des lunettes, à l'invention du télescope.

18. Dans les instruments imaginés pour perfectionner la vision, dont nous nous sommes occupés jusqu'ici, les rayons lumineux sont rassemblés au foyer par la réfraction, mais il y a encore un autre moyen de produire le même résultat par la réflexion. Chacun connaît ce principe fondamental d'optique, que lorsqu'un rayon tombe sur une surface plane de métal poli, le rayon incident et le rayon réfléchi forment avec la perpendiculaire à la surface des angles égaux, en d'autres termes l'*angle de réflexion est toujours égal à l'angle d'incidence* (1).

Cela posé, le rayon R qui tombe sur le miroir *ab* (fig. 21), se réfléchit en R', le rayon parallèle R qui

(1) Voir la note p. 32.

tombe sur le miroir $a'b'$, se réfléchit en R'', ainsi de suite, et l'on conçoit qu'il est possible de disposer des miroirs $a''b''$, $a'''b'''$, etc., de manière que tous les rayons réfléchis viennent se réunir en un seul et même point. C'est sur ce principe qu'étaient construits sans doute ces miroirs ardents avec lesquels on dit qu'Archimède incendia jadis la flotte Romaine sous les murs de Syracuse, expérience que Buffon a renouvelée à moins de frais, en embrasant dans le Jardin-des-Plantes, avec un miroir qui réfléchissait les rayons du soleil, des poutres placées à cinquante pieds de distance.

Le même principe sert de fondement à la construction du télescope. On a reconnu qu'une surface continue, du genre de celles qu'on nomme paraboliques, produit le même effet que la réunion des miroirs plans dont nous venons de parler. Le miroir parabolique (fig. 22) a la propriété de réunir au foyer F les rayons parallèles P, P', P'', etc., qui tombent sur sa surface, il ne s'agit plus que d'observer avec *une loupe* ou lentille bi-convexe l'image qui est formée en F à leur point de concours. Pour cela dans le miroir métallique M N on pratique une ouverture $a'b'$ d'un demi-pouce de diamètre environ, on place au delà du foyer F un nouveau miroir, ce miroir est concave et fort petit, les rayons rassemblés en F s'y réfléchissent et vont se réunir par l'ouverture ab au foyer d'une loupe disposée à cet effet. L'on peut d'ailleurs à l'aide d'une vis faire avancer et reculer le petit miroir de manière que le foyer de l'oculaire réponde toujours au foyer du miroir. Ainsi, dans cet instrument, le second miroir est placé au delà du foyer du premier. C'est ce qu'on

appelle le *télescope Grégorien*, du nom de Grégorie son inventeur. Dans l'exécution de l'instrument on substitue seulement des miroirs sphériques aux miroirs paraboliques, à cause de l'impossibilité complète de donner une pareille forme à des surfaces métalliques. Il en résulte nécessairement un peu de confusion dans les images, parce que les rayons lumineux ne sont plus alors réunis exactement en un seul et même point. Il y a une autre manière de disposer le second miroir qui dispense de faire une ouverture au premier. Pour cela, avant que les rayons se réunissent en F (fig. 23), on place en *a'* un miroir plan que l'on incline de manière qu'il les rejette en un point F, c'est à ce point que doit répondre le foyer de la loupe à travers laquelle l'observateur voit l'image formée au point *g*, par une ouverture latérale faite à l'instrument. Ce télescope est celui qu'a inventé Newton. Enfin, il y a un troisième appareil (fig. 24) dans lequel le réflecteur est encore percé comme dans le télescope Grégorien, mais le second miroir au lieu d'être concave comme le premier, est convexe. Ce petit miroir est placé de manière que les rayons de lumière réfléchis par le grand, tombent sur sa surface avant de s'être réunis au foyer F, ces rayons en sortent convergents, et se rassemblent en un point *g* où l'on place de nouveau le foyer de l'oculaire, cet appareil se nomme *télescope de Cassegrain*.

La disposition des miroirs dans ce télescope et dans celui de Newton, permet de leur donner moins de longueur qu'à celui de Grégorie, mais ces deux instruments ont encore sur le dernier un avantage plus

important en ce que le petit miroir se trouve placé avant le point de réunion des rayons lumineux au foyer du grand miroir. En effet, lorsqu'on attend qu'ils soient rassemblés en ce point pour les recueillir sur le second miroir, il paraît qu'il s'opère alors une perte considérable de lumière par un effet qu'on ne peut guère expliquer, mais que la grande supériorité des télescopes de Newton et de Cassegrain sur le télescope Grégorien rend incontestable. Newton pensait encore avec raison que le grand miroir n'étant pas percé dans son télescope comme dans celui de Grégorie et de Cassegrain, il devait y avoir moins de rayons du centre perdus, et ces rayons sont les plus précieux, parce que ce sont les seuls qui se réunissent véritablement en un même point; aussi les artistes, quand ils n'ont pour but que de construire des instruments d'un pouvoir amplifiant très-considérable, préfèrent-ils ordinairement la disposition Newtonienne à celle des deux autres télescopes.

Au reste, la double réflexion que subissent les rayons lumineux dans toute espèce de télescope, affaiblit considérablement la lumière des images, car le miroir le plus poli ne réfléchit guère que la moitié de la lumière qu'il reçoit, l'autre moitié est en partie rejetée dans l'air libre, et en partie absorbée. La réfraction, au contraire, transmet les rayons lumineux sans leur faire éprouver de perte sensible, il en résulte que, dans un télescope construit pour grossir autant qu'une lunette astronomique, l'image paraît toujours moins grande que dans celle-ci, parce qu'elle est moins bien éclairée, et que l'éclat d'un objet ajoute pour nous à l'idée que nous nous faisons de

sa grandeur. La difficulté de donner à des miroirs de métal le poli et la forme convenables pour qu'ils réfléchissent le plus grand nombre de rayons possible, et que ces rayons se réunissent exactement au foyer, est encore un grand obstacle au perfectionnement des télescopes. Aussi, ne sont-ils plus guère en usage dans l'astronomie, depuis que le principal but qu'on s'était proposé en les inventant, celui d'éviter l'obligation de donner aux lunettes des dimensions disproportionnées, a été plus heureusement rempli par la découverte des lentilles achromatiques. Cependant Herschel, astronome anglais, a construit, à la fin du dernier siècle, des télescopes plus puissants, si ce n'est plus parfaits, qu'on ne l'avait tenté jusque là, et c'est par leur moyen qu'il a fait dans le ciel beaucoup de belles découvertes dont nous aurons à parler dans la suite. Le plus grand des télescopes d'Herschel avait quarante pieds de longueur et quatre pieds environ de diamètre, il pouvait grossir les objets de trois à quatre mille fois; M. Bouvard qui l'a vu, et qui même a fait mieux, car il s'est promené dans son intérieur, avec la précaution seulement de se courber un peu, m'a dit que les images y avaient une lumière extraordinaire, mais que leur forme était confuse et mal terminée, ce qu'il faut attribuer sans doute à la presqu'impossibilité de donner une figure sensiblement parabolique, ou même sphérique à un miroir d'aussi grande dimension que l'exigeait un pareil télescope.

19. C'était déjà un grand avantage des lunettes que de grossir et d'éclairer les objets, mais les astronomes en ont retiré un plus grand encore par la précision nouvelle

qu'ils ont pu donner à leurs observations, en les adaptant sur des cercles gradués, et en leur joignant des horloges pour les faire servir à déterminer avec une extrême exactitude la position des astres sur la sphère céleste. Disons quelques mots des deux principaux instruments qu'ils ont imaginés pour remplir ce but, et qui sont pour ainsi dire les bases fondamentales de toute l'astronomie pratique.

Le premier se nomme *quart de cercle*, et son nom indique sa forme. Il consiste en une bande circulaire égale au quart de la circonférence divisée en degrés, minutes et secondes, et terminée par deux rayons formant entre eux un angle droit. Cette bande se nomme le *limbe;* sur un pivot qui se trouve à son centre est fixée une lunette mobile, de manière à pouvoir parcourir toutes les divisions du limbe. L'instrument est supporté par un axe vertical autour duquel il peut tourner librement, le limbe est en cuivre pour faciliter le tracé des divisions, tout le reste est en fer.

Cet instrument très-simple a été connu de tout temps. Ptolémée qui en donne la description dans son Almageste (1) en faisait, dit-il, un fréquent usage. Les astronomes modernes l'ont seulement perfectionné en le simplifiant, et surtout en y substituant à l'alidade qu'il

(1) *Almageste* vient du mot grec μεγιστη qui veut dire *collection*. Dans cet ouvrage Ptolemée a recueilli un grand nombre d'observations faites par lui-même ou par les astronomes qui l'avaient précédé, en indiquant les procédés qu'ils suivaient pour les obtenir. C'est le Traité le plus complet qui ait été écrit sur l'Astronomie ancienne, et il est d'autant plus précieux pour nous, que c'est presque le seul ouvrage de ce genre qui ait échappé à la fureur des barbares.

portait autrefois pour viser les objets, une lunette, précieux instrument inconnu des anciens.

La plupart des observations astronomiques se font au moment où les astres traversent le plan méridien, il est donc nécessaire d'avoir des instruments exactement dirigés dans ce plan. Pour cela on fixe d'une manière solide le quart de cercle que nous venons de décrire, sur un mur parfaitement vertical et qui coïncide avec la direction du méridien, cet instrument prend alors le nom de *quart de cercle mural;* ou de *cercle mural* si le limbe comprend un cercle entier, ou enfin simplement de *mural*. Quant à son usage, il est facile à concevoir; le plan de l'instrument étant supposé parfaitement vertical, lorsqu'on dirigera la lunette vers un point donné du ciel, l'arc compris sur le limbe entre elle, et la direction du fil à plomb, mesurera la distance angulaire de l'astre que l'on a visé au point que nous avons nommé zénith, et son complément, sa distance méridienne à l'horizon, ou ce qu'on appelle ordinairement *la hauteur* de l'astre.

On varie d'ailleurs la forme et les dimensions du cercle mural de différentes manières. Quelquefois ce n'est pas la lunette qui tourne sur le cercle de cuivre, c'est le limbe lui-même qui est mobile, et un index fixe sert alors à indiquer les angles qu'il décrit, tel est celui qu'on voit à l'Observatoire de Paris, ce cercle a huit pieds de rayon, les divisions sont marquées sur deux bandes d'un métal blanc comme de l'argent, enchâssées dans son épaisseur, ce métal est un mélange de *palladium* et *d'or* qui convient spécialement à cet usage par la propriété qu'il

a de ne pas s'oxider. Le limbe est divisé de 5 en 5 minutes, un micromètre joint à l'instrument donne ensuite les secondes.

Les astronomes emploient encore pour observer les astres dans le méridien un autre instrument nommé *lunette méridienne* ou *instrument des passages* (fig. 25). Voici en quoi il consiste : Une lunette munie d'un réticule placé à son foyer et composé de cinq fils verticaux également espacés, est montée sur deux bras parfaitement égaux et perpendiculaires à l'axe optique de la lunette. Ces bras qui se composent de deux cônes tronqués terminés par deux cylindres de moindre dimension, reposent sur deux supports inébranlables, construits en pierre pour plus de solidité, les deux extrémités ou *tourillons* portent sur des coussinets que les tourillons ne touchent que par deux lignes pour diminuer le frottement. L'un des tourillons est creux et peut recevoir une lampe qui sert à éclairer les fils de la lunette, et à les rendre visibles pendant la nuit. Les deux coussinets sont mobiles, l'un peut s'élever ou s'abaisser à volonté, pour amener l'axe de rotation à une situation parfaitement horizontale, l'autre peut s'avancer à l'aide d'une vis sur le support dans le sens horizontal, afin qu'on puisse diriger facilement l'axe de la lunette dans le plan du méridien. Un niveau à bulle d'air est suspendu à l'instrument pour qu'on puisse toujours s'assurer qu'il est parfaitement horizontal.

Dans cet état, la lunette a exactement la position d'une pièce de canon sur son affût, et si l'axe optique est bien perpendiculaire à l'axe de rotation, elle doit décrire un plan vertical quand on la fait tourner sur ses tourillons.

On a un moyen fort simple de s'en assurer; lorsque la lunette est une fois dirigée dans le plan méridien, on vise à l'horizon un objet terrestre bien remarquable, ou bien l'on fait élever un point de mire s'il n'en existe pas, on renverse ensuite la lunette en retournant l'axe de rotation, de manière que les deux tourillons viennent prendre sur les supports la place l'un de l'autre; alors, si le point de mire est exactement coupé par le fil du milieu dans les deux situations de la lunette, l'axe optique est exactement perpendiculaire à l'axe de rotation; s'il y a une différence, il faut corriger l'erreur résultante de l'inclinaison de ces deux axes avant de faire aucune observation avec cet instrument.

A l'un des bras *b c* de l'instrument est fixée aussi une aiguille qui tourne avec la lunette, et sert à montrer sur un cercle gradué l'angle que forme le rayon visuel avec la verticale du lieu.

D'après cela on voit que la lunette méridienne peut servir aux mêmes usages que le cercle mural, et donner ainsi que lui la hauteur d'un astre, et l'instant de son passage au méridien par une seule observation. Mais dans les observatoires où l'on peut réunir ces deux instruments, on leur donne des emplois différents. Le cercle mural est uniquement consacré à observer les distances des astres au zénith, ou leurs hauteurs, la lunette méridienne à donner avec précision l'instant du passage au méridien. Elle est préférable pour ce genre d'observations, au cercle mural, parce qu'à cause de sa grandeur, son plan ne peut jamais être dressé assez correctement pour que la lunette décrive exactement le méridien pendant une révolution entière, d'ailleurs, l'effort seul

qu'on fait pour serrer la vis qui la fixe sur le limbe, suffirait pour l'en faire sortir, et l'erreur qui en résulte sur l'instant du passage, pourrait s'élever quelquefois jusqu'à 8 ou 9 secondes en temps. L'erreur, au contraire, que sa déviation peut produire, est insensible sur les distances zénithales, et pour les observer, le quart de cercle est préférable à la lunette méridienne, parce que le rayon du limbe étant beaucoup plus grand, la direction du rayon visuel est donnée avec plus de précision.

20. Nous allons considérer maintenant une autre espèce d'instruments indispensables pour les astronomes, ceux qui servent à fixer les instants précis de leurs observations.

Le temps est l'impression que laisse dans notre esprit une suite de phénomènes dont nous sommes certains que la production n'a point été simultanée (1). Ainsi le mouvement d'un corps qui change successivement de position, nous donne l'idée la plus nette que nous puissions concevoir de la durée du temps, puisque nous savons que le mobile n'a pu se trouver au même instant dans deux lieux différents. Le mouvement peut encore servir à la mesure du temps, car si un point se meut sur une ligne droite partagée en intervalles égaux, le temps qu'il emploiera à les parcourir sera le même pour tous, et les intervalles décrits à une époque quelconque seront entre eux comme les temps employés à les décrire. C'est sans doute par ce rapport naturel que nous sommes portés à établir entre le temps et les phénomènes du mouvement, qu'ils ont toujours servi de principe aux di-

(1) Laplace, Exposition du Système du monde.

visions du temps et aux instruments que l'homme a imaginés pour mesurer son cours. Ainsi le mouvement diurne qui ramène le soleil et les étoiles aux mêmes points du ciel, a donné d'abord l'idée de la division du jour, et la chute régulière du sable et de l'eau dans le sablier et le clepsydre des anciens, la descente des poids dans les horloges à rouages qui leur ont succédé, ont ensuite servi de base aux appareils destinés à indiquer les sous-divisions du jour en heures, minutes et secondes pour les usages de la vie civile. Mais pour avoir une mesure exacte du temps, il fallait s'assurer d'abord d'un mouvement rigoureusement uniforme, et qui pût, sans exiger de trop grandes dimensions, entrer dans la construction des horloges. Les astronomes ont fait longtemps de vains efforts pour résoudre ce problème; Huygens, le premier, y parvint enfin au moyen du *pendule*. Cet instrument consiste, comme on sait, dans un corps pesant suspendu à l'extrémité d'un fil ou d'une verge rigide, qui peut tourner librement autour d'un point fixe placé à l'autre extrémité. Si l'on écarte le pendule de la situation verticale, et qu'ensuite on l'abandonne à lui-même, il tend à y revenir par l'effet de la pesanteur, et les oscillations qu'il fait de part et d'autre de la verticale sont toutes *isochrones* ou d'égales durées, quelle que soit la différence des arcs décrits pourvu qu'ils soient supposés peu considérables; c'est cette propriété remarquable qui rend le pendule l'instrument le plus parfait qu'on puisse trouver pour la mesure du temps. La durée des oscillations d'un pendule est constante dans le même lieu de la terre, mais elle dépend de sa longueur, de sa forme et de son poids. Il fallait donc pour comparer les oscillations

de différents pendules, choisir un pendule uniforme auquel on les pût rapporter. Les géomètres ont imaginé pour cela un appareil composé d'un seul poids considéré comme un point matériel, et suspendu à l'extrémité d'une ligne droite inflexible regardée comme si elle n'avait aucune pesanteur, ce pendule idéal est ce qu'on nomme un *pendule simple*, et l'on a trouvé des règles générales pour déterminer par l'observation des oscillations d'un pendule composé de figure quelconque, la longueur du pendule simple dont les oscillations auraient la même durée, et qu'on peut par conséquent lui substituer. Il est facile d'après cela de déterminer la longueur exacte du pendule simple qui bat les secondes dans un lieu donné, ainsi par exemple à Paris des expériences très-exactes faites par Borda, ont donné $0^m,993849$ et 3 p. 8,56 l. pour cette longueur réduite au vide, et l'on est assuré par conséquent de la marche régulière d'une horloge lorsque chacune des secondes marquées sur le cadran, correspond à une oscillation de cet appareil. La durée des oscillations d'un pendule croît si sa longueur augmente, elles s'accélèrent au contraire si le pendule se raccourcit, or, tous les métaux se dilatent par l'effet de la chaleur; une horloge bien réglée en été doit donc avancer en hiver, elle doit au contraire retarder en été si sa marche est exacte en hiver. Pour remédier à cet inconvénient, on a imaginé de composer les verges des pendules de deux métaux dont les dilatations sont différentes, de cuivre et d'acier par exemple, et disposés de manière que lorsque la dilatation de l'un des métaux fait descendre la lentille, l'autre en se dilatant par un effet contraire la fait remonter d'une

quantité égale, en sorte que la longueur du pendule reste toujours la même, quelles que soient les variations de la température.

Un pendule abandonné à lui-même dans une horloge, s'arrêterait bientôt de lui-même par le frottement qu'il éprouve dans son point de suspension, et par la résistance de l'air qui l'environne. Mais un poids attaché à une corde roulée sur une poulie et qui fait l'office de force motrice, ou dans les instruments de moindres dimensions un ressort tendu qui remplit le même but, communique au pendule, par l'intermédiaire d'une pièce nommée échappement, et d'une suite de roues dentelées qui s'engrènent les unes dans les autres. Ce poids lui donne à chaque instant une petite impulsion qui compense le ralentissement qui résulterait dans les oscillations des obstacles qu'il éprouve; et de son côté le moteur arrêté dans sa chute par l'effort du pendule revient à l'état du repos, puis recommence une nouvelle chute jusqu'à ce qu'il soit tombé d'une hauteur égale à la précédente. Une aiguille portée sur un cadran compte ces chutes ou les oscillations du pendule qui leur correspondent, et en divisant le temps en intervalles égaux, elle remplit les conditions nécessaires pour lui servir de mesure.

Telles sont les pièces principales qui entrent dans la construction des horloges. Nous n'entrerons pas ici dans plus de détails sur ces ingénieux appareils, qui ont acquis de nos jours toute la perfection qu'on peut désirer.

21. La lunette méridienne, d'après sa destination, peut donc se passer de cercle gradué, mais elle doit être tou-

jours accompagnée d'une pendule bien réglée, qui permette à l'observateur de noter avec précision l'heure, la minute et la seconde où l'astre qu'il suit est divisé en deux par le fil central de la lunette, et par conséquent l'instant où l'astre se trouve dans le plan méridien. En comparant entre elles les observations des passages de différents astres, on aura en temps les intervalles qui les séparent, et en convertissant ces temps en arcs de grand cercle à raison de la circonférence entière pour un jour, on aura les distances des différents méridiens qui renferment les astres observés, à l'un d'eux pris pour point de départ, au méridien. par exemple, du lieu d'où l'on observe. La distance d'un astre au zénith au moment où il traverse le méridien étant donnée, et la hauteur du pôle pour le lieu de l'observation étant connue, on peut d'ailleurs en conclure par une simple soustraction, la distance de l'astre à l'équateur, et par suite le parallèle sur lequel il est situé; l'astre devant donc se rencontrer à la fois sur un méridien et sur un parallèle déterminés, il est situé au point de concours de ces deux cercles sur la sphère céleste et sa position est par conséquent parfaitement fixée. L'arc de grand cercle compris entre le méridien qui passe par l'astre et un méridien fixe choisi arbitrairement se nomme l'*ascension droite ;* la distance de l'astre à l'équateur se nomme *la déclinaison.*

Cette manière de déterminer la position des astres est d'un usage continuel dans toute l'astronomie. Elle est à la fois plus exacte et plus simple que toutes celles qu'on pourrait imaginer en rapportant par des mesures directes des distances angulaires, la position d'un astre à d'autres points du ciel supposés connus. Le procédé des astro-

nomes est d'ailleurs ici entièrement conforme à ce qui se pratique en géométrie, où l'on fixe la position d'un point sur un plan par ses distances à deux axes déterminés, distances que l'on nomme ses deux *coordonnées*. Ajoutons encore qu'en divisant l'opération en deux, et en isolant les observations des *ascensions droites* et des *déclinaisons*, on diminue d'autant la chance des erreurs que peuvent commettre les observateurs, lorsqu'ils ont à partager leur attention entre deux objets à la fois.

La correction des observations dépend surtout de la bonne direction des instruments et de la régularité de la marche de la pendule. Aussi a-t-on soin de s'assurer par des vérifications fréquentes que la position du *cercle mural* et de la *lunette méridienne* ne s'est pas dérangée, et l'on vérifie chaque jour que la pendule marche régulièrement en la comparant aux étoiles qui doivent revenir au méridien, ou faire une révolution entière dans l'espace de 24 heures en temps de la pendule si elle est bien réglée.

On peut encore regarder comme un des instruments les plus précieux à l'astronomie, la *trigonométrie sphérique* que cette science emprunte à l'une des branches de la géométrie. Sans entrer ici dans des détails trop savants pour être à la portée de tous les lecteurs, nous dirons seulement que le but qu'elle se propose est de déterminer *trois des six parties d'un triangle sphérique les trois autres étant données*. On appelle parties d'un triangle ses trois angles et ses trois côtés. Il suffit de connaître trois de ces quantités pour pouvoir en déduire les trois autres par les règles de la trigonométrie sphérique. Nous regarderons donc dans tout ce qui va suivre ce problème comme com-

plétement résolu, et nous supposerons toujours que les angles et les côtés d'un triangle sphérique nous sont tous parfaitement connus, du moment que trois de ses parties nous seront données. Quant aux termes particuliers qu'emploie la trigonométrie, tels que *sinus*, *cosinus*, *tangente*, etc., on en trouvera la définition dans la table placée à la fin du volume.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur la description des instruments d'observations employés par les astronomes; ce que nous en avons dit suffira pour qu'on puisse se faire une idée de la manière dont les résultats que nous aurons à rapporter dans les chapitres suivants ont été obtenus; nous décrirons les instruments qui sont d'un usage moins habituel que ceux dont nous nous sommes occupés ici, à mesure que leur utilité se fera sentir dans le cours de cet ouvrage, ce qui en rendra l'intelligence plus facile. Au reste, quelques soins que nous puissions donner à cette partie importante d'un cours d'astronomie, notre tâche restera toujours imparfaite, c'est la vue seule et surtout la pratique continuelle des instruments qui peut en apprendre l'usage, et toutes les précautions nécessaires pour en régler l'emploi.

CHAPITRE III.

DES ÉTOILES.

Mouvement diurne. — Équatorial. — Détermination du méridien. — Catalogues d'étoiles. — Leurs variations apparentes. — Précession des équinoxes. — Premières notions de la parallaxe. — Distance des étoiles. — Sphère parallèle, droite et oblique.

22. Nous avons supposé dans le premier chapitre, un observateur se livrant sans instruments à la contemplation de la voûte céleste, et ses propres moyens lui ont suffi pour distinguer les astres permanents des météores lumineux qui ne font que des apparitions passagères dans l'espace, à reconnaître la fixité de certains astres, la mobilité des autres, à diviser enfin la voûte céleste en régions différentes, et à y chercher des points de reconnaissance, comme on dresse la carte d'un pays nouveau dont on prend possession. Mais il y a loin encore de cette première exploration du ciel, à la connaissance exacte des mouvements et de la figure des astres que l'astronomie s'est proposée pour but. C'est par une observation attentive et suivie pendant plusieurs siècles, et surtout par l'admirable invention des lunettes et du télescope,

que la science a pu s'élever de ces simples notions jusqu'à ce haut degré de perfectionnement qu'elle a atteint de nos jours. Nous allons donc mettre aujourd'hui à la disposition de notre observateur quelques-uns de ces précieux instruments que nous avons décrits dans le chapitre précédent, et nous essaierons de suivre les nouveaux progrès qu'il fera avec leur secours dans la recherche des mouvements célestes.

Les étoiles conservant toujours entre elles la même configuration, les astronomes de tous les temps les ont regardées comme des points fixes auxquels ils ont rapporté les positions des autres astres dont il leur eût été impossible sans cela d'apprécier les variations et les mouvements propres. L'étude des phénomènes célestes doit donc commencer par celle des étoiles. Nous avons pris déjà une première connaissance de leur mouvement diurne, et nous avons vu comment pour les reconnaître on les avait classées et partagées en différents groupes : il faut maintenant par des observations plus précises nous assurer si leur marche est régulière et uniforme comme nous l'avons supposé d'abord, et chercher le moyen de fixer avec une rigoureuse exactitude leur position sur la sphère céleste.

Supposons qu'un observateur suive avec un *quart de cercle* la marche d'une étoile septentrionale, de l'étoile polaire par exemple. Quand il dirigera la lunette vers l'étoile, celle-ci se trouvera dans le plan de l'instrument, et comme elle change à chaque instant de hauteur et de plan vertical, il faudra pour la suivre donner deux mouvements au *quart de cercle* : le premier autour de son axe, et qui servira à faire coïncider son plan avec le plan

vertical de l'étoile ; le second à la lunette, pour atteindre l'étoile à ses différentes hauteurs. Si l'on a observé l'étoile au moment où elle vient de paraître, on verra qu'elle s'élève par degrés jusqu'à ce qu'elle arrive à un point où elle semble un moment se mouvoir horizontalement ; fixons alors la position du plan où elle se trouve; pour cela dirigeons la lunette vers un point remarquable sur la terre sans faire tourner l'instrument, et notons ce point ; continuons ensuite à suivre l'étoile dans son cours. Nous la verrons s'abaisser successivement jusqu'à ce qu'elle arrive à un point où elle semble pendant quelques instants se mouvoir verticalement ; le quart de cercle reste alors immobile, et pour suivre l'étoile il suffit de faire tourner la lunette ; l'astre continue ensuite à descendre, mais son mouvement, qui jusque-là s'était opéré d'Orient en Occident, se dirige maintenant de l'Occident à l'Orient, et l'étoile arrive à un point où elle semble de nouveau se mouvoir horizontalement. Fixons, comme nous l'avons déjà fait, le plan vertical dans lequel elle se trouve à cet instant, et continuons ensuite à l'observer. Nous la verrons s'élever de nouveau sur l'horizon, arriver à un point où elle se meut verticalement, et recommencer une révolution semblable à celle que nous venons de suivre.

En rapprochant ces observations, nous remarquerons d'abord, que les deux plans verticaux passant par l'étoile lorsqu'elle était dans les points le plus haut et le plus bas de son cours, coïncident entre eux, et la même coïncidence a lieu pour toutes les étoiles circompolaires qui ne s'abaissent point au-dessous de l'horizon. Quant aux étoiles qui ont un lever et un coucher, comme une

partie de leur révolution, se fait sous l'horizon, on ne peut étudier leurs mouvements que d'une manière incomplète, mais cela suffit pour montrer que le plan vertical qui passe par l'observateur et par l'étoile quand elle est arrivée à sa plus grande hauteur, est le même plan vertical qui renferme les points les plus élevés et les plus voisins de l'horizon des courbes décrites par les étoiles circompolaires.

Des observations précédentes on peut encore conclure que l'on satisferait exactement à toutes les apparences du mouvement des étoiles en supposant que les courbes qu'elles décrivent sont des cercles. En effet, dans ce cas au point le plus haut et le plus bas de leur course, elles sembleraient se mouvoir dans une direction horizontale, parce que les tangentes aux cercles qu'elles décrivent sont alors situées dans des plans parallèles à l'horizon; dans les points intermédiaires les mouvements sembleraient dirigés verticalement parce que les tangentes aux mêmes cercles sont alors situées dans des plans perpendiculaires à l'horizon. Mais une courbe elliptique remplirait les mêmes conditions (1), nous n'avons donc point encore de données suffisantes pour nous convaincre que les courbes décrites par les étoiles sont des cercles; cherchons par de nouvelles observations à en acquérir la preuve.

(1) L'*ellipse* est comme on sait une courbe fermée du genre de celles que les géomètres de l'antiquité ont nommées *sections coniques* parce qu'elles résultent de l'intersection d'un cône par un plan. On trouvera dans le chapitre IV, la description de cette courbe et l'analyse de ses principales propriétés qui sont d'un continuel usage en astronomie.

Revenons à l'étoile polaire, et supposons qu'ayant mesuré l'angle que forment les deux rayons visuels menés aux points le plus haut et le plus bas de son cours, nous divisions cet angle en deux parties égales par une droite, il est évident que c'est sur le prolongement de cette ligne que doit se trouver le centre de la courbe que l'étoile a décrite. On s'est assuré par de nombreuses expériences que cette droite est la même pour toutes les étoiles; sa direction est invariable, mais son inclinaison sur l'horizon change dans les différents lieux du globe; elle est à Paris de 48° 50 14'''. »

Cela posé, concevons que sur un axe fixe AB (*fig.* 26) qui aura cette inclinaison à l'horizon, nous adaptions en A une pinule dont l'axe AC puisse faire avec AB un angle quelconque, et supposons que cet instrument ainsi construit soit doué d'un mouvement de rotation autour de AB. Si la courbe décrite par l'étoile vers laquelle nous dirigerons la pinule, est un cercle ou une ellipse, il est clair que nous pourrons la suivre dans tout son cours en faisant seulement tourner l'instrument sans changer l'angle BAC, c'est ce qui arrive en effet quelle que soit celle des étoiles circompolaires que l'on observe. La ligne AB est donc comme un axe universel autour duquel circulent toutes, les étoiles, et les courbes qu'elles décrivent sont contenues sur la surface du cône que trace la ligne AC en tournant autour de AB. D'où il suit que si ces courbes étaient des ellipses, leurs plans seraient nécessairement inclinés à l'axe AB. Or, l'angle BAC variant selon la distance de l'étoile que l'on observe au pôle, si l'on suppose cette distance de 90° on aura BAC = 90° et le cône décrit par AC se changera en un

plan perpendiculaire à AB, il ne serait donc plus possible de suivre l'étoile dans sa marche si son orbite était elliptique, tandis qu'au contraire il n'y a sous ce rapport aucune différence entre les étoiles quel que soit l'angle BAC, d'où il faut conclure que les plans dans lesquels elles se meuvent sont perpendiculaires à la ligne AB, et que les courbes qu'elles décrivent autour de cet axe sont des cercles.

La droite invariable autour de laquelle s'opère la révolution diurne de la sphère celeste, et dont nous venons de fixer la position, est celle que nous avons nommée dans le chapitre Ier, *l'axe du monde ;* les deux points du ciel vers lesquels elle est constamment dirigée indiquent les *pôles du monde*. Le grand cercle passant par le lieu de l'observateur et perpendiculaire à l'axe du monde a été nommé *équateur*, parce que les étoiles qui s'y trouvent situées ont leur jour égal à leur nuit, ce qui résulte de ce que les courbes qu'elles décrivent et l'horizon étant de grands cercles de la sphère, ils se coupent nécessairement suivant un de leurs diamètres, ou en parties égales, ces étoiles se nomment par abréviation *étoiles équatoriales*.

Nous ne nous sommes occupé jusqu'ici que des courbes décrites par les étoiles ; examinons la loi de leurs mouvements sur ces courbes.—Les astronomes ont imaginé un instrument qui permet d'en préciser toutes les circonstances. Voici en quoi il consiste : Un axe incliné pour Paris de 48° 50′ 14″ sur l'horizon, et qui par conséquent représente pour cette localité l'axe du monde, supporte une grande lunette qui peut se mouvoir de manière à faire avec cet axe tous les angles possibles, et

qui peut de plus avoir autour de lui un mouvement de rotation. Un cercle de cuivre gradué qui représente l'équateur est fixé perpendiculairement au même axe, au point d'intersection de l'axe de l'instrument et de l'axe optique de la lunette, et sert à mesurer les angles qu'elle parcourt en tournant autour de l'axe qui la supporte. Cet instrument qu'on nomme *équatorial* ou *machine parallactique* à cause d'un usage particulier auquel on l'emploie et que nous ferons bientôt connaître, n'est comme on voit que le perfectionnement de celui que nous avons supposé dans la figure 26 (1).

Si après avoir placé cet instrument dans le plan méridien, on dirige la lunette vers une étoile quelconque, et qu'on la fixe dans cette position, il suffira ensuite de faire tourner l'instrument sur son axe pour suivre l'étoile dans son cours, et à l'aide d'une montre on pourra mesurer le temps qu'elle mettra à parcourir un nombre de degrés donnés sur le cercle gradué. On reconnaît ainsi que toutes les étoiles ont une marche régulière et uniforme, et que dans leur révolution journalière elles parcourent des arcs égaux en temps égaux, à raison de 15° par heure ou de 360° en vingt-quatre heures, et cela quelle que soit la distance de l'étoile au pôle et par conséquent l'étendue totale du cercle qu'elle paraît décrire. Nous voici donc amenés par une suite d'observations rigoureuses, à ce résultat qu'une première contemplation du ciel n'avait pu que nous indiquer. *La révolution diurne des*

(1) L'*équatorial* s'emploie pour les observations qui ne peuvent être faites dans le plan méridien, pour les comètes, par exemple, qu'il est très-rare de pouvoir apercevoir à l'instant même où elles traversent ce plan.

étoiles s'opère par un mouvement général qui les emporte d'Orient en Occident, comme si elles étaient toutes attachées à une sphère solide qui tournerait uniformément dans l'espace de vingt-quatre heures autour de l'axe du monde.

Pour expliquer ce mouvement journalier de toutes les étoiles deux hypothèses se présentent. Ou la sphère céleste entraînant avec elle les étoiles tourne d'un mouvement uniforme sur les pôles du monde autour de la terre en repos, ou bien les étoiles sont immobiles et c'est la terre qui tourne sur son centre d'un mouvement uniforme et dirigé d'Occident en Orient, c'est-à-dire en sens inverse du mouvement apparent des étoiles. On conçoit en effet que dans les deux cas les phénomènes seront absolument semblables, la terre, en tournant sur l'axe du monde, présentera successivement chacun de ses méridiens aux mêmes points, le lever, le coucher, le passage au méridien de chaque étoile, aura donc lieu précisément dans les mêmes instants, et l'on a justement comparé dans cette hypothèse la position d'un observateur placé à la surface de la terre, à celle d'un homme qui descend dans un bateau le courant d'un fleuve et qui, voyant fuir les rives avec rapidité derrière lui, est tenté de leur attribuer en sens contraire le mouvement dont il est lui-même animé. Sans doute au premier aspect du ciel, il a été naturel de supposer que tout le système des astres était en mouvement autour de nous, mais quand on réfléchit à la multitude de corps si divers qu'une même impulsion devrait emporter autour de la terre, quand on songe à la complication qui en résulterait dans la marche des astres qui, outre le mouvement diurne

auquel ils sont soumis comme les étoiles, ont encore un mouvement propre qui les transporte tour à tour d'une constellation dans une autre, n'est-on pas porté à se demander si l'on ne s'est pas laissé tromper par les apparences, et s'il n'y a pas lieu de préférer une explication qui simplifierait les mouvements célestes, en remplaçant par la rotation d'une seule planète le mouvement général de translation qu'il fallait attribuer à tous les corps du système du monde? Nous n'entreprendrons pas de résoudre pour le moment cette importante question ; il nous suffit de l'avoir soulevée, car les premières impressions sont difficiles à effacer, et nous verrons sans cesse en astronomie, la réflexion occupée à détruire les illusions de nos sens pour s'élever à la connaissance des vraies lois de la nature.

23. La détermination exacte du plan méridien est extrêmement importante pour l'astronomie pratique, puisque c'est dans ce plan que sont dirigés les principaux instruments d'observation L'intersection de ce plan avec l'horizon ou ce que nous avons nommé la méridienne, divise en deux parties égales l'angle formé par les rayons visuels menés aux points du lever et du coucher des étoiles, mais la difficulté de fixer avec précision les points où un astre commence à se montrer ou vient à disparaître, fait qu'on ne peut se servir de cette propriété pour tracer la méridienne ; il est également difficile d'employer pour l'obtenir la propriété qu'a le plan méridien d'être le lieu de la plus grande et de la plus petite hauteur des étoiles, parce que l'instant où une étoile cesse de descendre ou de monter, laisse toujours dans sa détermination de l'incertitude. Il faut donc chercher dans quelque autre circonstance du mouvement diurne un moyen plus sûr de

fixer la position du méridien. Nous avons vu que ce plan divise en deux parties égales la durée de la révolution de toutes les étoiles, dirigeons la lunette d'un quart de cercle vers l'une de celles qui ne s'abaissent jamais au-dessous de l'horizon de Paris, et observons l'instant où l'étoile traverse le plan du quart de cercle, l'instant où elle revient une première fois dans ce plan après s'en être écarté, et l'instant où elle le coupe une seconde fois en reprenant sa première position. Si l'intervalle compris entre la première et la seconde observation est le même que l'intervalle entre la seconde et la troisième, c'est la preuve que le plan du quart de cercle se trouve exactement dans la direction du plan méridien, s'il y a une différence entre les deux intervalles, elle indiquera le mouvement qu'il faut donner à l'instrument pour amener les deux plans à la coïncidence, et après quelques essais on parviendra aisément à l'obtenir. En visant ensuite un objet terrestre et en joignant par une droite l'axe du quart de cercle et ce point, cette droite sera *la méridienne* cherchée. C'est cette méthode qu'on emploie dans tous les observatoires pour la tracer.

24. Nous pouvons maintenant déterminer avec précision le lieu de toutes les étoiles sur la sphère céleste. Les astronomes rapportent ordinairement leurs observations au plan de l'équateur, il leur suffit alors de deux éléments pour fixer la position d'un astre, l'un qui donne la distance de l'astre à ce plan et que nous avons nommé sa *déclinaison*, l'autre la distance comprise entre le grand cercle passant par les pôles du monde sur lequel cet astre se trouve, et le plan d'un autre grand cercle de la sphère passant de même par les pôles et

choisi arbitrairement, c'est ce que nous avons nommé son *ascension droite*. On choisit ordinairement pour le point fixe d'où les ascensions droites sont comptées le point où le soleil coupe l'équateur vers le 20 mars ou l'équinoxe du printemps. La déclinaison d'un astre est toujours le complément de sa distance au pôle, elle est *boréale* ou *australe* selon celui des deux pôles dont l'astre est le plus voisin, le cercle sur lequel elle se mesure se nomme *cercle de déclinaison*. La déclinaison d'un astre indique le petit cercle de la sphère parallèle à l'équateur sur lequel il se trouve, et convient également à tous les astres qui sont situés sur le même parallèle, mais son ascension droite faisant connaître le cercle de déclinaison qui le renferme, il doit se trouver à l'intersection de ces deux cercles, et sa détermination n'a plus rien d'arbitraire. La position d'un astre est donc fixée du moment que son *ascension droite* et sa *déclinaison* sont données, et nous avons vu dans le chapitre précédent comment on déterminait par l'observation ces deux quantités avec le secours du quart du cercle mural et de la lunette méridienne.

On pourrait choisir, pour y rapporter la position des astres, tout autre plan que l'équateur; par exemple, le grand cercle de la sphère céleste que nous avons nommé *l'écliptique*. Pour cela concevons un cercle passant par les pôles (1) de l'écliptique et par le centre de l'astre, l'arc compris entre ce point et l'écliptique donne la distance de l'astre à ce plan ou ce qu'on nomme sa *latitude*. Elle est boréale ou aus-

(1) On appelle pôles de l'écliptique et en général pôles d'un cercle les deux points où le diamètre élevé par le centre de ce cercle perpendiculairement à son plan, rencontre la sphère céleste.

trale selon la dénomination du pôle qui se trouve du même côté de l'écliptique. L'arc de grand cercle, compté depuis le point où l'écliptique coupe l'équateur, ou depuis l'équinoxe du printemps jusqu'au cercle de latitude qui renferme l'astre, se nomme sa *longitude*. La position de l'astre est fixée lorsque ces deux quantités sont connues. En dirigeant le quart de cercle dans le plan perpendiculaire à l'écliptique, on pourrait déterminer par des observations directes la latitude et la longitude de tous les corps célestes; c'est ce que faisaient autrefois les astronomes, mais on a trouvé qu'il était plus simple de rapporter toutes les observations à l'équateur, et comme l'inclinaison de ce plan sur l'écliptique est connue, on conçoit qu'il est facile, par un calcul trigonométrique, de déduire *la longitude* et la *latitude* d'un astre de son *ascension droite* et de sa *déclinaison* déterminées par l'observation (1).

En appliquant tout ce que nous venons de dire aux étoiles, on pourra déterminer leur déclinaison et leur ascension droite à mesure qu'elles traverseront le méridien, et en rassemblant ces données dans un tableau, on formera ce qu'on nomme un *catalogue d'étoiles*. Un pareil recueil exact et complet est l'un des éléments les plus essentiels de l'astronomie pratique, par la facilité qu'il donne aux observateurs de rapporter aux étoiles fixes les variations des astres qui ont un mouvement propre, et de reconnaître l'apparition des nouveaux astres qui se montreraient dans le ciel en les comparant aux étoiles de leur catalogue.

(1) *Voir* les Notes.

C'est ainsi, dit-on, que l'apparition subite d'une étoile que l'on observa l'an 125 avant notre ère, suggéra à Hipparque l'idée du premier catalogue d'étoiles dont l'histoire de la science fasse mention. Malheureusement ce recueil a été perdu, et le plus ancien catalogue qui nous soit parvenu est celui que Ptolémée a donné dans son almageste, il renfermait 1022 étoiles comprises dans 48 constellations. Les astronomes y ont depuis continuellement ajouté, et le dernier catalogue qui ait paru, celui de Bode, publié en 1801, contenait 17,240 étoiles, nébuleuses ou amas d'étoiles.

On peut encore rapporter sur un globe la position des étoiles dont on a observé la déclinaison et l'ascension droite, et former ainsi une représentation fidèle de la sphère céleste. En effet la déclinaison fera connaître le parallèle sur lequel l'étoile se trouve, en choisissant ensuite arbitrairement sur l'équateur un point fixe, à partir duquel on prendra sur ce même cercle un arc égal à l'ascension droite de l'étoile, on aura la position du plan horaire qui la renferme, et l'étoile se trouvera au point de jonction des deux cercles sur lesquels elle est située. C'est ainsi qu'ont été formés les planisphères qu'on voit dans les cabinets de physique et les cartes célestes qui en sont la projection horizontale.

25. La comparaison des catalogues d'étoiles formés à diverses époques a montré que les déclinaisons et les ascensions droites sont sujettes à des variations considérables; les étoiles ne sont donc pas fixes comme on l'avait supposé d'abord, et elles changent de position relativement à l'équateur. Les ascensions droites crois-

sent de 50″ à peu près par an, ou, ce qui revient au même, le point de départ d'où elles sont comptées sur l'équateur semble reculer de 50″ environ dans le même intervalle de temps, et c'est dans ce déplacement que consiste le phénomène connu sous le nom de *la précession des équinoxes*. Ce mouvement apparent de la sphère étoilée avait été aperçu par les premiers astronomes et Hipparque l'avait fixé à 36″ par année ou 1° par siècle; c'est-à-dire qu'il le supposait beaucoup moins considérable qu'il ne l'est réellement. Ptolémée qui observait à Alexandrie, deux cent soixante-sept ans après ce grand astronome, trouva les ascensions droites de toutes les étoiles augmentées de 2° 40′ ou de 36″ répétées 267 fois, résultat qui donnait par conséquent à la précession dans cet intervalle exactement la grandeur que lui avait assignée Hypparque. Mais la connaissance que nous avons aujourd'hui de la vraie valeur de la précession, ne laisse pas douter que la différence en ascension droite que Ptolémée devait trouver dans la position des étoiles observées par Hypparque, ne dût être au moins de 3° 40′ (ou 50″ répétées 267 fois); au lieu d'être de 2° 40′ comme il la supposait. Une différence si considérable qu'on ne saurait attribuer aux erreurs d'observations, a dû faire penser que Ptolémée n'avait point observé lui-même les étoiles mentionnées dans son catalogue, et qu'il n'avait fait que copier le catalogue d'Hypparque en augmentant toutes les ascensions droites de 2° 40′, en conséquence de la grandeur qu'il attribuait à la précession des équinoxes; et en effet, en comparant la position des étoiles du catalogue de Ptolémée à celles que leur assignent les ob-

servations modernes, on trouve que la précession qui en résulterait serait beaucoup trop grande; tandis que si on retranche d'abord de leurs ascensions droites 2° 40′ pour les reporter au temps d'Hypparque, et qu'on reprenne ensuite la comparaison de la position qu'avaient alors ces étoiles à leur position actuelle, la précession annuelle qui en résulte est par un milieu de 50″,25 c'est-à-dire, telle à peu près que les astronomes modernes l'ont déduite de leurs observations (1).

Les déclinaisons des étoiles varient comme les ascensions droites, mais on a observé que leurs latitudes restent constantes, en sorte que la position des étoiles par rapport à l'équateur change dans les différents siècles, tandis qu'elles conservent les mêmes distances par rapport au plan de l'écliptique. On peut se représenter ce double phénomène en supposant les étoiles immobiles, et en faisant tourner le pôle de l'équateur autour du pôle de l'écliptique, de manière à décrire un arc de 50″,22 par année sur un petit cercle parallèle à ce plan. Dans ce mouvement la distance angulaire du pôle de l'équateur au pôle de l'écliptique ne variant pas, l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique reste toujours la même, tandis que l'intersection de ces deux plans rétrograde annuellement de 50″,22 sur l'écliptique. La précision des observations modernes a fait voir que l'étendue de cette rétrogradation n'est pas la même dans tous les siècles, elle est sujette à de légères variations qui l'écartent de

(1) D'après les plus récentes évaluations, la précession moyenne annuelle était en 1800 de 50″, 22350 selon *Bessel*, c'est la valeur que nous avons adoptée dans cet ouvrage.

sa valeur moyenne, tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé. Elle est aujourd'hui de 0″,2114 plus petite qu'elle n'était au temps d'Hypparque, c'est-à-dire cent vingt-huit ans avant l'ère chrétienne.

L'inclinaison de l'équateur à l'écliptique n'est pas non plus restée rigoureusement la même, mais ses variations sont alternatives comme celles de la précession. Elle était au temps d'Hypparque de 16′ 15″,77 plus grande qu'au commencement de ce siècle.

Outre ce déplacement qui constitue sa variation séculaire, l'obliquité de l'écliptique est sujette à une altération périodique qui dépend d'une espèce de balancement auquel est soumis l'axe de la terre et qu'on a nommé sa *nutation*. Bradley, qui l'a reconnu le premier, a imaginé pour le représenter de faire décrire au pôle de l'équateur, autour du pôle de l'écliptique, une petite ellipse, dont le centre, qu'on peut regarder comme le lieu moyen du pôle, parcourt chaque année 50″,22 d'un cercle parallèle à l'écliptique sur lequel il est situé. Les lois de ce phénomène sont très-importantes à connaître parce qu'en faisant osciller l'équinoxe vrai autour de l'équinoxe moyen, il change la position de toutes les étoiles qui sont ordinairement rapportées à ce point. Nous y reviendrons dans la suite lorsque nous parlerons des causes qui le produisent.

Les astronomes modernes ont encore aperçu dans les étoiles un mouvement général qui avait échappé aux anciens et dont Bradley a aussi donné l'explication. Ce mouvement est périodique et sa période est d'une année, c'est-à-dire que dans cet intervalle l'étoile revient à la même place où on l'avait observée. On peut se le repré-

senter en imaginant que chaque étoile décrit annuellement, autour de son lieu moyen, une petite ellipse dont le grand axe vu de la terre soustend un angle de $40''\frac{1}{2}$, en oscillant dans le même sens que le soleil, de manière cependant à rester toujours de 90° en arrière de cet astre. L'ellipse paraît plus ou moins aplatie selon la hauteur de l'étoile au-dessus du plan de l'écliptique; elle se réduit à un arc de l'écliptique de $40''\frac{1}{2}$ si l'étoile est située dans ce plan; le petit axe augmente ensuite à mesure que l'étoile s'éloigne de l'écliptique, l'ellipse conservant toujours le même grand axe de $40''\frac{1}{2}$ dirigé parallèlement à ce plan. Lorsque l'étoile est située au pôle même de l'écliptique, la courbe qu'elle paraît décrire se change en un petit cercle de $40''\frac{1}{2}$ de diamètre. Nous expliquerons plus tard les causes de ce singulier phénomène que l'on a nommé *aberration*, et nous verrons que ce mouvement apparent des étoiles n'a rien de réel et qu'il n'est qu'une illusion de nos sens qui nous fait transporter les astres séparés de nous par de grands intervalles, à une autre place que celle qu'ils occupent réellement. Contentons-nous pour le moment d'observer que son effet est de causer des altérations légères et périodiques dans les positions relatives des étoiles, tandis qu'au contraire le déplacement des pôles change seulement leur position absolue dans le ciel sans altérer leur configuration mutuelle.

26. Indépendamment de ces mouvements généraux communs à toutes les étoiles, quelques-unes d'entre elles ont un mouvement particulier très-lent, mais que la suite des siècles peut rendre sensible. *Sirius* et *Arcturus*, deux des plus brillantes étoiles du ciel, ont offert l'exem-

ple de mouvements pareils ; deux étoiles moins importantes il est vrai, μ de Cassiopée et la 61me du Cygne, paraissent avoir un mouvement encore beaucoup plus considérable, et peut-être en existe-t-il de semblables pour toutes les étoiles, mais l'extrême lenteur avec laquelle ils s'effectuent, et la difficulté de trouver des points de comparaison pour apprécier ces variations si légères, nous ont empêché jusqu'ici de les apercevoir (1).

(1) Il semblerait, d'après ces mouvements divers auxquels sont soumises les étoiles, qu'elles ne méritent plus le nom de *fixes* qu'on leur a donné jadis à cause de leur immobilité supposée. Mais nous verrons par la suite que les mouvements généraux auxquels ces astres sont assujettis, et qui produisent les phénomènes de *la précession* et de l'*aberration* n'ont rien de réel, et qu'ils ne sont qu'une illusion d'optique dépendant des circonstances dans lesquelles se trouve l'observateur à la surface de la terre. Quant aux déplacements particuliers observés dans quelques étoiles, il est vrai qu'un mouvement progressif et inégal pour ces différents astres serait de nature à bouleverser à la longue l'ordre des différentes constellations. Mais si ce mouvement propre existe dans les étoiles, il est naturel de supposer qu'il est d'autant plus sensible que l'étoile est plus rapprochée de nous. Ainsi, la 61e du Cygne ayant un mouvement annuel en ligne droite de plus de 5", c'est-à-dire de plus de 400 millions de lieues par année, car au minimum de la distance qu'on puisse supposer à cette étoile, une seconde correspondrait au moins à 80 millions de lieues, on a dû penser qu'elle était l'une des étoiles les moins éloignées de la terre, et l'une de celles par conséquent dont la parallaxe devait être la plus sensible. Cependant malgré les efforts qu'ont faits avec le plus grand soin MM. Arago et Mathieu pour la déterminer, ils ne lui ont trouvé qu'une valeur tout à fait insignifiante. Il suit de là que ces mouvements des étoiles, qui nous semblent prodigieux comparés aux objets que nos sens ont l'habitude d'apprécier, sont cependant insensibles à l'immense distance qui nous sépare des étoiles, et qu'on peut encore par conséquent dans la pratique de l'astronomie, les considérer sans erreur appréciable comme des points *fixes* auxquels on rapporte les situations des autres astres, et leurs configurations

Nous avons déjà eu l'occasion de parler d'un phénomène fort remarquable et qui fixe depuis quelque temps toute l'attention des astronomes, c'est celui que présentent certaines étoiles formant entre elles comme des systèmes particuliers en mouvement autour de leurs centres de gravité respectifs. Les astres qui composent les *étoiles multiples* sont ordinairement très-rapprochés, en sorte que ce n'est qu'avec l'aide de très-bonnes lunettes qu'on parvient à les séparer, aussi le nombre de ces étoiles a-t-il dû augmenter continuellement à mesure que les instruments d'observation se sont perfectionnés, et un grand nombre d'étoiles regardées longtemps comme des étoiles simples, ont dû se décomposer en groupes binaires, tertiaires, etc., lorsqu'on les a considérées avec des télescopes plus puissants ou avec de plus forts grossissements. Les combinaisons d'étoiles triples ou quadruples paraissent être peu nombreuses, et le catalogue qu'en a récemment dressé M. Struve, le plus complet que nous ayons relativement à cette espèce d'astres, ne renferme que cinquante-deux étoiles triples. Le nombre des étoiles doubles au contraire est très-considérable, W. Herschel qui s'est le premier occupé de leur étude, en avait compté près de cinq cents, qu'il avait partagées en *quatre* classes, non pas comme les étoiles simples d'après l'intensité de leur lumière, mais d'après le degré d'écartement angulaire de leurs éléments.

La *première classe* contient les groupes dans lesquels

mutuelles comme inaltérables. D'ailleurs, comme on l'a justement observé, il resterait encore à savoir si ce sont ces astres qui se déplacent réellement, ou si ce n'est pas notre système solaire tout entier qui s'avance en sens opposé.

les centres des deux étoiles sont à moins de 4 secondes de distance l'un de l'autre. La *seconde classe* se compose des groupes où les écartements angulaires se trouvent compris entre 4 et 8 secondes. Dans la *troisième classe* l'écartement est de 8 à 16 secondes; enfin la *quatrième classe* se compose de tous les groupes qui ne sont pas renfermés dans les classes précédentes, et où la distance des deux étoiles ne surpasse pas 32 secondes.

Malgré ce que cette division a d'arbitraire, et même les difficultés qu'elle peut présenter à cause des variations dans la distance respective des deux étoiles résultant des mouvements auxquels les astres de cette espèce sont soumis, elle a été adoptée généralement par tous les astronomes qui s'en sont occupés après Herschel, mais leur nombre a été considérablement augmenté depuis lui. Le catalogue des étoiles doubles observées par M. Struve dans la partie du ciel que nous pouvons découvrir dans nos climats, n'en renferme pas moins de trois mille cinquante-sept distribuées de la manière suivante :

1re classe,	987	étoiles doubles.
2e classe,	675	
3e classe,	659	
4e classe,	736	
TOTAL.	3,057	

Il est probable que ce nombre sera encore augmenté par les recherches des astronomes situés dans une position favorable pour explorer la partie australe du ciel, et surtout par les résultats du voyage que vient de faire tout récemment dans ce but, au cap de Bonne-Espé-

rance, M. J. Herschel. On peut donc supposer qu'avant quelques années le nombre des étoiles doubles signalées à l'attention des astronomes observateurs dépassera cinq ou six mille. Quelle ample carrière pour l'étude de phénomènes aussi nouveaux qu'intéressants (1) !

Nous avons déjà parlé de la singularité que présentent les teintes variées qu'affectent les étoiles doubles. Nous devons nous occuper maintenant d'un phénomène beaucoup plus important encore pour l'astronomie, c'est celui que présentent les variations qu'éprouvent dans leurs positions relatives les éléments de la plupart de ces astres. En effet, l'observation suivie de quelques-uns d'entre eux a montré que dans les étoiles doubles la petite étoile n'occupait pas toujours la même place relativement à la grande; quelquefois elle est exactement à l'Est de cette dernière, et d'autres fois exactement à l'Ouest. A certaines époques la petite étoile se trouve au Nord de l'étoile principale, et à une autre époque elle se trouve placée directement au Sud. Quelquefois

(1) On a tiré de l'observation des étoiles doubles un parti très-avantageux pour les essais des grandes lunettes, instruments indispensables dans tous les grands observatoires, et qui sont d'une acquisition si coûteuse, puisque leur prix ne s'élève pas à moins de trente à quarante mille francs, indépendamment de leur monture. « Le dédoublement de ces étoiles est pour les astronomes qui ont à prononcer sur la bonté des télescopes et des grandes lunettes, une pierre de touche plus précise et plus sensible à certains égards que ne l'était jadis l'observation du disque des planètes. Si je dis avec un grossissement de 200 fois, par exemple, une lunette sépare complétement les deux étoiles aujourd'hui si voisines l'une de l'autre, dont l'ensemble forme σ de la Couronne, je fournis à tous ceux qui tenteront une expérience semblable, les moyens de reconnaître sans équivoque si leur instrument est *inférieur* au mien. (Annuaire des Longitudes, 1834. Notices scientifiques de *M. Arago*.)

on a vu dans un système binaire, les deux astres placés sur le même rayon visuel, se projeter si exactement l'un sur l'autre et si bien confondus, qu'avec la meilleure lunette on n'apercevait pas la moindre trace de duplicature. Enfin par un effet contraire on a vu des astres classés d'abord parmi les étoiles simples par les meilleurs observateurs, se dédoubler et montrer distinctement leurs deux éléments (1). En réunissant ces divers résultats, on a été amené à conclure que dans les systèmes binaires *les petites étoiles tournent autour des grandes*, précisément comme les satellites circulent autour des planètes principales.

Rigoureusement les deux étoiles se meuvent l'une et l'autre autour de leur centre commun de gravité, mais les observations astronomiques ordinaires ne nous faisant connaître que les positions successives de la petite étoile par rapport à la grande, nous ne pouvons juger que le mouvement relatif des deux étoiles, et c'est aussi de ce mouvement seulement que nous nous occuperons ici.

Les étoiles *tertiaires* doivent présenter sans doute des phénomènes semblables et que la suite des temps nous dévoilera; c'est ce que confirment pleinement quelques exemples particuliers que l'on peut déjà citer. Ainsi les observations ont montré que dans ζ de l'Écrevisse, les deux étoiles les plus faibles tournent autour de la

(1) On peut citer ζ d'Orion classée par Herschel comme étoile simple dans son catalogue; aujourd'hui c'est une étoile double facilement reconnaissable. Au contraire τ du Serpentaire est une étoile double d'après Herschel; aujourd'hui les deux étoiles sont si bien confondues qu'elles ne forment qu'un seul et même astre.

principale. De même pour ψ de Cassiopée qui se compose d'une étoile assez grande et de deux petites étoiles excessivement rapprochées, il est très-probable qu'on verra ces dernières circuler l'une autour de l'autre et leur ensemble tourner autour de l'étoile brillante.

On conçoit combien il était important, après avoir reconnu le principe du mouvement dans les étoiles multiples, de déterminer les lois suivant lesquelles ce mouvement s'exécute. Plusieurs astronomes, parmi lesquels nous citerons en première ligne M. Encke, se sont occupés de savantes recherches sur ce sujet; ils ont essayé de rattacher les variations singulières remarquées dans les étoiles doubles aux lois de la dynamique, et de déduire des valeurs de l'angle de position de la petite étoile et de ses distances observées à différentes époques, les éléments de l'orbite qu'elle décrit autour de l'étoile principale.

On appelle angle de position l'angle que forme la ligne droite menée de la grande à la petite étoile avec une horizontale passant par le centre du premier de ces astres. Cet angle se détermine aisément à l'aide d'une lunette préparée d'une manière convenable pour ce genre d'observations; quant à la distance apparente des deux étoiles, on l'obtient par les observations micrométriques ordinaires. On peut donc déterminer directement l'angle de position et la distance correspondante de la petite étoile à la grande pour une époque quelconque; or, il suffit de quatre valeurs différentes de ces deux quantités pour en déduire tous les éléments de la courbe que décrit la petite étoile autour de la grande.

C'est ce qu'a fait M. Savary, il a montré ainsi que les mouvements de la petite étoile dans ξ de la Grande-Ourse qu'il a pris pour texte de ses recherches, pouvaient être représentés, dans les limites des erreurs des observations, par l'hypothèse d'une orbite elliptique décrite dans la courte période de 58 ans $\frac{1}{4}$. M. Encke de Berlin a appliqué des calculs analogues à l'étoile 70 d'Ophiucus, MM. J. Herschel, Bessel et d'autres astronomes se sont occupés de travaux semblables. Sans doute cette branche de l'astronomie qui n'est cultivée que depuis un très-petit nombre d'années, est encore dans un grand état d'imperfection, et les bonnes observations en se multipliant, la suite des temps en développant les phénomènes, ajouteront beaucoup nécessairement aux notions encore incomplètes que nous avons acquises sur ces étranges mouvements des étoiles. Voici pour le moment les principaux résultats auxquels on est parvenu jusqu'ici, nous nous contentons de les rapporter, nous réservant de revenir sur les calculs qui ont servi à les obtenir, lorsque nous parlerons des causes générales qui produisent les mouvements des corps célestes.

NOMS DES ÉTOILES DOUBLES.	DURÉE de la révolution de la petite étoile autour de la grande.	DEMI-GRAND AXE DE L'ORBITE ou angle sous lequel il serait vu perpendiculairement de la terre.	EXCENTRICITÉ DE L'ORBITE, ou rapport entre la distance du centre au foyer, et le demi-grand axe.
	ans.		
» de la Couronne.	43	—	—
ζ du Cancer.	55	—	—
ξ de la Grande Ourse.	58	8″,9	0,4161
70ème d'Ophiucus.	80	4,4	0,4667
ξ du Bouvier.	117	12,7	—
Castor.	253	8,1	0,7582
ζ de la Couronne.	287	3,7	0,6113
61ème du Cygne.	452	15,4	—
γ de la Vierge.	629	12,1	0,8335
γ du Lion.	1200	—	—

Les périodes des révolutions des étoiles contenues dans ce tableau sont comme on voit très-inégales ; les unes se font remarquer par leur brièveté, les autres par leur extrême longueur. Plusieurs de ces étoiles ont déjà parcouru la plus grande partie de leur orbite depuis qu'elles ont été classées pour la première fois parmi les astres multiples par W. Herschel. Ainsi » de la Couronne a

achevé une révolution complète, et elle est déjà très-avancée dans la seconde période. ξ de la Grande-Ourse a une période de 58 ans, et les premières observations qui se rapportent à cette étoile considérée comme étoile double étant de 1782, elle aura accompli une révolution entière depuis cette époque, en 1840.

27. Nous avons vu dans le premier chapitre que les étoiles dans les plus forts télescopes ne présentaient aucun disque appréciable, tandis que les planètes au contraire en ont un d'autant plus sensible que l'instrument est plus puissant. Les diamètres apparents des étoiles doivent donc être extrêmement petits, et nous sommes par conséquent portés à croire qu'elles sont beaucoup plus éloignées de nous que les planètes ; en comparant leur petitesse à la vivacité de leur lumière, nous devons supposer que ce sont des corps de même nature que le soleil, brillant d'un éclat qui leur est propre, et placés à des distances inégales, mais toutes infiniment grandes de la terre. Les plus brillantes sont sans doute les plus rapprochées de nous ; leur clarté diminue ensuite à mesure que leur éloignement augmente, jusqu'à celles qui sont à peine perceptibles avec l'aide des plus forts télescopes et qui sont situées aux limites de l'espace.

Plusieurs circonstances que nous présente l'observation des étoiles, peuvent encore nous faire juger de leur extrême éloignement. Nous n'avons jamais tenu compte, en parlant de ces astres, de la différence des positions que l'observateur pouvait occuper sur le globe, et nous avons déterminé leurs distances au pôle et leurs ascensions droites, comme nous l'aurions pu faire si nous avions été placés pour les observer au centre de la terre.

Les mesures les plus précises n'indiquent cependant aucune différence sensible résultant de cette circonstance. Ainsi nous avons vu que les observations faites par les anciens astronomes à Alexandrie et dans les îles de l'Archipel, s'accordaient parfaitement avec les nôtres, malgré l'extrême différence des lieux ; il en faut conclure que les dimensions de la terre sont des quantités infiniment petites relativement à la distance qui nous sépare des étoiles.

Il suit de là que l'angle TCA (*fig.* 27), sous lequel le demi-diamètre AT de la terre serait vu par un observateur placé au centre C de l'un de ces astres, serait tout à fait inappréciable ; cet angle est ce qu'on nomme *la parallaxe* de l'astre ; on donne donc en astronomie une idée de l'extrême éloignement des étoiles, lorsqu'on dit que leur parallaxe est insensible ou qu'elles n'ont pas de *parallaxe*.

L'expérience nous a appris à juger de la distance d'un objet par l'angle plus ou moins grand sous lequel nous le voyons ;

Lorsqu'il s'agit de très-grandes distances, on peut supposer que l'angle sous lequel le même objet est aperçu, décroît proportionnellement à l'éloignement de l'observateur, les parallaxes de deux astres sont donc réciproques à leurs distances à la terre, en sorte que si l'on nomme P et P′ ces deux angles, et D et D′ les distances qui leur correspondent, on peut poser la proportion :

$$P : P' :: D' : D, \text{ d'où l'on tire } D = \frac{P'D'}{P}$$

Nous verrons dans la suite que la parallaxe du soleil est à très-peu près de 8″, 6, et la distance de cet astre au

centre de la terre de 23,984 rayons terrestres, ou de 35,976,000 lieues en faisant le rayon terrestre de 1,500 lieues. Si l'on suppose donc la parallaxe des étoiles de 1″, ce qui serait plus que suffisant pour qu'elle ne pût échapper à la précision des observations modernes, et si l'on fait P′ = 8″, 6, D′ = 23,984, la proportion précédente donnera D = 206,262 rayons terrestres ou 309,393,000 lieues; nous serions ainsi assurés que les étoiles sont au moins *huit fois* plus éloignées de nous que le soleil, mais on n'aurait par là qu'une bien faible idée de la distance des étoiles. A mesure que nous ferons de nouveaux progrès dans la connaissance du ciel, nous verrons l'espace s'agrandir, et les étoiles, déjà reculées par un premier aperçu aux dernières limites du système solaire, s'éloigner successivement à des distances qui échappent à nos appréciations et confondent l'imagination.

On rapporte ordinairement toutes les observations astronomiques au centre de la terre, parce que deux observateurs projetant les astres en différents endroits du ciel, selon la position qu'ils occupent sur le globe, on serait sans cela obligé de construire des tables particulières pour chacun des lieux d'observation. Nous venons de voir qu'en vertu du grand éloignement des étoiles, les observations qui s'y rattachent sont les mêmes que si la terre était réduite à un point matériel; mais il n'en est pas de même relativement aux autres corps célestes; et pour le *soleil*, la *lune* et les *planètes* on est obligé de faire subir aux lieux observés, des corrections pour conclure des positions apparentes de ces astres leurs positions véritables, c'est-à-dire leurs positions telles qu'on

les verrait du centre de la terre. Ces corrections dépendent de leur *parallaxe*.

En effet, puisque la parallaxe d'un astre est l'angle sous lequel on voit de cet astre le rayon terrestre qui passe par le lieu de l'observateur, on peut également la définir en disant qu'elle est la différence entre la position d'un astre observé du centre de la terre, et la position du même astre vu d'un point quelconque de sa surface, ou, ce qui revient au même, la *parallaxe est la différence entre ce qu'on appelle le vrai lieu d'un astre, et son lieu apparent*. Car soit C (*fig.* 28) le centre la terre, O le lieu qu'occupe à sa surface l'observateur qui a son zénith au point Z, lorsque l'astre se trouvera à l'horizon en H, sa distance au zénith sera mesurée par l'angle ZOH qui est de 90°, et la distance vraie vue du centre de la terre sera HCZ; la différence est l'angle OHC qui mesure la parallaxe de l'astre H lorsqu'il paraît à l'horizon. En effet, l'angle ZOH étant extérieur au triangle OHC, on a ZOH = OCH + OHC, et par conséquent OHC = ZOH — OCH.

La parallaxe varie suivant la position de l'observateur sur le globe, mais elle change aussi pour le même astre suivant les différents degrés de son élévation sur l'horizon.

En effet, l'astre étant parvenu par son mouvement apparent de H en H', l'angle OH'C, ou la différence entre la distance apparente ZOH', et la distance vraie ZCH' de l'astre au zénith, mesurera la parallaxe qui convient à sa hauteur apparente H'OH au-dessus de l'horizon.

On nomme *parallaxe horizontale*, l'angle OHC sous lequel le rayon terrestre est aperçu du centre de l'astre

lorsqu'il paraît à l'horizon en H, l'angle OH'C sous lequel ce rayon serait vu du même astre lorsqu'il est parvenu à une hauteur quelconque H'OH au-dessus de l'horizon, se nomme *parallaxe de hauteur* (1).

Dans le triangle OCH' l'angle H' est à son *maximum* quand l'angle O est droit, il diminue ensuite à mesure que l'angle O augmente et se réduit à zéro quand l'angle O est égal à 180°. On voit donc que la parallaxe d'un astre est la plus grande possible à l'horizon, elle diminue ensuite à mesure que la hauteur de l'astre augmente, et devient complétement nulle lorsque l'astre passe au zénith.

L'effet constant de la parallaxe est d'abaisser les astres au-dessous de la position qu'ils auraient si l'on était placé au centre de la terre pour les observer. En effet, on voit que l'astre quand il est à l'horizon H doit paraître pour l'observateur placé en O à la surface de la terre, répondre au point K du ciel au-dessous du point L où l'astre serait vu par un observateur placé au centre de la terre. De même, lorsque l'astre est parvenu en H', il paraît répondre au point K' du ciel au-dessous du point L' où on le rapporterait si on l'observait du centre de la terre. Nous verrons par la suite que les rayons lumineux éprouvent en traversant l'atmosphère une déviation qu'on nomme *réfraction*, et qui élève la position apparente des astres au-dessus de leur position véritable, l'effet de la réfraction s'exerce donc toujours en sens inverse de la parallaxe, et lorsqu'on a observé la distance zénithale d'un astre, il faut lui ajouter la *ré-*

(1) Voir les notes.

fraction moins *la parallaxe*, ou retrancher cette différence de la hauteur apparente pour avoir la distance zénithale ou la hauteur vraie de l'astre, c'est-à-dire celle qu'on observerait si l'on était placé au centre de la terre, et s'il n'y avait pas d'atmosphère. Comme l'effet de la parallaxe s'exerce entièrement dans le plan vertical, elle change comme nous l'avons dit, les ascensions droites, les déclinaisons, les longitudes, et les latitudes vraies des astres, et la trigonométrie fournit des formules pour déterminer les corrections nécessaires pour déduire les valeurs véritables de ces quantités, de leurs valeurs apparentes données par l'observation, mais la parallaxe n'altère ni les azimuthes, ni les passages des astres au méridien, puisqu'elle les laisse dans le plan vertical où ils se trouvent.

La parallaxe n'est pas la même pour les différents astres, et elle varie pour le même astre, selon son éloignement de la terre. On voit en effet (*fig.* 28), que l'angle H ou H′ diminue de grandeur à mesure que la distance CH ou CH′ de l'astre au centre de la terre est plus grande par rapport au rayon terrestre CO. On conçoit par là pourquoi les étoiles qui sont situées à une distance infinie de nous, n'ont qu'une parallaxe insensible, tandis qu'au contraire la lune qui est de tous les astres celui qui est le plus rapproché de nous, a aussi la parallaxe la plus considérable.

Lorsque la parallaxe d'un astre à une hauteur quelconque est connue, il est facile d'en conclure sa distance au centre du globe exprimée en parties du rayon de la terre. En effet, dans le triangle H′OC connaissant les angles H et O, on en conclura le rapport de TC à OC ou le rapport

de la distance comprise entre l'astre et le centre de la terre au rayon terrestre. On pourra réciproquement déterminer la parallaxe d'un astre du moment que la distance à la terre et la hauteur au dessus de l'horizon seront données.

Nous ferons connaître successivement en parlant du soleil, de la lune et des planètes, les différents moyens qu'on a imaginés pour mesurer leur parallaxe, ce qui forme un des points les plus curieux des théories astronomiques. L'instrument employé ordinairement à cette détermination est l'équatorial dont nous avons donné plus haut la description, et qui a été nommé par cette raison *machine parallactique*.

28. Puisque la distance des étoiles à la terre est assez grande pour que tous les rayons de lumière que nous en recevons soient parallèles entre eux de quelque point du globe que nous les observions, et que les phénomènes sont les mêmes que si l'axe du monde passait par le lieu même de l'observateur, il en résulte que les seules différences que l'aspect du ciel doive nous présenter relativement aux étoiles selon les positions géographiques que nous occupons, dépendent des variations de la hauteur du pôle au-dessus de notre horizon. Soit (*fig.* 29) AB l'horizon, ACBD l'intersection du méridien avec la voûte céleste, par le centre O de ce cercle menons la ligne PP' faisant avec AB l'angle AOP = 48° 50′ 14″, si du point A on abaisse une perpendiculaire A*ab* sur PP', cette perpendiculaire sera le diamètre du cercle décrit par l'étoile qui se trouve en A, cette étoile sera toujours visible pour l'observateur placé au point O, et à plus forte raison toute étoile dont la distance au pôle sera moindre que la hauteur du pôle AOP. Si du point B nous abais-

sons une perpendiculaire B*cd* sur PP', le cercle décrit par l'étoile en B sera projeté sur le plan de la figure suivant son diamètre B*cd;* ce cercle étant tout entier sous l'horizon AB, l'étoile qui est située dans ce plan ne se lève pas pour l'observateur de Paris, elle demeure toujours invisible ainsi que toutes celles dont la distance au pôle austral est moindre que l'abaissement du pôle au-dessous de l'horizon. Prenons une étoile intermédiaire dont la distance polaire soit P'*e*, la courbe décrite par cette étoile se projettera suivant *efg*, la partie visible sera *ef*, la partie invisible *fg* plus grande que *ef*, le jour de l'étoile sera moindre que sa nuit, le jour va toujours en augmentant à mesure que l'étoile se rapproche du pôle boréal, et il finit par être de 24 heures.

Selon le degré de l'élévation du pôle au-dessus de l'horizon du lieu, on dit que la sphère est *droite*, *oblique* ou *parallèle*. Pour un observateur placé sous l'équateur, les pôles sont situés à l'horizon, et l'axe du monde est couché entièrement sur ce plan. Toutes les étoiles ont leur jour égal à leur nuit, c'est-à-dire qu'elles sont douze heures au-dessus et douze heures au-dessous de l'horizon ; les étoiles équatoriales passent au zénith de l'observateur ; et pour lui *la sphère est droite*. A mesure que l'observateur s'avance de l'équateur vers le nord ou vers le sud, il voit le pôle correspondant s'élever d'une quantité proportionnelle à peu près aux espaces parcourus ; arrivé sous l'un des deux pôles, l'équateur devient son horizon, il n'aperçoit plus que les étoiles septentrionales ou méridionales selon qu'il est au nord ou au sud de l'équateur, et une moitié du ciel est toujours invisible à ses yeux. Les étoiles dans leur mouvement diurne restent conti-

nuellement à la même distance de l'horizon et ne se couchent pas, elles semblent tourner dans des plans horizontaux ; pour l'observateur dans cette situation *la sphère est parallèle*. Enfin *la sphère est oblique* pour tous les lieux du globe intermédiaires entre l'équateur et les pôles, l'horizon coupant le plan des étoiles sous un angle compris entre zéro et l'angle droit ; l'observateur placé dans cette position n'aperçoit qu'une partie des étoiles, l'autre demeure constamment au-dessous de son horizon.

Ainsi une moitié des étoiles est invisible pour l'habitant des pôles, toutes les étoiles sont visibles pour celui qui habite sous l'équateur, et enfin pour l'observateur placé entre les pôles et l'équateur, pour l'habitant de Paris, par exemple, une partie des étoiles est visible et l'autre est toujours cachée à ses regards.

CHAPITRE IV.

DU SOLEIL.

Première observation du soleil. — Détermination du plan de l'écliptique et des équinoxes. — Ordre et durée des saisons. — Variétés des climats terrestres. —Orbite annuelle du soleil.—Mouvement elliptique. —Équation du centre. — Années sidérale, tropique et anomalistique. — Détermination des éléments de l'ellipse solaire. — Tables du soleil, sa parallaxe, ses taches, son mouvement de rotation. — Aurores boréales.

29. De tous les astres celui qui nous intéresse le plus par l'influence qu'il exerce sur toute notre existence, c'est sans contredit le soleil. C'est lui qui règle la durée des jours et de l'année, la succession des saisons; nous lui devons la fécondité de la terre, la lumière qui nous éclaire, la chaleur qui nous ranime; sans le soleil enfin, la terre ne serait qu'une masse rude et inerte, inhabitable à aucun être humain. C'est donc par le soleil qu'il est juste de commencer l'étude des astres qui, outre le mouvement diurne commun à tous les corps célestes, sont soumis à des mouvements propres qui changent continuellement leur position dans le ciel. Nous suivrons ici la même marche et nous

University of MICHIGAN

emploierons les mêmes moyens d'observation que pour les étoiles fixes ; nous commencerons par observer avec attention les mouvements apparents ; en variant et en comparant les observations, nous essaierons d'en déduire les lois des mouvements vrais, et nous rechercherons ensuite quelles sont celles des hypothèses qu'on peut faire pour les expliquer, qui semblent s'accorder le mieux avec l'ensemble des phénomènes.

Le soleil se lève et se couche chaque jour à des heures différentes, et c'est de là que résulte la variété d'aspect que présente pendant la nuit le spectacle du ciel qui change avec les saisons. Si l'on remarque une étoile qui se couche un jour un peu après le soleil, on verra l'intervalle de temps qui sépare leur disparition, diminuer pendant les jours suivants, l'étoile se perdre bientôt dans les rayons de l'astre, et reparaître ensuite avant son lever. Le soleil semble donc se rapprocher de l'étoile que nous regardons comme fixe, et bientôt la dépasser par un mouvement propre dirigé en sens contraire du mouvement diurne, c'est-à-dire d'Occident en Orient. On peut se former ainsi une première idée de la marche du soleil, mais il faut des observations plus délicates et plus précises pour arriver à une connaissance parfaite de son cours.

Supposons qu'on observe le soleil à la lunette méridienne et au cercle mural, et que l'on détermine pour chaque jour de l'année sa distance à l'équateur ou sa déclinaison, et le temps qui s'écoule entre son passage au méridien et celui des étoiles les plus voisines. Nous avons vu que la déclinaison des étoiles était invariable,

mais celle du soleil changera à chaque observation. A certaines époques de l'année, cet astre se trouvera dans l'équateur, il s'en éloignera ensuite alternativement de part et d'autre, et demeurera pendant six mois au midi de ce plan et pendant six mois au nord. En comparant les plus grandes et les plus petites déclinaisons observées, on trouvera que le *maximum* des écarts du soleil des deux côtés de l'équateur, est de 23° 28′, en sorte que l'espace qu'il parcourt par son mouvement propre sur la sphère céleste est renfermé dans une zône comprise entre deux parallèles distants l'un de l'autre de 46° 56′.

Connaissant par les observations précédentes le mouvement journalier du soleil dans le sens du méridien, et dans le sens des parallèles, il est facile de tracer sur un globe la courbe qu'il décrit. En effet les déclinaisons indiquent les parallèles sur lesquels l'astre doit se trouver chaque jour; il ne reste donc qu'à connaître les cercles horaires qui le renferment, les intervalles observés à la lunette méridienne nous en fournissent le moyen. Si, par exemple, nous avons trouvé un jour que le soleil passait au méridien une heure après telle étoile connue, nous en conclurons que cet astre se trouve sur un cercle de déclinaison distant de 15° de celui de l'étoile; et le point d'intersection du cercle ainsi déterminé avec le parallèle qui lui correspond sera le lieu du soleil pour le jour de l'observation. La même opération étant répétée pendant une année entière, si l'on fait passer une courbe par tous les points ainsi obtenus, on s'assurera que cette courbe est un grand cercle de la sphère. Le soleil dans son mouvement annuel paraît donc décrire

une circonférence dont la terre occupe le centre. Le plan qui la renferme se nomme *l'écliptique*, son inclinaison à l'équateur au commencement de 1800 était de 23° 27′ 54″, 8 (1). Cet angle est ce qu'on nomme *l'obliquité de l'écliptique*; il varie dans les différents siècles.

30. Lorsque le soleil dans son mouvement annuel traverse l'équateur, il le décrit à fort peu près en vertu de son mouvement diurne, et ce grand cercle étant partagé en deux parties égales par tous les horizons, le jour est alors égal à la nuit sur toute la terre. C'est par cette raison qu'on a nommé *équinoxes* les points d'intersection de l'orbe solaire avec l'équateur; ces deux points sont éloignés l'un de l'autre de 180°, c'est-à-dire qu'ils sont diamétralement opposés. Leur détermination exacte est très-importante, on ne peut l'obtenir en général par l'observation directe, parce que toutes les observations se faisant dans le plan méridien, il faudrait que le passage du soleil, par l'équateur, eût lieu précisément à midi, mais lorsqu'on a observé les déclinaisons du soleil pour le midi qui a précédé le passage et pour le midi suivant, il est aisé d'en conclure, par une simple proportion, l'instant de ce passage aussi exactement que si on l'eût observé directement. Ainsi supposons par exemple que le 20 mars, le soleil soit à midi de 10′ en deçà de l'équateur,

(1) Il y a une légère différence entre les astronomes sur cette valeur, la précédente est celle de Bessel regardée comme la plus exacte. L'obliquité de l'écliptique en 1800 était selon Delambre 23° 27′ 56″ 5.

et que le lendemain à la même heure il se trouve avoir dépassé ce plan de 5′, il aura parcouru 15′ en 24 heures, et l'on fera cette proportion :

$$15' : 24\,\text{h.} :: 10' : x,$$

d'où l'on tire,

$$x = \frac{10 \times 24\,\text{h}}{15} \text{ ou } x = 16 \text{ heures},$$

qu'il faudra ajouter au 20 mars à midi, ce qui donne, le 20 mars, 4 heures du matin, pour l'instant où le soleil était dans l'équateur, on aura donc ainsi l'heure, la minute et la seconde où le soleil a traversé ce plan, et en changeant les temps en arcs de cercle, à raison de 15° par heure, on en conclura avec précision le point où le soleil a coupé le cercle de l'équateur, ou la position précise de l'équinoxe. La proportion précédente suppose il est vrai que le soleil se meut uniformément dans le sens des méridiens, ce qui n'est pas rigoureusement exact, mais les différences qui en peuvent résulter sont insensibles même sur des intervalles plus considérables que celui que nous avons supposé.

En répétant à de grands intervalles de temps les opérations précédentes, on s'aperçoit que les équinoxes ne correspondent pas toujours aux mêmes étoiles; les points équinoxiaux se déplacent par un mouvement très-lent dirigé en sens inverse du mouvement du soleil, et c'est ce déplacement continuel qui oblige à recommencer chaque année les observations qui servent à les déterminer.

31. L'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur produit

les variétés des saisons et l'inégalité des jours. En effet si le soleil ne quittait pas le plan de l'équateur, la terre jouirait d'un printemps perpétuel, et les jours et les nuits auraient en tout temps la même durée. Mais comme le soleil, par son mouvement annuel, est pendant six mois au nord et pendant six mois au sud de ce plan, son mouvement diurne doit coïncider avec celui de la constellation dans laquelle il se trouve à chaque époque de l'année, et nous présenter par conséquent les mêmes phénomènes que nous avons observés dans la durée des apparitions des étoiles selon leur déclinaison. Nous avons vu que plus une constellation est voisine du pôle boréal, plus le temps qu'elle demeure au-dessus de notre horizon est considérable; le contraire a lieu dans la moitié opposée du ciel; plus une constellation est voisine du pôle austral, plus est court l'intervalle qui s'écoule entre l'instant de son lever et celui de son coucher; enfin, les constellations qui sont situées dans l'équateur même, sont visibles pendant douze heures et disparaissent pendant les douze heures suivantes. Le soleil doit donc nous présenter toutes ces apparences diverses dans les différentes saisons de l'année. Le jour est précisément égal à la nuit lorsqu'il se trouve dans l'équateur; à toute autre époque les jours et les nuits sont d'inégale durée pour toutes les régions du globe qui ne sont point situées sous l'équateur. Lorsque le soleil passe dans l'hémisphère boréal, le jour est plus long que la nuit dans nos climats; nous avons au contraire de longues nuits et des jours d'une courte durée lorsque le soleil se trouve dans les constellations australes. L'inégalité entre les jours et les nuits doit être d'autant plus considérable que le soleil, dans son

mouvement apparent, s'est plus approché de l'un des deux pôles.

Pour mieux concevoir ces différents phénomènes, suivons sur une figure la marche du soleil depuis son passage à l'équinoxe du printemps jusqu'à son retour au même point. Soit (*fig.* 30) ABCD le méridien céleste, P et P′ les deux pôles, ED la trace de l'équateur, SS′ celle de l'écliptique et HH′ celle de l'horizon de Paris formant avec l'axe des pôles un angle de 48° 50′. A mesure que le soleil, après avoir traversé l'équateur, s'élève vers le nord, sa distance SZ à notre zénith diminue chaque jour, les arcs visibles des parallèles qu'il décrit par son mouvement diurne croissent continuellement ; le soleil demeure donc plus longtemps au dessus de l'horizon, et la durée des jours va en augmentant jusqu'à ce qu'il soit parvenu en O à sa plus grande proximité du pôle, qu'il atteint vers le 21 juin. C'est à cette époque de l'année que le jour est le plus long et la nuit la plus courte ; la durée du jour embrasse 16 heures, celle de la nuit n'en compte que 8. Arrivé à ce point de son orbite, le soleil semble un moment stationnaire, c'est-à-dire que pendant plusieurs jours, les variations de ses distances zénithales paraissent insensibles, et l'on a nommé *solstice* ou station ce point où le soleil s'arrête. Il redescend ensuite vers l'équateur, qu'il traverse de nouveau le 22 septembre ; les jours qui ont été continuellement en diminuant depuis le solstice, se composent alors précisément du même nombre d'heures que les nuits ; le soleil passe de là dans l'hémisphère austral jusqu'à ce qu'il ait atteint sa plus grande distance au zénith ou le *solstice d'hiver*, c'est-à-dire le point de son orbite où il

cesse de descendre. Le soleil arrive au solstice d'hiver, le 21 décembre; le jour est alors le plus court de l'année, et la nuit la plus longue; la durée du jour est de 8 heures seulement, et celle de la nuit de 16 heures. Parvenu à ce terme, l'astre revient vers l'équateur; la durée des jours empiète de plus en plus sur celle des nuits, et la parfaite égalité se rétablit entre eux lorsque le soleil traverse de nouveau l'équateur le 21 mars, à l'équinoxe du printemps pour recommencer un nouveau cours.

Les deux parallèles qui correspondent aux solstices se nomment tropiques, et pour les distinguer on appelle tropique d'été le parallèle que le soleil décrit lorsqu'il est au nord de l'équateur, et tropique d'hiver celui qu'il parcourt dans son mouvement diurne lorsqu'il se trouve au sud de ce plan. On nomme aussi le tropique d'été, *tropique du Cancer* et le tropique d'hiver, *tropique du Capricorne*, du nom des constellations dans lesquelles le soleil se trouvait autrefois quand il arrivait aux deux solstices. L'intervalle qui s'écoule entre deux retours du soleil au même équinoxe ou au même solstice forme *l'année tropique*; elle était au commencement de ce siècle de 365 j. 5 h. 48′ 47″ 819 ou de 365 j., 24222013 jours moyens solaires (1). Les intervalles compris entre les passages du soleil aux solstices et à l'équateur forment les quatre saisons qui partagent l'année. Le printemps commence à l'époque où le soleil traverse l'équateur pour passer de la partie australe du ciel dans l'hémisphère boréal, et dure jusqu'à son arrivée au tropique du Cancer; l'intervalle compris entre le solstice d'été

(1) Suivant Bessel. — Plus longue et de 365 j. 242263966, suivant Delambre.

et le retour du soleil à l'équateur forme l'été ; le temps qui s'écoule entre les passages du soleil à l'équinoxe d'automne et au tropique du Capricorne forme l'automne ; enfin l'hiver se compose de l'intervalle compris entre le solstice d'hiver et le retour du soleil à l'équinoxe du printemps.

32. Les déplacements du soleil dans l'écliptique, qui produisent les variétés si remarquables des jours et des saisons, ont de tout temps fixé l'attention des hommes. Ils ont, dès la plus haute antiquité, partagé les étoiles que cet astre rencontre sur sa route en douze constellations ou signes dont chacun comprend 30°, et qui divisent en parties égales la circonférence entière du zodiaque. Ces douze groupes d'étoiles dont nous avons déjà eu l'occasion de parler en nous occupant des constellations, sont traversés par le soleil dans son mouvement annuel dans l'ordre suivant (1) :

le Bélier,	le Taureau,	les Gémeaux,
l'Écrevisse,	le Lion,	la Vierge,
la Balance,	le Scorpion,	le Sagittaire,
le Capricorne,	le Verseau,	les Poissons.

Les noms que portent les douze constellations zodiacales sont très-anciens ; on a cru y reconnaître un rapport marqué avec les phénomènes qui résultent, sur la terre, de la position qu'occupe le soleil dans le ciel

(1) Les deux vers latins qui suivent peuvent servir à fixer dans la mémoire l'ordre des constellations zodiacales :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo.
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

lorsqu'il se trouve dans les différentes constellations. Le Bélier et le Taureau, qu'il traverse vers l'équinoxe du printemps, indiquent l'époque où les vaches mettent bas ; les Gémeaux, emblème de la reproduction et de la fécondité, désignent l'époque de la germination des plantes ; l'Écrevisse, celle du solstice d'été, lorsque le soleil, au plus haut point de sa course, commence à revenir sur ses pas ; le Lion est l'emblème des chaleurs de l'été ; la Vierge, avec son épi, celui des moissons ; la Balance annonce l'égalité des jours et des nuits à l'équinoxe d'automne ; le Scorpion, les maladies fréquentes dans cette saison; le Sagittaire, le temps propice aux plaisirs de la chasse; le Capricorne désigne le solstice d'hiver, époque où le soleil commence à remonter vers les signes supérieurs comme la chèvre pour brouter gagne le sommet des monts ; le Verseau désigne la saison des pluies ; les Poissons celle de la pêche.

La position des équinoxes change insensiblement par rapport aux étoiles, comme nous l'avons dit ; il en résulte que dans les différents siècles, le soleil ne se trouve pas, aux mêmes époques de l'année, dans les mêmes constellations ; ainsi l'équinoxe du printemps qui, il y a 4000 ans, correspondait exactement à la constellation du Bélier, se trouve aujourd'hui dans celle des Poissons et près du Verseau. Cependant on continue toujours à dire que l'équinoxe du printemps a lieu dans le Bélier, le solstice dans le Cancer, etc. ; mais, pour éviter la confusion qui peut résulter de cette locution vicieuse, il faut avoir soin de distinguer les signes du zodiaque des constellations, et alors on pourra sans inconvénient nommer à perpétuité signe du Bélier celui où l'équi-

noxe a lieu, signe du Cancer celui qui correspond au solstice, et ainsi de suite.

D'après ce que nous avons dit du mouvement du soleil dans l'écliptique, on voit que la durée des quatre saisons doit être très-inégale. En effet le soleil passe à l'équateur le 21 mars, c'est alors que le printemps commence; il atteint le solstice boréal le 21 juin, c'est le commencement de l'été; l'automne commence le 23 septembre, époque à laquelle le soleil traverse de nouveau l'équateur pour passer dans l'hémisphère austral; enfin l'hiver commence le 22 décembre, jour auquel le soleil atteint le solstice austral. Or les intervalles de temps compris entre ces quatre époques, sont très-différents, les durées des saisons doivent donc l'être aussi. Voici quels étaient exactement ces intervalles au commencement de 1800 :

	j.
De l'équinoxe du printemps au solstice d'été,	92,90588
Du solstice d'été à l'équinoxe d'automne,	93,56583
De l'équinoxe d'automne au solstice d'hiver,	89,69954
Du solstice d'hiver à l'équinoxe du printemps,	89,07110

Le printemps est donc dans ce siècle plus court que l'été, et l'automne plus long que l'hiver. L'été est la plus longue des quatre saisons, et l'hiver la plus courte. Mais ces inégalités entre leurs durées ne sont pas les mêmes dans tous les temps; ainsi suivant les observations d'Hipparque, c'est-a-dire 140 ans avant l'ère chrétienne, l'intervalle de l'équinoxe du printemps au solstice d'été était de 94 jours et demi, et l'intervalle de ce solstice à l'équinoxe d'automne n'était que de 92 jours et demi. Le printemps était donc alors plus long que l'été, et l'automne plus court que l'hiver.

33. Les déplacements du soleil dans l'écliptique joints à la différence des latitudes terrestres produisent encore la variété des climats, c'est-à-dire les différences que l'on observe entre les diverses régions du globe relativement à la température, aux productions du sol, à l'ordre et à la durée des saisons. L'angle que forme la verticale avec l'équateur change pour tous les lieux de la terre qui ne sont pas situés sur le même parallèle, et il en résulte par la présence plus ou moins prolongée du soleil sur leur horizon aux diverses époques de l'année, des effets particuliers à chacun d'eux que nous allons examiner. Soit ABCD (*fig.* 31), le méridien terrestre P et P′, les deux pôles, EQ la trace de l'équateur, et SS′ celle de l'écliptique sur ce plan. Si l'on fait tourner la figure autour des deux points P et P′, les points A et B traceront sur la surface de la terre deux cercles AB et BC parallèles à l'équateur ; ces parallèles se nomment *tropiques du Cancer* et du *Capricorne* comme les cercles de la sphère céleste qui leur correspondent. Sous l'équateur le soleil est pendant toute l'année douze heures au-dessus et douze heures au-dessous de l'horizon, tous les jours sont donc égaux entre eux. Aux équinoxes le soleil passe au zénith de l'observateur et sa hauteur méridienne est de 90° ; elle décroît à mesure qu'il s'avance vers le solstice ; elle est alors la plus petite possible et égale au complément de l'angle que comprennent entre eux l'écliptique et l'équateur, c'est-à-dire à 66° 32′. Pendant six mois le soleil est situé entre le zénith de l'observateur et le pôle boréal et pendant six mois entre ce même point et le pôle austral, les ombres qu'il projette à son passage au méridien sont tournées en sens contraire, l'ombre est

constamment dirigée vers le sud pendant le premier intervalle et vers le nord pendant le second. Sous l'équateur il n'y a à proprement parler que deux saisons différentes et l'année se compose de deux étés et de deux hivers. Des phénomènes analogues ont lieu pour toute la portion de la surface terrestre située entre les deux tropiques, c'est-à-dire pour tous les points dont la latitude est moindre que l'obliquité de l'écliptique. Mais au delà de cette zône le soleil ne passant plus au zénith de l'observateur, il n'y a plus qu'un seul hiver et un seul été (1). Dans l'hémisphère boréal l'ombre méridienne du style est constamment dirigée vers le nord ; les jours sont plus longs que les nuits en été et plus courts en hiver. C'est dans cette situation, comme on l'a vu que se trouve Paris. L'inégalité des jours et des nuits augmente de plus en plus à mesure qu'on approche du pôle. Lorsque la distance du zénith au pôle est égale à l'obliquité de l'écliptique, l'horizon de l'observateur étant le cercle même de l'écliptique, le soleil demeure un jour entier sans se coucher au solstice d'été, et il reste un jour entier sans se montrer au solstice d'hiver. En effet, si par le centre O de la terre on élève la perpendiculaire OZ à l'écliptique

(1) Il n'y a que les habitants situés entre les deux tropiques qui puissent voir le soleil à leur zénith, ceux qui sont placés sous le tropique même voyent cet astre passer une fois par an à leur zénith, l'ombre de leur gnomon est alors nulle ; c'est dans cette position que se trouvait jadis la ville de Syène en Égypte; et l'ombre du soleil au jour du solstice d'été, se projetait perpendiculairement au fond d'un puits que ce phénomène a rendu célèbre. Syène est aujourd'hui assez éloigné du tropique pour que le bord même du soleil n'éclaire plus le fond du puits.

OA, l'angle EOP′ et l'angle AOZ étant droits, on aura ZOP′ = AOE.

L'observateur placé en M verra donc le soleil, lorsqu'il arrivera en B, décrire le parallèle BC, c'est-à-dire le tropique du Capricorne, situé tout entier au-dessus de son horizon OA, tandis que lorsqu'il sera en A il décrira le parallèle AD ou le tropique du Cancer, situé tout entier au-dessous. Le point M′ se trouvera dans une situation analogue, mais inverse. Les deux parallèles MN et M′N′ que les points M et M′ tracent sur la surface du globe lorsqu'on fait tourner le méridien sur l'axe des pôles PP′, se nomment *cercles polaires*. Ils sont situés, de part et d'autre, à 23° 27′ des pôles, et, pour les distinguer, on les nomme *cercle polaire arctique* et *cercle polaire antarctique*, selon celui des pôles qui en est le plus voisin. Les habitants de ces régions ont un jour et une nuit de 24 heures au solstice d'été et au solstice d'hiver dans l'hémisphère boréal, et au contraire une nuit sans jour et un jour sans nuit aux mêmes époques dans l'hémisphère austral. En avançant davantage vers le pôle, le temps pendant lequel le soleil demeure au-dessus de l'horizon ou s'abaisse au-dessous vers les solstices, va en augmentant, et il peut y avoir alors des jours et des nuits de plusieurs mois. Enfin sous le pôle, l'horizon étant l'équateur même, le soleil se montre pendant les six mois où il est situé du même côté de l'équateur que le pôle, et cesse de paraître pendant les six mois suivants, où il est situé vers le pôle opposé. L'année ne se compose alors que d'un seul jour et d'une seule nuit, mais aucun être organisé ne peut subsister dans ces régions glacées, dont il ne nous est pas même permis d'approcher. Des phénomènes semblables

se produisent dans l'ordre inverse pour les contrées situées entre le tropique et le pôle austral; les plus longs jours dans ces régions correspondent à nos plus longues nuits; le printemps commence pour elles lorsque nous entrons dans l'automne, leur été répond à notre hiver, leur automne à notre printemps; enfin elles souffrent les rigueurs de l'hiver quand nous jouissons des chaleurs de l'été (1).

(1) Le curieux phénomène que présente le soleil aux habitants des régions hyperboréennes, lorsqu'il arrive au solstice d'été, a été décrit d'une manière aussi exacte que poétique dans les vers suivants :

Feux qu'allume en nos champs l'allégresse publique, *
Autrefois près du Nil, et dans la Grèce antique,
Du soleil au *Cancer* vous marquiez le retour;
On vous voyait briller en faveur de ce jour
Où l'astre des saisons, dans son orbite immense,
En cessant de monter s'arrête en apparence,
Fournit dans l'étendue un cours si spacieux,
Et de son apogée illuminant les cieux,
Comme un triomphateur sur son char magnifique,
Entre pompeusement au signe du Tropique.

Mais c'est vers Tornéo qu'au bout de l'horizon,
Il charme dans ce mois les regards du Lapon;
Quand le soleil paraît terminer sa carrière,
Qu'il nage au bord des monts dans des flots de lumière,
O surprise! ô spectacle inconnu pour nos yeux!
Sous ce même horizon encor tout radieux,
L'astre, au lieu de plonger, en rase la surface,
S'élance en Orient que sa lumière embrase,
Et dans le champ des cieux recommençant son tour,
Sans aube et sans aurore il ouvre un nouveau jour!

Lemierre, poëme des Fastes.

* Feux de la *Saint-Jean*, le 24 juin.

On conçoit déjà comment la position du soleil relativement à la terre produit les variations de température que nous éprouvons dans les différentes saisons, et tous les phénomènes qui en résultent dans les productions de la nature. Plus le soleil se rapproche de notre zénith, ou ce qui revient au même, plus ses hauteurs méridiennes augmentent, plus la direction de ses rayons s'élève sur notre horizon, et la terre sur laquelle il tombe d'aplomb en reçoit davantage de chaleur. Au contraire les hauteurs méridiennes du soleil diminuant, ses rayons frappent plus obliquement l'horizon, et leur vertu calorifique diminue à la fois par cette cause et parce que l'astre demeure moins longtemps visible. Voilà donc plusieurs raisons pour expliquer les froids de l'hiver et les chaleurs de l'été; ajoutons que les rayons solaires ont dans la première saison une plus grande étendue d'atmosphère à traverser, ce qui contribue encore à diminuer leur intensité. Cependant comme les hauteurs du soleil redeviennent les mêmes en été et au printemps, en hiver et en automne, il semble que la température devrait être aussi la même dans les deux premières et dans les deux dernières saisons. Mais il faut observer que l'action du soleil sur la terre n'est pas instantanée; ses plus grands effets ne se produisent que par leur accumulation, et de même que la chaleur du jour n'atteint son *maximum* que deux heures environ après que le soleil a dépassé le méridien, de même les plus grandes chaleurs de l'été n'ont lieu qu'un mois après que cet astre a atteint ses plus grandes hauteurs solsticiales. La surface de la terre graduellement échauffée à mesure que le soleil s'est avancé de l'équateur vers le pôle boréal, est alors disposée à éprouver

toute l'action de ses rayons, et les plus fortes chaleurs se font sentir dans l'intervalle qu'il met à revenir du solstice d'été vers l'équateur. La terre se refroidit ensuite par dégrés lorsqu'il passe dans l'hémisphère austral et lorsque le soleil revient du solstice d'hiver vers l'équateur, son action étant devenue très-faible, et le refroidissement de la terre complet, son influence sur la température descend à son *minimum*, et c'est alors que se produisent les glaces et les frimas.

34. Les tropiques et les cercles polaires partagent la surface de la terre en cinq grandes divisions ou *zônes*, qui placées dans des positions diverses par rapport au soleil, se distinguent par les différences de leurs productions et de leurs températures.

La portion de la surface terrestre comprise entre les tropiques se nomme *Zône torride* ou *brûlée* à cause de l'extrême chaleur que le voisinage du soleil, sa présence continue, et surtout la direction perpendiculaire de ses rayons y produisent. Tous les corps de la nature organique, fécondée par la puissance calorifique du soleil, y ont une force de végétation, et un éclat de couleur qu'on ne leur voit point ailleurs. C'est de là que nous viennent les fruits les plus savoureux et les poisons les plus subtils.

On nomme *Zônes glaciales* les portions de la surface de la terre comprises entre les deux cercles polaires et les pôles. Les régions qui y sont situées restent privées pendant plusieurs mois de la présence du soleil, et lorsqu'il s'y montre l'extrême obliquité de ses rayons en affaiblit considérablement la puissance. Aussi dans ces contrées le froid est excessif, la nature stérile et

la terre presqu'inhabitable même du côté du pôle boréal, car dans l'hémisphère austral, des glaces éternelles, que l'on n'a pu jusqu'à présent surmonter, environnent le pôle et s'étendent jusqu'au cercle polaire antarctique qu'elles ne permettent pas de dépasser.

Enfin les portions de la surface du globe comprises entre les tropiques et les cercles polaires s'appellent *Zônes tempérées*. Le soleil ne passant jamais au zénith de ces régions, et ne s'en éloignant pas cependant par de trop grands écarts, ses rayons ne les frappent ni dans une direction perpendiculaire, ni dans une direction trop oblique, les jours et les nuits s'y partagent l'année sans de trop grandes inégalités, et toutes ces causes y produisent une température qui tient pour ainsi dire le milieu entre les chaleurs extrêmes de la zône torride et les froids rigoureux des zônes glaciales. Il semble que c'est sur la surface de la terre le séjour que la nature avait spécialement destiné à l'homme, aussi voyons-nous que de ces régions sont sortis les plus beaux monuments de son génie.

Quoique les deux hémisphères se trouvent placés dans une situation semblable par rapport au soleil, la température cependant n'y est pas la même à égales distances de l'équateur. L'hémisphère austral paraît en général plus froid que l'hémisphère boréal. La ceinture de glaces éternelles qui défend les pôles, ne s'étend que jusqu'au 9e degré du côté du pôle arctique, tandis qu'elle descend jusqu'au 18e du côté du pôle antarctique. Cette cause suffirait seule pour expliquer les différences de température des deux hémisphères. En effet comme il faut à la glace 60° de chaleur pour passer de l'état solide

à l'état liquide, une grande partie de la chaleur solaire sera employée pendant l'été dans l'hémisphère austral à fondre les glaces amoncelées pendant l'hiver. Les deux hémisphères terrestres ont d'ailleurs une constitution très-différente, et la partie australe contient beaucoup plus de mers que la partie boréale, ce qui doit encore influer considérablement sur l'inégalité de leur température.

On remarque souvent des différences semblables relativement à des lieux situés à la même latitude dans le même hémisphère. Une infinité de circonstances locales, comme le voisinage de la mer, la situation des montagnes, les vents, les volcans, peuvent modifier l'action du soleil, et rendre la température très-différente dans des régions situées sur le même parallèle. L'expérience prouve encore que les côtes occidentales sont toujours plus froides que les côtes orientales; ainsi, en Amérique, l'hiver est beaucoup plus rigoureux à la même latitude que dans l'Europe, et il faut redescendre de 5 ou 6° vers l'équateur pour retrouver la même température moyenne.

Nous n'avons employé jusqu'ici le mot de *climat* que dans son acception la plus commune, c'est-à-dire en le considérant relativement aux variétés des températures et des saisons des différents points du globe; mais en astronomie, on donne spécialement le nom de *climat* à une portion de la surface terrestre comprise entre deux parallèles dont l'intervalle est déterminé de manière que le plus long jour d'été, sur l'un des parallèles, excède d'une quantité donnée, d'une demi-heure, par exemple, le plus long jour d'été sur le parallèle opposé. On a divisé ainsi la portion de la surface de la terre comprise entre les cercles polaires en vingt-quatre climats de demi-heures; le pre-

mier commence à l'équateur ; à son origine, il a douze heures de jour à son plus grand jour, et douze heures et demie à sa fin ; le second a douze heures et demie de jour sur le parallèle le plus rapproché de l'équateur, et treize heures de jour sur le second, et ainsi de suite pour les autres *climats*. La largeur des zônes qui comprennent les différents climats n'est pas égale sur toute la terre, elle va en diminuant à mesure qu'on approche du pôle, parce que les variations dans la durée du jour y sont beaucoup plus rapides que sous l'équateur. On doit d'ailleurs s'attendre, d'après ce que nous avons dit, à trouver de grandes différences dans la température des mêmes *climats* dans chaque hémisphère, ou dans celle des *climats* qui se correspondent des deux côtés de l'équateur.

Seconde approximation du mouvement du soleil.

35. Revenons maintenant à un examen plus attentif du mouvement apparent du soleil autour de la terre. En comparant entre elles les déclinaisons pour chaque jour de l'année, on remarque que leurs variations sont très-rapides dans le voisinage de l'équateur, et qu'elles sont presque insensibles, au contraire, vers les solstices. Cependant, comme les déclinaisons n'indiquent que le mouvement du soleil dans le sens des méridiens, et que son mouvement réel est la résultante de ce mouvement et de celui qui a lieu dans le sens des parallèles, on ne saurait encore en conclure que le mouvement sur l'orbite n'est pas uniforme. Mais si l'on compare la marche du soleil dans le sens des parallèles à une étoile fixe, on

verra que cet astre passe chaque jour plus tard que l'étoile au méridien, et que ses retards quotidiens ne sont pas les mêmes dans tous les temps, les jours solaires ne sont donc pas égaux, et les mouvements du soleil sont irréguliers, soit parallèlement à l'équateur, soit perpendiculairement à ce plan.

Cependant ces irrégularités du mouvement du soleil proviennent-elles seulement de ce que le plan de son orbite est incliné à l'équateur, ou résultent-elles de ce que cette orbite n'est point un cercle, et de ce que le mouvement du soleil dans l'écliptique n'est point uniforme? Ce sont autant de questions intéressantes que de nouvelles observations serviront à résoudre. D'abord, le soleil est-il toujours à la même distance de la terre? Pour nous en assurer, employons le secours de l'instrument que nous avons décrit dans le chapitre II, et qui porte le nom de micromètre; c'est, comme nous l'avons dit n° 16, un réticule dont l'un des fils est mobile, et que l'on peut adapter à toute espèce de lunettes. Dirigez vers le soleil une lunette ainsi préparée, et attendez que le disque touche le fil supérieur; tournez alors la vis du micromètre jusqu'à ce que le fil mobile soit tangent à la partie inférieure du disque, vous reconnaîtrez qu'à chaque observation le soleil éprouve des variations sensibles. Il faut donc supposer ou que cet astre augmente et diminue de volume, ou qu'il s'approche et s'éloigne alternativement de la terre.

En effet, l'angle sous lequel nous apercevons un corps dépend à la fois de son volume et de sa distance. Si le volume ne change pas et que le corps s'éloigne de nous, l'angle optique, sous-tendu par son diamètre, diminuera

proportionnellement, et les dimensions du corps nous paraîtront d'autant plus petites sans qu'il ait réellement changé de grandeur. Ainsi, un observateur en S (fig. 32), voit sous le même angle les deux arcs a b et AB placés à différentes distances, et l'on a la proportion

$$ab : AB :: Sa : SA.$$

Si AB est double de *ab*, la distance SA sera double aussi de *Sa*; par conséquent, si l'arc *ab* s'éloigne du centre S, l'angle qu'il sous-tend diminuera dans le même rapport que la distance augmentera. Lorsque les corps sont très-éloignés, comme le soleil et la lune, relativement à la terre, les arcs *ab*, AB peuvent être pris pour leurs cordes, et l'on peut, par conséquent, poser en principe que les diamètres apparents d'un astre, ou les angles sous lesquels cet astre est vu de la terre, sont en raison inverse de ses distances à l'observateur.

L'hypothèse d'une altération périodique dans les dimensions du soleil n'étant pas admissible, il est clair que les variations de son diamètre apparent annoncent que ses distances à la terre ne sont pas toujours les mêmes; et comme on peut, à l'aide du micromètre, apprécier ces variations avec une grande exactitude, on en conclura par une simple proportion les variations correspondantes dans ses distances à la terre (1). Rien ne

(1) On peut encore mesurer le diamètre apparent d'un astre par le temps qu'il emploie à passer devant le fil très-fin placé au centre de la lunette méridienne. Si par exemple, le second bord du soleil passe au méridien 2′ après le premier, on en conclura que le demi-diamètre du soleil occupe dans le ciel un espace d'un demi-degré en

sera plus facile ensuite que de déterminer la nature de l'orbite solaire. En effet, supposons (fig. 33) la terre en T, et formons autour de ce point les angles STS′, S′TS″ etc., égaux aux arcs qu'interceptent entre eux les méridiens sur lesquels s'est trouvé le soleil à midi chaque jour de l'année. Prenons une ligne arbitraire TS pour représenter la distance du soleil à la terre, correspondante à l'une quelconque des observations, par exemple, à celle où le soleil s'est trouvé dans sa plus grande proximité de la terre; calculons ensuite, comme nous venons de le dire, les distances TS′, TS″, etc., rapportées à cette ligne TS, prise pour unité, et faisons passer une courbe par les points S, S′, S″, etc., ainsi déterminés. Nous reconnaîtrons à la première inspection que cette courbe est un peu allongée dans le sens de la droite qui, passant par la terre, joint les observations des mois de janvier et de juillet, c'est-à-dire des époques où le soleil est le plus rapproché et le plus éloigné de la terre. La ressemblance de cette courbe avec l'ellipse a d'abord donné l'idée de les comparer, et l'on s'est assuré, en effet, de leur identité (1), d'où l'on a été amené à conclure que

comptant 15° par heure. Ceci suppose que l'astre dont on mesure le demi-diamètre, est dans le plan de l'équateur, s'il n'y était pas le résultat précédent aurait besoin d'une correction. On trouve ainsi que le diamètre du soleil a pour valeur moyenne 32′, et pour valeurs extrêmes 31′ 516 et 32′, 596. Nous avons vu que les étoiles n'ont aucun diamètre apparent; l'angle sous lequel on les aperçoit est constamment nul, même aux yeux de l'observateur muni des meilleurs instruments d'optique.

(1) Cette vérification est facile. En effet, on sait que trois points donnés de position sur un plan suffisent pour déterminer complétement une éclipse dont l'un des foyers est connu. En calculant donc l'ellipse qui satisfait à trois observations du soleil, on verra si toutes

l'orbe solaire est une ellipse dont la terre occupe l'un des foyers.

36. L'ellipse est une de ces courbes nommées *sections coniques* parce qu'elles résultent de l'intersection d'un cône droit par un plan, et dont les géomètres anciens se sont longtemps occupés sans se douter qu'elles deviendraient un jour la base de toute la théorie du système du monde. Comme l'ellipse est d'un fréquent usage dans toutes les branches de l'astronomie, nous en rappellerons ici en quelques mots les principales propriétés. Celle qui la caractérise d'abord c'est que la somme des distances de l'un quelconque des points de son contour à deux points fixes, que l'on nomme *foyers*, est toujours la même. De là résulte un moyen facile de la décrire, en fixant aux foyers F et F′ (*fig.* 34) les extrémités d'un fil tendu par un style qui glisse le long de ce fil. La courbe *a b c d* tracée par la pointe du style dans ce mouvement est visiblement allongée dans le sens de la droite F F′ qui passe par les deux foyers, et qui prolongée des deux côtés jusqu'à la courbe, forme le *grand axe* AB de l'ellipse; sa longueur est égale à celle du fil. Le milieu C de cet axe est le centre de l'ellipse; la perpendiculaire CD menée par le centre sur le grand axe, et terminée à la courbe forme le *petit axe*. La perpendiculaire au grand axe qui passe par le foyer, se nomme le *paramètre*. Les droites menées de l'un des foyers aux différens points de l'ellipse se nomment

les autres observations y sont également comprises. Les résultats de la construction graphique que nous avons indiquée, et qui pouvaient laisser des doutes, acquièrent ainsi toute la précision des résultats numériques.

rayons vecteurs, la distance du centre à l'un des deux foyers, se nomme *excentricité*, l'excès du plus grand rayon vecteur sur le petit, est égal au double de l'excentricité. Le point A qui est le plus rapproché du foyer F se nomme le *périgée* dans l'orbe solaire, et le point B qui en est le plus éloigné s'appelle l'*apogée*; quand il s'agit des ellipses décrites par les planètes, ces deux points se nomment le premier le *périhélie* et le second l'*aphélie*. Si les deux foyers F et F′ se confondent en un seul et même point, l'ellipse se change en un cercle; à mesure que ces deux points s'éloignent l'un de l'autre, l'ellipse s'aplatit de plus en plus, et si l'on suppose que la distance AF du sommet de l'ellipse au foyer le plus voisin restant la même, la distance mutuelle des deux foyers augmente indéfiniment, l'ellipse se change en une *parabole*. Cette courbe est encore une section conique, mais au lieu d'être, comme l'ellipse une courbe fermée, elle se compose de deux branches AE, AG (*fig.* 34) qui s'étendent indéfiniment en s'écartant de plus en plus l'une de l'autre. Les distances LP et FP d'un point quelconque de cette courbe au foyer F, et à une droite KL menée perpendiculairement à son axe, par un point K placé à la même distance du sommet A que le foyer F, mais du côté opposé, sont égales entre elles; cette propriété, qui caractérise la parabole, donne aussi un moyen facile de la décrire. La position d'un astre sur l'ellipse ou la parabole qu'il décrit, est déterminée lorsqu'on connaît la longueur et la direction de son rayon vecteur ou l'angle que forme ce rayon avec une droite dont la position est fixée. Cet angle se nomme la *longitude* du rayon vecteur;

il prend le nom d'*anomalie* lorsque la droite fixe d'où il est compté est le grand axe de la courbe.

37. Déjà il ne doit plus nous sembler étonnant que la marche du soleil ne nous paraisse pas régulière, puisque cet astre ne parcourt pas un cercle, et que d'ailleurs nous ne sommes point placés, pour l'observer, au centre de ses mouvements. Mais lorsqu'on eut reconnu que la courbe que le soleil décrit autour de la terre est une ellipse, en comparant les arcs qu'il parcourt chaque jour sur sa véritable orbite, on s'est aperçu que ces arcs ne sont point égaux, on en a conclu que son mouvement sur cette courbe n'est point uniforme, et il devenait curieux par conséquent de rechercher la loi de ses inégalités. Après de nombreux essais, Képler eut le bonheur de la découvrir. Il reconnut que l'espace angulaire parcouru par le soleil dans un jour, multiplié par le carré de son rayon vecteur, donnait un produit constant dans toute l'étendue de son orbite; or, la géométrie montre que ce produit est égal au double de la surface comprise entre l'arc elliptique décrit par le soleil et les deux rayons vecteurs menés à ses extrémités, pourvu toutefois qu'on suppose l'angle du mouvement diurne assez petit pour que les deux rayons vecteurs ne diffèrent l'un de l'autre que d'une légère quantité. En effet, supposons que FM et FM′ (*fig.* 34) représentent le rayon vecteur du soleil dans deux positions consécutives séparées par l'intervalle d'un jour; désignons par r la longueur FM et par π l'angle du mouvement diurne MFM′; du point F comme centre, décrivons l'arc de cercle MN qui coupe en N le rayon vecteur FM′ et dont la longueur sera $r\pi$, le secteur circulaire

MFN aura pour mesure cet arc multiplié par la moitié de son rayon ou $\frac{1}{2} r^2 u$, et l'on pourra le prendre pour l'aire du secteur elliptique MFM′ en négligeant la partie NMM′ infiniment petite par rapport à la première. On peut donc dire que *les secteurs tracés par les rayons vecteurs du soleil sont égaux en temps égaux, et l'on en conclut que ces secteurs sont proportionnels aux temps employés à les décrire.*

Le rapport très-simple que cette loi établit entre les variations du mouvement du soleil et celles de ses distances à la terre, explique clairement les apparences que l'observation nous a présentées. Lorsque le soleil se rapproche de nous, son rayon vecteur devenant plus petit, l'arc qu'il parcourt dans un jour doit être plus considérable pour que la surface décrite par ce rayon demeure la même dans tous les points de l'orbite; le contraire doit avoir lieu lorsque la distance du soleil va en augmentant. Ainsi les points de l'orbite où le soleil se trouve le plus voisin de la terre sont en même temps ceux où il se meut le plus rapidement; les points où il en est le plus éloigné sont ceux où son mouvement journalier est le plus lent. Nous avons vu n° 35 que la plus courte distance du soleil à la terre s'observe vers les premiers jours de janvier, et la plus grande à six mois d'intervalle vers les premiers jours de juillet; le mouvement du soleil a donc dû nous paraître plus rapide en hiver qu'en été, en automne qu'au printemps, et c'est en effet ce que les observations confirment.

La position de l'orbite solaire explique encore l'inégalité que nous avons remarquée entre les saisons : en effet,

la longitude du périgée solaire était en 1800 de 279° 30′ 8″; en supposant donc que EE′ (*fig.* 35) représente l'intersection de l'écliptique et de l'équateur, P P′ déterminé de manière que l'on ait E T P = 80° 29′ 52″ sera l'axe de l'ellipse EPSE′ que décrit le soleil dans son mouvement annuel; le point E sera l'équinoxe du printemps, E′ le solstice d'automne, S le solstice d'été, S′ le solstice d'hiver. Le périgée P′se trouvera ainsi compris entre le solstice d'hiver et l'équinoxe du printemps, et l'apogée P′ entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne. Le mouvement du soleil se ralentissant à mesure qu'il approche de l'apogée, il doit mettre plus de temps à décrire la portion de l'ellipse ES′E′ comprise entre l'équateur et le solstice d'été, qu'à parcourir la partie E′SE comprise entre le même plan et le solstice d'automne où se trouve situé le périgée. La différence était de *sept* jours à peu près en 1800; et tant que le périgée demeurera au nord, la durée du printemps et de l'été réunis sera plus longue que celle de l'automne et de l'hiver. Mais on verra que le périgée solaire varie insensiblement dans les différents siècles; il arrivera donc une époque, où le périgée coïncidera avec l'équinoxe du printemps, les intervalles pendant lesquels le soleil demeurera des deux côtés de l'équateur seront alors d'égale durée et lorsque le périgée sera enfin passé dans l'hémisphère austral, le printemps et l'été pris ensemble seront plus courts que l'automne et l'hiver. Mais ce phénomène ne peut nous causer aucune inquiétude, car vu la lenteur du mouvement du périgée solaire, 4675 ans s'écouleront avant qu'il ne se réalise. En effet, la longitude du périgée solaire, rapportée à une équinoxe fixe aug-

mente de 1′ 2′ environ par an, ce qui donne 80° 29′ 52″ = (1′ 2″) (4674) c'est-à-dire que ce n'est qu'après 4674 ans à partir de 1800 que le grand axe de l'orbe solaire coïncidera avec la ligne des équinoxes. Si le périgée tombait exactement au solstice d'hiver, le printemps et l'été seraient d'égale durée et l'automne serait aussi long que l'hiver, comme on a 90°—80° 29′ 52″=9° 30′ 8″, et à très-peu près 9° 30′ 8″= (1′ 2″) (551); ce phénomène a dû avoir lieu 551 avant le commencement du siècle actuel, c'est-à-dire vers l'année 1250. Enfin, si en remontant encore, on cherche l'époque où le périgée a coïncidé avec l'équinoxe d'automne, on trouve qu'il s'est passé 5776 ans depuis l'instant de ce phénomène jusqu'à 1800, c'est-à-dire qu'il a eu lieu 4000 ans à peu près avant l'ère chrétienne, époque très-remarquable en ce qu'elle coïncide avec celle où la plupart des chronologistes ont fixé le commencement du monde.

38. Pour bien concevoir la loi du mouvement angulaire du soleil dans toutes les parties de son orbite elliptique, supposons (fig. 36) un cercle *abcd* décrit de la terre comme centre, et avec la distance périgée du soleil pour rayon; imaginons ensuite un astre qui, partant du périgée en même temps que le soleil, décrive ce cercle d'un mouvement uniforme et dans l'intervalle d'une année tropique (1). Comme le soleil au périgée P est animé de sa plus grande vitesse, il devancera d'abord l'astre fictif,

(1) Nous avons vu que la longueur de *l'année tropique*, ou le temps que le soleil met à revenir au même équinoxe est de 365 j. 24222013, on aura donc la proportion :

$$365\text{ j. }24222013 : 360° :: 1\text{ j} : x = 0',985647283$$

Ou bien $x = 59'\ 8'',33$, c'est l'arc que l'astre du mouvement moyen décrit en un jour.

mais son mouvement se ralentissant à mesure qu'il s'éloigne du périgée, l'astre regagnera continuellement de l'espace sur lui, et l'angle que forment à chaque instant leurs rayons vecteurs diminuera de plus en plus à mesure que le soleil avancera dans son orbite; cet angle deviendra nul à l'apogée où le soleil et l'astre arriveront en même temps, et alors les deux rayons vecteurs coïncideront avec le grand axe de l'orbite. Le contraire a lieu en revenant de l'apogée vers le périgée, c'est l'astre fictif qui devance d'abord le soleil; mais le mouvement du soleil s'accélérant à mesure que sa distance au périgée diminue, il se rapproche de plus en plus de l'astre qui le précède, et le rejoint au périgée où ils arrivent en même temps. Les angles que forment les rayons vecteurs de l'astre fictif et du soleil vrai, sont les mêmes que dans la première moitié de l'ellipse à la même distance du périgée; après avoir été d'abord en augmentant, ils diminuent graduellement, et deviennent nuls au périgée, où les deux rayons vecteurs se confondent avec le grand axe de l'ellipse.

L'angle ST*s* des deux rayons vecteurs menés du centre de la terre au soleil vrai et à l'astre fictif *s*, indique donc à chaque instant ce qu'il faut ajouter au mouvement circulaire pour avoir le mouvement du soleil sur l'ellipse. Dans les orbites elliptiques et paraboliques, nous avons vu qu'on nommait *anomalie* ou *inégalité* la distance angulaire d'un astre au périgée de l'orbite, l'angle *s*TP est *l'anomalie moyenne*, c'est-à-dire celle qui correspond au mouvement moyen, l'angle STP est *l'anomalie vraie*, c'est-à-dire celle qui correspond au mouvement vrai du soleil, et l'angle ST*s*, ou l'excès de

l'une de ces quantités sur l'autre se nomme *l'équation du centre,* parce qu'en astronomie, on appelle en général *équation* la correction qu'il faut ajouter ou retrancher de la valeur moyenne d'une quantité pour avoir sa valeur véritable, on aura donc généralement :

Anomal. vraie = Anomal. moyenne + équat. du centre.

L'équation du centre varie de grandeur dans les différents points de l'orbite solaire, elle est additive depuis le périgée jusqu'à l'apogée et va en augmentant jusque vers le point où l'ellipse est rencontrée par la perpendiculaire élevée du foyer sur le grand axe, c'est alors qu'elle atteint sa plus grande valeur, elle diminue ensuite jusqu'à l'apogée où elle redevient nulle. L'équation du centre change de signes dans la seconde partie de l'ellipse et d'additive qu'elle était, elle devient négative ; nous avons vu en effet, qu'alors le rayon vecteur du soleil moyen devançait le rayon vecteur du soleil vrai, et qu'ils ne se rejoignaient qu'au périgée où l'équation du centre se réduit de nouveau à zéro. Le mouvement du soleil vrai est donc ainsi parfaitement représenté par l'adjonction de l'équation du centre au mouvement moyen, et il ne s'agit plus que de déterminer le coefficient de l'inégalité que nous venons de considérer, c'est-à-dire, sa valeur lorsqu'elle est à son *maximum* ou à son *minimum*. Or, à ces deux points de l'orbite il est aisé de s'assurer que le soleil moyen et le vrai soleil se meuvent pendant quelques instants avec la même vitesse, le mouvement du soleil vrai est donc alors égal à son mouvement moyen ou à 59′ 8″,33.

39. On a observé pour chaque jour de l'année le mouve-

ment lourne, il sera donc facile de reconnaître l'époque où le mouvement observé différait peu de la valeur précédente, et l'on en conclura, par interpolation, l'instant où le mouvement vrai était égal au mouvement moyen. La construction symétrique de l'ellipse montre d'ailleurs que les points qui ont la même équation du centre, sont situés de part et d'autre du grand axe à la même distance du périgée : les deux points S et S′ (*fig.* 36) qui répondent à la plus grande équation du centre, se trouvent par conséquent placés à égale distance du périgée P, et tous deux seront plus éloignés de ce point que le soleil moyen *s* et *s*′. On a donc ainsi PTS = PTS′ et l'on voit que si l'on retranche l'angle STS′ décrit par le soleil dans l'intervalle qu'il met à passer du point S au point S′, de *s*T*s*′ angle décrit dans le même intervalle par le soleil moyen, la différence sera le double de l'angle ST*s*, ou de la plus grande équation du centre. L'angle STS′ est donné par l'observation, c'est la différence des anomalies des deux points qui répondent à la plus grande équation du centre, ou le mouvement vrai du soleil dans l'intervalle de temps qui les sépare. Cet intervalle, multiplié par le moyen mouvement tropique, donnera le moyen mouvement du soleil dans le même espace de temps; en retranchant donc cette seconde quantité de la première la différence sera le double de l'équation du centre. Ainsi, en désignant par L l'anomalie vraie et par M, l'anomalie moyenne du premier point, comptées toutes deux du périgée, si l'on nomme L′ et M′, ce que deviennent ces deux angles relativement au second point, et E la plus grande équation du centre, on aura évidemment :

$$L = M + E \quad ; \quad L' = M' - E.$$

d'où l'on conclura :

$$E = \tfrac{1}{2}(L - L') - \tfrac{1}{2}(M - M') \quad (1)$$

La plus grande équation du centre était de 1°55′27″,3, le 1er janvier 1800, à minuit. L'analyse mathématique, appliquée au mouvement dans l'ellipse, permet d'exprimer cette quantité en une *suite* de valeurs ou *série* ordonnée par rapport aux puissances ascendantes de l'excentricité, et dont les différents termes vont en diminuant avec une grande rapidité en passant de l'un à l'autre. Si l'on se borne au premier terme de cette série, ce qui suffit pour une première approximation, on trouve que la plus grande équation du centre est double de l'excentricité; on pourra donc conclure l'excentricité de l'orbite lorsque la plus grande équation du centre sera connue. Ainsi, en réduisant l'angle $\frac{1}{2}$ (1° 55′ 27″,3) en parties du rayon, ce qui revient à le diviser par l'arc égal au rayon, on trouve que l'excentricité en parties de la distance moyenne du soleil à la terre, prise pour unité, était égale à 0,01679228 au commencement de 1800.

L'observation des mouvements diurnes a suffi pour nous donner une première idée de la position du périgée et de l'apogée de l'orbite solaire; puisque nous savons que c'est en ces deux points que le mouvement journalier a été le plus rapide et le plus lent dans toute l'année; mais il peut encore rester une indétermination d'un demi-jour

(1) On trouvera dans les notes un exemple numérique de ce calcul.

à peu près sur le vrai lieu du périgée; on l'obtient avec plus de précision au moyen des observations qui ont servi à déterminer l'équation du centre, c'est-à-dire lorsqu'on a observé le soleil aux deux époques où le mouvement vrai était égal au mouvement moyen, et, en général, lorsqu'on a des observations faites dans les deux saisons de l'année où le soleil s'est trouvé à égale distance du périgée et de l'apogée. En effet, si l'on nomme L et L' les deux longitudes observées lorsque le soleil s'est trouvé aux points S et S' (*fig.* 36), L'-L sera l'angle qu'il décrit dans l'intervalle; $\frac{1}{2}$ (L'-L) sera donc la longitude de l'apogée comptée de l'instant de la première observation, et en l'ajoutant à la longitude L du soleil à cette époque, $\frac{1}{2}$ (L + L') sera la longitude correspondante de l'apogée, en l'augmentant de 180° ou en conclura celle du périgée. Cette longitude au 1er janvier 1800, à minuit, était de 279° 30' 8",39.

Nous avons donc ainsi toutes les données nécessaires pour déterminer la forme et la position de l'orbe solaire. Ces quantités se nomment les *éléments* du mouvement elliptique; leur détermination exacte est un des points les plus importants de l'astronomie pratique; nous donnerons dans la suite le moyen de corriger les éléments trouvés par les méthodes précédentes, et qu'on peut regarder comme une première approximation de leur véritable valeur. L'observation a montré que ces valeurs ne sont pas toujours les mêmes; la position et la forme de l'orbe solaire se modifient donc avec le temps. Ainsi, le lieu du périgée n'est pas fixe dans le ciel, et l'on a reconnu qu'il a un mouvement de 12" par an, dirigé dans le même sens que celui du soleil (1). L'excentricité

(1) Par son mouvement propre, le périgée s'écarte de l'équinoxe

varie également, elle diminue de 0,000041809 par siècle ; l'ellipse solaire se rapproche donc maintenant de la forme du cercle. L'inclinaison de l'orbe solaire sur l'équateur, ou son *obliquité*, change comme les autres éléments ; l'écliptique se rapproche insensiblement du plan de ce grand cercle, et l'angle qu'ils comprennent diminue de 48″ par siècle. Enfin, nous avons vu que les points équinoxiaux avaient, relativement aux étoiles, un mouvement de 50″ environ par an, dirigé en sens inverse du mouvement du soleil ; l'intersection de l'écliptique et de l'équateur ne répond donc pas en tout temps au même point du ciel ; elle se dirige successivement vers les différentes constellations du zodiaque, et parcourt un signe en 2150 ans.

40. Mais tandis que tous les autres éléments de l'ellipse solaire varient par degrés insensibles dans la suite des siècles, le grand axe de l'orbite demeure seul invariable, c'est-à-dire qu'il conserve perpétuellement la même longueur. La distance moyenne de la terre au soleil sera donc toujours la même qu'aujourd'hui, et comme la durée de la révolution d'une planète, ainsi qu'on le verra par la suite, dépend uniquement de la grandeur de son grand axe, l'invariabilité de l'un entraîne nécessairement l'invariabilité de l'autre. Ainsi, quels que soient les changements d'excentricité de l'orbite solaire, la longueur de l'année *sidérale*, qui ramène le soleil à la même étoile, restera toujours la même.

de 12″ par année ; dans cet intervalle l'équinoxe parcourt en sens inverse un arc de 50″ environ ; le mouvement total du périgée, rapporté à l'équinoxe regardé comme fixe, sera donc de 62″ ou 1′ 2″ par an, comme nous l'avons supposé précédemment.

Mais les déplacements de la droite, suivant laquelle l'écliptique coupe l'équateur, influent sur la longueur de l'année solaire. En effet, le soleil partant de l'équinoxe reviendra au même point du ciel après une année sidérale, mais pendant ce temps l'équinoxe s'est déplacé, et a parcouru un petit arc de 50″,224 en s'avançant à la rencontre de l'astre. Le retour du soleil au même équinoxe, ou au même tropique, anticipe donc de 50″,224 chaque année sur son retour à la même étoile, ce qui rend l'année *équinoxiale* ou *tropique* plus courte que l'année sidérale de 50″,224 converties en temps, et produit le phénomène connu sous le nom de la *précession des équinoxes*. Soit T la longueur de l'année tropique, et S celle de l'année sidérale qui ramène le soleil à la même étoile, on aura la proportion :

$$360^\circ - 50'',224 : 360^\circ :: T : S = \frac{360^\circ\, T}{360^\circ - 50'',224} = \frac{T}{1 - \frac{50''224}{360^\circ}}$$

d'où, en observant que $360^\circ = 1296000''$, on tire à très-peu près :

$$S = T\left(1 + \frac{50.224}{1296000}\right).$$

Nous avons supposé l'année tropique de $365^j\ 5^h\ 48'\ 47'',8$, en substituant cette valeur à la place de T, on trouve :

$$S - T = \frac{50224\,T}{1296000000} = 20'\ 22'',9\ 304.$$

L'année sidérale excède donc de 20′ 22″,9304 l'année tropique, et sa durée, par conséquent, est de $365^j\ 6^h\ 9'10'',7496$, ou $365^j,\ 256374417$. La durée de l'année

sidérale est constante; mais comme la quantité de la précession n'est pas toujours la même, la longueur de l'année tropique varie dans les différents siècles; elle était du temps d'Hipparque, c'est-à-dire cent vingt-huit ans avant l'ère chrétienne, de 10″ environ plus longue qu'au commencement de ce siècle.

Les astronomes distinguent encore une autre espèce d'année, c'est l'intervalle que le soleil met à revenir au même point de son orbite et qu'on nomme *année anomalistique*, parce que, dans cet intervalle, l'anomalie moyenne augmente de quatre angles droits. Pour en déterminer la durée, observons que le périgée ayant un mouvement de 11″,8 par an, suivant l'ordre des signes, le soleil, pour revenir à ce point après une révolution entière, aura à décrire 360° 0′ 11″,8, l'année anomalistique surpassera donc l'année sidérale de 11″,8 réduites en temps. Nommons M la première année, et, comme précédemment, S la seconde, on aura :

$$360^\circ : 360^\circ + 11'',8 :: S : M = \left(\frac{360^\circ\ 11'',8}{360^\circ}\right) S$$

d'où l'on tire :

$$M - S = \left(\frac{118}{1296000}\right) S = 4'\ 47'',33.$$

L'année anomalistique est donc de 4′ 47″,33 plus longue que l'année sidérale; elle est égale, par conséquent, à $365^j\ 6^h\ 13'\ 58'',07$, ou $365^j\ 25970005$.

L'année anomalistique, comme l'année tropique, n'est pas rigoureusement la même dans les différents siècles. L'année sidérale seule est invariable.

De même que les déplacements de l'écliptique relative-

ment à l'équateur, produisent les variations de l'année tropique, de même le mouvement inégal du soleil dans l'écliptique et l'obliquité de ce plan produisent les différences de la durée du jour solaire dans les diverses saisons. Cette inégalité des jours solaires aurait de grands inconvénients pour la mesure du temps; on a dû par conséquent chercher à les éviter en substituant pour cet usage au jour vrai marqué par les retours du soleil au méridien, un jour de convention dont la durée fût constante, et tînt le milieu entre les jours les plus courts et les plus longs de l'année. Pour cela on imagine qu'un soleil idéal décrive l'équateur d'un mouvement uniforme dirigé de l'occident à l'orient, de manière à passer aux équinoxes en même temps que le soleil vrai, et les intervalles marquées par les retours de cet astre au méridien forment ce qu'on appelle le *jour moyen solaire*.

Sa longueur est facile à déterminer; en effet, le soleil moyen décrit l'équateur dans une année tropique de 365 j. 24222; son mouvement par jour sera donc de 59′ 8″ 33, et comme il est dirigé en sens inverse du mouvement diurne, le soleil moyen, pour revenir au même méridien, aura à décrire 360° 59′8″, 33. Mais l'arc 59′8″, 33 réduit en temps à raison d'une circonférence entière pour un jour, donne 3′ 56″, 55527, c'est l'excès du jour moyen solaire sur le jour sidéral, ou le temps qu'une étoile emploie chaque jour de moins que le soleil moyen à revenir au méridien, et ce que par cette raison on appelle l'*accélération des fixes*. Cette différence est constante, le jour moyen solaire est donc constamment de même durée comme le jour sidéral.

Si une étoile passe au méridien en même temps que

le soleil moyen un certain jour de l'année, elle passera successivement plus tôt les jours suivants, et ces avances, de 3′56″, 55527 par jour, accumulées pendant la durée de l'année, produiront un jour entier, en sorte qu'après 365ʲ 24222, l'étoile aura passé une fois de plus au méridien que le soleil.

On distingue donc en astronomie, trois espèces de jours : le *jour sidéral*, *le jour vrai*, et le *jour moyen*.

Le jour sidéral est l'intervalle compris entre deux retours successifs d'une étoile au méridien.

Le jour vrai est l'intervalle qui s'écoule entre deux passages consécutifs du soleil vrai au même plan.

Le jour moyen est mesuré par les retours successifs au méridien, d'un astre fictif qu'on nomme soleil moyen, et qui décrirait l'équateur d'un mouvement uniforme dirigé de l'Ouest à l'Est dans l'intervalle d'une année tropique.

Le jour se divise généralement en 24 ʰ, l'heure en 60′, la minute en 60″, mais la durée de l'heure, de la minute et de la seconde est différente selon l'espèce de jours à laquelle elles se rapportent.

Puisque la sphère céleste décrit 360° dans un jour sidéral et 360° + 59′ 8″ 333 dans un jour moyen solaire, on a la proportion :

Jour sid. : jour moy. :: 360° : 360° 59′ 8″ 333.

On trouve ainsi que 3′ 56″,555 de temps sidéral ou l'intervalle que met une étoile à décrire l'arc de 59′ 8″ 333, correspond à 3′ 55″,9094 de temps moyen, on a donc par conséquent :

Jour moyen = $24^h\ 3'\ 56'',555$ (temps sidéral).

Jour sidéral = $24^h\ 3'\ 55'',9094$ (temps moyen).

Une pendule réglée sur le temps moyen ne doit jamais se trouver deux jours de suite parfaitement d'accord avec le soleil, l'avance ou le retard de l'astre sur la pendule, est ce qu'on nomme l'*équation du temps*, elle peut aller jusqu'à 16′ 17″: nous donnerons dans la suite le moyen de la calculer. Cette différence est nulle quatre fois par an, aux époques où le soleil vrai coïncide avec le soleil moyen; la pendule marque alors midi à l'instant où le soleil vrai passe au méridien.

Nous avons trouvé :

Année sidé.	365_j, 25637 4417
trop.	365, 24222 0130
anom.	365, 25970 0050

Ces durées sont exprimées en jours moyens solaires, en jours sidéraux l'année sidérale serait de 366^j, 25660, l'année tropique de 366^j, 24242 et l'année anomalistique de 366^j, 26009.

41. Nous avons vu que les inégalités de la durée des saisons tenaient à la position du périgée solaire, et que par conséquent les déplacements de ce point devaient influer sur leur répartition : ainsi donc les variations des deux éléments qui fixent la position du grand axe et celle de l'intersection avec l'équateur de l'orbite solaire, peuvent changer insensiblement la durée des saisons ou la longueur de l'année, sans toutefois jamais causer de graves altérations dans la disposition du système solaire,

mais il n'en est pas de même de la variation des autres éléments, qui pourraient à la longue bouleverser entièrement sa constitution actuelle.

En effet, l'obliquité de l'écliptique diminuant d'une demi-seconde environ par an, la zône qui renferme les mouvements du soleil se resserre de plus en plus; il était donc intéressant de savoir s'il arriverait un temps où le mouvement du soleil s'effectuerait tout entier dans le plan de l'équateur, car alors il n'y aurait plus sur la terre de différence entre les saisons, la chaleur y serait toujours tempérée, la durée du jour constante et égale à celle de la nuit; enfin nous jouirions d'un printemps perpétuel. De même l'excentricité de l'orbe solaire diminuant de plus en plus, on pouvait se demander si cette diminution aurait des limites, et s'il arriverait une époque où l'ellipse solaire se changerait en un cercle; le mouvement du soleil serait alors devenu uniforme, sa distance à la terre constamment la même, et les quatre saisons auraient eu une égale durée. L'observation ne pouvait rien décider sur de pareilles questions, qui ne sauraient être résolues de cette manière, que lorsqu'un grand nombre de siècles auront suffisamment développé les phénomènes; mais la théorie, devançant la marche lente du temps, a montré que les variations de l'obliquité de l'écliptique, ainsi que celles de l'excentricité, sont périodiques, c'est-à-dire qu'après avoir été en diminuant jusqu'à un certain terme, elles iront ensuite en augmentant pendant un grand nombre de siècles, et les limites de ces oscillations, pour l'obliquité de l'écliptique, sont au plus de *quatre* à *cinq* degrés. D'où l'on peut conclure qu'il n'y aura jamais de changements bien considérables

dans les phénomènes produits par l'action du soleil sur notre globe.

42. En récapitulant les différents résultats que nous venons d'obtenir et qui forment les principaux points de la théorie du soleil, nous voyons : 1° *Que le soleil, par l'effet de son mouvement propre dirigé d'Occident en Orient, parcourt annuellement une zône du ciel, qui s'étend des deux côtés de l'équateur depuis zéro jusqu'à* 23° 27′ 55″; *la largeur de cette zône n'est pas toujours la même, et la diminution séculaire est de* 46″; 2° *Que la courbe que décrit le soleil, est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers*; 3° *Que dans son mouvement sur cette courbe, les surfaces tracées par son rayon vecteur, sont proportionnelles aux temps employés à les décrire.*

L'inclinaison de l'orbite solaire à l'équateur ou l'obliquité de l'écliptique est variable, mais cette variation est périodique et alternative. Les points d'intersection de ces deux plans ou les *équinoxes* ont un mouvement rétrograde, c'est-à-dire dirigé en sens contraire du mouvement diurne qui leur fait décrire un arc de 50″,22351 par an, et le tour entier du ciel, en 25,868 ans. Enfin comme nous l'avons dit déjà, l'observation des étoiles semble indiquer dans le soleil, outre son mouvement annuel, un mouvement très-lent par lequel il s'approche insensiblement de la constellation d'Hercule. Mais quelles sont les lois de ce mouvement et la nature de la courbe parcourue ? C'est ce qu'une série d'observations exactes continuées pendant un grand nombre de siècles pourra peut-être un jour apprendre à nos descendants.

Les éléments de l'ellipse solaire étaient au 1er janvier 1800, à minuit :

Demi-grand axe ou distance moyenne à la terre	1,0000000
Excentricité	0,016783984
Longitude du périgée	279° 30′ 8″, 39
Longitude moyenne du soleil	280° 23′ 13″, 525.
Durée d'une révolution sidérale	365 j,256374417

L'excentricité et le périgée sont variables ; la variation séculaire de l'excentricité est de—0,0004163 et la variation du périgée de 61″, 5171.

Lorsque l'on connaît avec précision les éléments de l'orbite solaire et le lieu de cet astre à une époque donnée, il est aisé de déterminer, d'après les lois de son mouvement, la position qu'il doit occuper à toutes les époques qui ont précédé ou suivi celle qui sert de point de départ. La suite des valeurs qu'on obtient ainsi pour l'expression du rayon vecteur et de la longitude, disposées de manière à en rendre la recherche facile lorsque le temps est donné, forme ce qu'on appelle *les tables du soleil*. Les variations des éléments de son orbite rendraient fautives, au bout d'un certain temps, les tables construites pour une époque donnée, mais afin d'éviter cet inconvénient, on a joint aux tables, les corrections que la variation des éléments doit introduire dans les expressions du rayon vecteur et de la longitude, en sorte qu'elles peuvent servir ainsi pendant un grand nombre de siècles, avant et après l'époque pour laquelle elles ont été calculées. Cependant, malgré ces précautions, le mouvement elliptique du soleil ne représente pas encore

avec une exactitude rigoureuse son mouvement réel, et la précision des observations modernes y a fait découvrir de légères inégalités que l'on a nommées *perturbations*, et qui, introduites dans les tables, donnent les corrections que l'on doit faire subir aux lieux du soleil calculés dans l'ellipse, pour avoir sa position véritable. Ces perturbations sont trop petites et en général trop compliquées pour qu'on en ait pu déterminer les lois par la seule observation; il a fallu, pour les découvrir, recourir à la théorie, et elle a montré qu'elles proviennent de la même cause qui fait varier de siècle en siècle par degrés insensibles les éléments du mouvement elliptique. Nous exposerons ces résultats de l'application de l'analyse mathématique à la théorie du soleil, lorsqu'après avoir étudié dans leur ensemble les lois des mouvements célestes nous remonterons aux causes qui les produisent.

43. Les observations des demi-diamètres d'un astre font connaître les variations de ses distances à la terre, mais il faut des observations d'un genre particulier pour déterminer sa distance absolue. La plus simple des méthodes imaginées par les astronomes pour y parvenir, est de calculer la distance des astres comme on mesure sur la terre celle d'un objet inaccessible, c'est-à-dire en l'observant de deux points différents placés aux extrémités d'une base dont l'étendue est connue. Pour appliquer ce procédé au soleil, supposons deux observateurs placés sous le même méridien, et séparés par la plus grande distance que puissent leur offrir les parties habitées du globe. S'ils mesurent le même jour la distance du centre du soleil au pôle boréal, à l'instant de son passage au méridien, la différence de ces deux distances sera

l'angle sous lequel on verrait du centre du soleil l'intervalle qui sépare les deux observateurs. En effet, soient (*fig.* 37) A et B les deux observateurs, S le soleil, et P le pôle boréal supposé à une assez grande distance de la terre pour que les droites AP et BP puissent être regardées comme parallèles, les angles PAS et PBS représenteront les distances méridiennes du soleil au pôle boréal dans chaque lieu d'observation, et l'on aura :

$$PAS = POS = PBS + ASB$$

et par conséquent :

$$ASB = PAS - PBS$$

On connaîtra donc l'angle ASB comme si on l'avait mesuré du centre du soleil; la différence des latitudes des deux observateurs donne d'ailleurs l'arc de méridien compris entre les lieux qu'ils occupent sur le globe, et l'on en déduit aisément la distance qui les sépare en parties du rayon terrestre; on peut donc en conclure l'angle sous lequel le demi-diamètre de la terre serait vu du soleil; cet angle est ce qu'on nomme, comme nous l'avons dit n° 27, la parallaxe de l'astre. Lorsqu'il est déterminé, il est aisé d'en conclure la distance du soleil. En effet, supposons (*fig.* 38) le centre du soleil en S, le centre de la terre en T, et que TP soit le rayon terrestre. L'angle S sera la parallaxe du soleil, et le triangle rectangle STP dans lequel on connaît l'angle S et le côté TP, sera entièrement déterminé; on pourra donc, par les formules de la trigonométrie, calculer ST en fonction de TP, ou le rapport de la distance du soleil au rayon de la terre. Mais l'angle S qui est insensible, comme nous l'avons dit, pour les étoiles, est encore trop

petit relativement au soleil, pour qu'on puisse le déterminer par ce moyen avec une précision suffisante, la méthode précédente n'est plus guère employée que pour la lune, et pour le soleil elle fait seulement connaître une limite au-dessous de laquelle la distance du soleil à la terre ne peut tomber. C'est en effet de cette manière qu'on a d'abord reconnu qu'il est au moins éloigné de 18000 rayons terrestres ou de 25,794,000 lieues, le rayon terrestre étant supposé de 1433 lieues de 25 au degré.

La distance du soleil à la terre étant pour les astronomes de la plus grande importance à connaître exactement, parce qu'elle sert de base à l'évaluation de toutes les autres distances célestes, ils ont dû chercher à perfectionner les procédés par lesquels ils l'ont déterminée à mesure que la science a fait de nouveaux progrès. Nous verrons que celui qu'on emploie aujourd'hui ne peut laisser qu'une incertitude de quelques dixièmes de seconde au plus, sur la mesure de la parallaxe horizontale du soleil, qui serait ainsi à fort peu près de 8″,6 (1), dans la distance moyenne à la terre, d'où l'on conclut que cette distance est de 23852 rayons terrestres, ou de 34,180,147 lieues.

La parallaxe du soleil fait connaître les dimensions de son orbite, il est facile d'en conclure encore le rapport de son volume à celui de la terre. En effet, il résulte de ce qui précède qu'un globe de même dimension que le globe terrestre étant transporté à la place du soleil, son diamètre serait vu sous un angle de 17″,2, mais l'angle sous lequel nous voyons le soleil dans ses moyennes di-

(1) Cette valeur résulte des derniers calculs de M. Encke.

stances est de 32′ à peu près ou 1920″, les diamètres des deux globes sont entre eux dans le rapport de ces nombres, le rayon du soleil est donc à très-peu près 110 fois celui de la terre. Le carré de ce nombre est le rapport des surfaces des deux corps et le cube celui de leurs volumes. D'où l'on conclut que le globe du soleil est de plus d'un million trois cent mille fois plus grand que le globe terrestre.

Constitution physique du soleil.

44. Les opinions sur la nature du soleil, et sur la manière dont ses rayons se transmettent jusqu'à nous, sont très-partagées. Les uns le regardent comme un corps incandescent, lumineux par lui-même, et lançant ses rayons enflammés dans toute l'immensité des cieux. C'est ce qu'on nomme le système de l'*émanation*. Les autres supposent les espaces célestes remplis d'une substance rare, éminemment élastique, qu'on appelle *éther*, et ils regardent le soleil comme une masse inerte entourée d'une vaste atmosphère, dont les mouvements vibratoires se transmettent à l'éther qui l'environne, et produisent sur l'œil le sentiment de la lumière et de la chaleur, comme les vibrations de l'air produisent sur l'oreille le phénomène du son. Ce système est celui des *ondulations*. Il a sur le système de l'émanation l'avantage de pouvoir expliquer comment le soleil, depuis l'origine des temps, nous transmet sans interruption des flots de lumière, sans que sa masse en soit diminuée d'une manière appréciable; mais les partisans de ce dernier système ont

observé, avec raison, qu'en admettant même une perte de volume considérable par l'effet de l'émanation, cette perte devait être absolument insensible. Ainsi, on a calculé qu'en supposant que la diminution qui en résulterait dans le diamètre du soleil, fût de deux pieds en vingt-quatre heures, il faudrait au moins 12,000 ans pour qu'il en résultât une diminution sensible dans son diamètre apparent. Il ne serait donc pas besoin, en admettant même le système de l'émission, de recourir à l'hypothèse de Buffon, qui croyait toutes les comètes destinées à se précipiter à la longue dans le soleil pour alimenter cet immense foyer et compenser ses pertes. Comme, au reste, les différents phénomènes relatifs à la lumière s'expliquent d'une manière également satisfaisante dans les deux systèmes, il serait assez difficile de se prononcer, et les astronomes étaient restés jusqu'ici dans l'indécision; mais M. Arago a proposé dernièrement à l'Académie une série d'expériences très-délicates, qui, si elles sont faites comme ce savant les sait exécuter, pourront probablement lever les doutes qui existent encore sur ce sujet. Quoi qu'il en soit, nous allons parcourir les divers phénomènes que présente l'observation du disque solaire, en attendant que le temps et les progrès de la science en aient dévoilé la véritable explication.

Lorsqu'on observe le soleil avec une lunette dans laquelle on a eu soin de placer des verres colorés pour diminuer la vivacité de ses rayons, on remarque souvent à la surface de cet astre des parties obscures que l'on a nommées *taches;* leur forme est irrégulière et changeante, en sorte que l'aspect du soleil varie continuellement; ces taches sont presque toujours entourées

de pénombres environnées elles-mêmes de parties plus lumineuses que le reste du disque. On a fait beaucoup d'hypothèses sur la nature de ces taches. Les uns ont prétendu que c'étaient des scories nageant à la surface de la matière solaire en fusion, et que la pénombre qui entoure ordinairement la tache provenait sans doute d'une partie éteinte; mais cette supposition ne suffisait pas pour expliquer pourquoi la partie de cette pénombre, située vers le centre du soleil, paraît toujours plus grande que celle qui est la plus voisine des bords. D'autres ont imaginé que les taches se trouvaient au fond d'une cavité, et qu'à cause de la forme sphérique du disque solaire, elles sont toujours vues plus obliquement à mesure qu'elles s'écartent du centre du soleil. Mais il est inutile de nous arrêter sur les explications plus ou moins ingénieuses d'un phénomène de peu d'importance en lui-même, et qui n'en pourrait acquérir que par l'influence qu'il exercerait sur la température de notre globe. Or, il nous suffira de remarquer, à cet égard, que les dimensions des taches sont tellement petites, relativement à celles du soleil, que la chaleur qu'il nous envoie en sera toujours moins diminuée qu'elle n'est susceptible de l'être par l'effet des circonstances accidentelles. C'est ainsi qu'on a observé qu'en 1823 l'été a été froid et humide, et le thermomètre ne s'est élevé qu'à 23°7 Réaumur, à Paris, quoiqu'il n'y eût aucune tache sur le soleil; tandis qu'en 1807, au contraire, l'été fut remarquable par ses grandes chaleurs, quoique des taches fort étendues couvrissent le disque solaire.

Les taches du soleil ont fait connaître un phénomène

bien remarquable, celui de la rotation de cet astre. En effet, on a observé que ces taches se déplacent, qu'il y en a même qui disparaissent pendant un certain temps; on a pu croire d'abord qu'elles étaient des corps qui circulaient autour du soleil; mais avec plus d'attention, on a reconnu qu'elles étaient adhérentes à sa surface. En effet, des corps qui tourneraient autour du soleil ne changeraient point de grandeur, tandis que des taches qui adhèrent à sa surface doivent nous paraître plus grandes ou plus petites, selon que nous les voyons de face ou obliquement : c'est ce qui arrive en effet. Il en faut donc conclure que le soleil a un mouvement de rotation sur son centre. L'observation suivie des taches, montre que ce mouvement s'exécute en vingt-cinq jours et demi environ; l'axe de rotation s'éloigne peu de la perpendiculaire à l'écliptique, l'inclinaison de l'équateur solaire sur l'écliptique étant de 7° $\frac{1}{2}$ à peu près; les longitudes des nœuds de l'équateur solaire, ou des points où ce cercle coupe l'écliptique, sont de 80° 7′ et 260° 7′

Les taches n'occupent point toujours la même position sur le disque solaire, elles sont contenues autour de l'équateur dans une zone qui s'arrête à 30° des pôles de rotation, et l'on n'en observe aucune dans les régions qui avoisinent ces points. Leur nombre et leur étendue varient également; on en a vu dont la grandeur égalait quatre à cinq fois celle de la terre; quelquefois, mais rarement, elles disparaissent entièrement, et le soleil est net et sans tache pendant des années entières.

Les changements d'aspect continuels que présente le disque solaire par l'apparition ou la disparition des

taches, qui semblent comme des nuages qui passent sur sa surface, est ce qui a fait penser à quelques astronomes que cet astre n'était pas lumineux par lui-même, et qu'il le devenait seulement par son atmosphère. Mais si le soleil est enveloppé d'une atmosphère, sa lumière doit paraître plus intense vers le centre d'où les rayons nous viennent directement, que vers les bords d'où ils ne nous arrivent que brisés, de même que la lumière des astres que nous voyons s'élever sur notre horizon doit augmenter à mesure qu'elle traverse moins obliquement l'atmosphère terrestre. C'est, en effet, ce que Bouguer avait autrefois vérifié; mais son expérience, faite avant l'invention des lunettes achromatiques, a été renouvelée de nos jours avec des instruments plus parfaits par M. Arago, et elle a donné des résultats tout opposés. Cet habile observateur a montré que, contrairement à l'opinion de Bouguer, il n'y avait aucune différence appréciable entre les rayons émanés du centre et de la circonférence du disque solaire, et il en faudrait conclure par conséquent qu'il n'existe aucune atmosphère autour de cet astre.

Cependant, les opinions, comme nous l'avons dit, sont encore divisées à cet égard. Laplace regarde le soleil comme une énorme masse de matière embrasée, qui éprouve d'immenses éruptions dont les volcans terrestres peuvent à peine nous donner une idée. Dans ce système, les taches sont de vastes cavités d'où sortent quelquefois des torrents de lave et de fumée. W. Herschel au contraire, persiste à regarder le soleil comme un corps solide incandescent, entouré d'une vaste atmosphère où flottent des nuages lumineux qui, par leurs agitations continuelles, produisent les variétés d'aspect que sa sur-

face nous présente. Ces nuages en se condensant forment les *facules* ou espaces d'une lumière plus brillante que le reste du disque, que l'on aperçoit quelquefois à la surface du soleil. D'autres fois en s'écartant, ils laissent voir le noyau opaque de cet astre, ou les montagnes dont il est hérissé. Des expériences délicates sur les propriétés de la lumière faites dans ces derniers temps à l'Observatoire de Paris, tendraient à confirmer les idées d'Herschel à cet égard. En effet, Fourier avait remarqué que la lumière qui émane d'un gaz incandescent, chauffé au point d'être lumineux, ne se polarise pas, tandis que la lumière qui émane d'un corps solide, jouit complétement de la propriété de se polariser. Or, M. Arago a vérifié que la lumière solaire n'est point susceptible de polarisation, et qu'elle se comporte absolument à la manière de celle qui émane des substances gazeuses, ce qui paraîtrait démontrer qu'elle provient d'une atmosphère.

On a été plus loin, on a supposé que l'atmosphère qui enveloppe le soleil et qui, dans cette hypothèse, sépare les nuages qui répandent la lumière sur tout l'univers, de son noyau solide, pouvait être assez épaisse pour en diminuer la chaleur et l'éclat, au point de rendre la surface de l'astre elle-même habitable. Nous ne rappelons ici cette opinion que pour montrer combien il est facile de se laisser entraîner, quand on permet une fois à l'imagination de pénétrer dans le domaine de la science.

45. L'observation du soleil nous présente encore un phénomène remarquable, c'est l'espèce d'auréole lumineuse dont il semble quelquefois accompagné surtout vers l'équinoxe du printemps et que l'on a nommée *lumière zodiacale*, parce qu'elle est toujours renfermée dans la zone cé-

leste qui forme le zodiaque. On l'observe ordinairement quelques instants avant le lever ou après le coucher du soleil, et à l'endroit même où il a percé l'horizon. La couleur en est blanchâtre comme celle de la voie lactée, et sa forme est celle d'une lentille très-aplatie, dont les pointes s'étendent au loin dans le ciel, et qui est divisée dans le sens de son épaisseur par le plan de l'équateur sur lequel elle s'appuie. Le fluide qui nous renvoie cette lumière est sans doute très-rare, car on aperçoit les étoiles à travers. On a fait beaucoup d'hypothèses pour expliquer la nature et la cause de ce phénomène. On avait pensé d'abord que la lumière zodiacale formait la partie la plus condensée de l'atmosphère du soleil, mais Laplace a justement observé que si cette atmosphère existait en effet réellement, elle ne s'étendrait pas à une distance qui peut atteindre jusqu'à l'orbe de Vénus. Lorsque le phénomène de la lumière zodiacale a lieu vers l'équinoxe du printemps, elle se montre principalement après le coucher du soleil, et le fuseau lumineux placé obliquement se trouve dirigé vers la constellation du Taureau. A l'équinoxe d'automne au contraire, la lumière zodiacale, quand elle se montre, se fait remarquer surtout avant le le lever de l'astre. On a cru observer encore que l'apparition de cette lumière avait une liaison marquée avec les taches du soleil et qu'elle augmentait ou s'affaiblissait selon que ces taches étaient plus ou moins nombreuses. Au reste, quelle que soit la cause encore ignorée du phénomène, il paraît que la lumière zodiacale n'abandonne jamais le disque solaire, et que l'inclinaison plus ou moins grande dans les différentes saisons de l'année, de l'équateur solaire, dans lequel cette lumière est di-

rigée, sur le plan de notre horizon, est la seule cause qui nous la fait paraître plus ou moins visible suivant l'obliquité du plan dans lequel nous l'apercevons. L'époque la plus favorable pour observer ce phénomène est celle de l'équinoxe du printemps vers le mois de février ou de mars, parce qu'alors l'équateur solaire et la lumière zodiacale qu'il renferme, sont presque perpendiculaires à l'horizon ; mais dans les autres saisons le plan de l'équateur solaire faisant un angle plus ou moins grand avec l'horizon, la lumière zodiacale disparaît en même temps que le soleil, ou du moins elle est fort affaiblie par les vapeurs qui s'élèvent de la surface de la terre.

CHAPITRE V.

DE LA LUNE.

Première observation des mouvements lunaires. — Inclinaison de son orbite à l'écliptique. — Accélération séculaire de son mouvement moyen. — Mouvement elliptique et détermination des éléments de l'ellipse lunaire. — Révolutions tropique, sidérale, synodique, anomalistique, draconique. — Parallaxe de la lune. — Ses phases. — Cycle de Méton, ou nombre d'or. — Eclipses de lune. — Eclipses de soleil. — Lumière cendrée. — Taches. — Montagnes. — Aérolithes. — Influence supposée de la lune sur les changements du temps et sur l'organisation animale et végétale.

46. De tous les astres, celui qui nous intéresse le plus immédiatement après le soleil, c'est sans contredit la lune; elle remplace sa lumière pendant la nuit, lorsque, placé sous l'horizon, il disparaît à nos yeux; c'est elle qui règle les mois comme le soleil règle l'année; la lune sert de guide aux navigateurs, et leur fournit un moyen certain de reconnaître à chaque instant le lieu qu'ils occupent sur l'immense étendue des mers; enfin, son influence, jointe à celle du soleil, produit chaque jour

l'étonnant phénomène du flux et du reflux de l'Océan. Nous suivrons pour la lune la même marche que pour le soleil ; nous étudierons d'abord avec soin toutes les circonstances de son mouvement apparent; nous chercherons ensuite à y découvrir les lois de son mouvement vrai, et nous nous occuperons enfin des phénomènes qui tiennent plus spécialemnt à sa nature intime et à sa constitution physique.

Nous avons vu qu'une étoile qui se couche en même temps que le soleil à une certaine époque, le devance progressivement les jours suivants, en sorte que cet astre paraît s'écarter de plus en plus de l'étoile en sens inverse du mouvement diurne, et qu'ils ne se rejoignent qu'après une année accomplie.

Le même phénomène a lieu pour la lune, mais les retards journaliers de son coucher sur celui des étoiles sont beaucoup plus considérables ; ils n'étaient que de 4′ par jour pour le soleil, ils sont de plus de *trois quarts* d'heure pour la lune. L'arc décrit en un jour par le soleil pour s'éloigner d'une étoile qui a passé en même temps que lui au méridien, ne s'élevait pas à un degré; celui que décrit la lune dans ce même intervalle est de 13° 10′ 35″ dans sa valeur moyenne. La lune a donc, comme le soleil, un mouvement propre, dirigé d'Occident en Orient ; mais ce mouvement est beaucoup plus rapide, et elle revient au bout de *vingt-sept* jours environ au même point du ciel, après en avoir fait le tour entier dans cet intervalle.

Si pendant cette révolution on observe chaque jour la lune avec un quart de cercle ou une lunette méridienne, et qu'on tienne note de sa déclinaison et de l'instant de

son passage au méridien, on pourra, d'après le tableau de ses déclinaisons, tracer sur un globe les différents parallèles sur lesquels la lune se trouvait à midi le jour de chaque observation. On remarquera que les déclinaisons sont tantôt australes et tantôt boréales; la lune est pendant treize jours au sud de l'équateur, et pendant treize jours au nord; nous avions fait une observation analogue relativement au soleil, mais cet astre était pendant six mois au-dessus, et pendant six mois au-dessous du même plan. En comparant ensuite l'instant du passage de la lune au méridien avec celui d'une étoile dont l'ascension droite est connue, on en conclura le cercle de déclinaison qui devait la contenir à la même époque; et en joignant entre eux les points d'intersection de ces cercles et des parallèles qui leur correspondent, on tracera sur le globe la courbe que la lune a paru décrire dans le ciel; cette courbe est un grand cercle de la sphère, et le plan qui le renferme est incliné de 28° à peu près sur celui de l'équateur.

Les points d'intersection de ce grand cercle et de l'équateur ne peuvent se déterminer, à moins de circonstances très-rares, par l'observation directe; mais comme la lune se meut à peu près uniformément dans un petit nombre de jours, on observe sa déclinaison méridienne le jour qui a précédé et le jour qui a suivi son passage par l'équateur, et par une proportion on détermine l'instant précis de ce passage; on en conclut ensuite la position de la droite, suivant laquelle l'orbe lunaire coupe l'équateur, comme on a fixé celle de la ligne des équinoxes. Cette droite n'est pas fixe; les observations montrent qu'elle se déplace comme la

ligne des équinoxes ; mais ses variations sont beaucoup plus rapides ; les points où la lune traverse l'équateur font en moins de *dix-neuf années* le tour du ciel, tandis que les équinoxes emploient plus de vingt-quatre mille ans à faire cette révolution. Ainsi donc tous les phénomènes que nous avons observés dans la théorie du soleil, se reproduisent de nouveau dans celle de la lune, mais les mouvements s'exécutent alors avec une rapidité infiniment plus grande.

Nous avons dit que la lune revient au bout de vingt-sept jours au même point du ciel ; c'est donc la durée de sa révolution sidérale ; mais cette durée n'est pas constante, et la comparaison des observations anciennes aux modernes montre que le temps qu'emploie la lune à faire le tour du ciel a toujours été en diminuant depuis les plus anciens astronomes jusqu'à nos jours, en sorte que son mouvement a continuellement paru s'accélérer de *dix secondes* environ par siècle. Lorsque nous nous occuperons des causes qui produisent les mouvements célestes, nous essaierons de faire comprendre l'explication théorique de cette accélération, qui constitue l'un des phénomènes les plus remarquables du système du monde.

47. Les observations faites à la lunette méridienne, nous font connaître jour par jour le mouvement angulaire de la lune pendant la durée d'une de ses révolutions sidérales, c'est-à-dire pendant le temps qu'elle emploie à revenir aux mêmes étoiles, mais pour reconnaître la nature de l'orbite qu'elle décrit, il faut avoir encore les variations correspondantes de ses distances à la terre, qu'on ne peut obtenir qu'au moyen des observations micrométriques. Nous opérerons ici pour la lune comme

nous l'avons fait pour le soleil. Autour du point T (*fig.* 39) qui représentera la terre, formons une suite d'angles de grandeurs inégales LTL′, L′ TL″, etc., qui représenteront le mouvement angulaire diurne de la lune, dans le plan du grand cercle qu'elle paraît décrire sur la sphère céleste ; nous prendrons, pour représenter la plus courte distance de la lune à la terre, une longueur quelconque choisie arbitrairement TL, et les observations micrométriques feront connaître les rapports des autres distances à celle-ci ; nous aurons donc pour chaque jour d'observation la longueur des rayons vecteurs TL, TL′, TL″, etc. et leur direction, et la courbe qui passera par leurs extrémités, représentera l'orbite que la lune a décrite dans sa révolution. On reconnaît ainsi que cette courbe est comme l'orbe solaire, une ellipse dont la terre occupe un des foyers. La loi du mouvement sur cette courbe est pour la lune la même que pour le soleil ; l'arc qu'elle décrit journellement, multiplié par le carré du rayon vecteur correspondant, forme un produit constant dans tous les points de l'orbite, d'où l'on conclut que *les secteurs tracés par les rayons vecteurs de l'ellipse lunaire, sont proportionnels aux temps employés à les décrire.*

Déterminons les éléments de cette ellipse. L'observation des demi-diamètres fournit un moyen très-simple de fixer à la fois l'excentricité, et les lieux du *périgée* et de l'*apogée*, c'est-à-dire des deux points de l'orbite où la lune se trouve dans sa plus grande et sa plus petite distance à la terre. En effet, les variations des diamètres apparents étant en raison inverse des rayons vecteurs dans l'orbite, n° 35, si l'on nomme D le diamètre moyen, et *e* l'ex-

centricité, on aura pour le diamètre périgée $D' = \frac{D}{1-e}$, et pour le diamètre apogée $D'' = \frac{D}{1+e}$ d'où l'on tire $\frac{1+e}{1-e} = \frac{D'}{D''}$ et par suite :

$$e = \frac{D' - D''}{D' + D''}$$

Les observations indiquent que les variations du diamètre apparent de la lune, sont comprises entre 33′ 30″ et 29′ 30″; on a donc $D' = 33' 30''$ et $D'' = 29' 30''$, ce qui donne $D' - D'' = 4'$; $D' + D'' = 63'$ d'où l'on conclut :

$$e = \tfrac{4}{63} = 0{,}0635$$

Cette excentricité est beaucoup plus forte que celle du soleil qui n'était que de 0,0168; l'orbe de la lune s'écarte donc beaucoup plus de la forme circulaire que celui du soleil, et son mouvement doit être par conséquent soumis à des inégalités beaucoup plus considérables.

Les rayons vecteurs correspondants à la même distance angulaire du périgée et de l'apogée sont égaux, on peut donc déterminer le lieu de ces deux points en prenant le milieu entre les positions de la lune observées à deux époques différentes dans lesquelles les diamètres apparents étaient les mêmes. On peut encore les déterminer en prenant pour le périgée le point où le diamètre apparent était à son *minimum*, et pour l'apogée le point où il a atteint sa plus grande valeur.

Mais les variations des diamètres apparents sont si peu considérables, que les observations micrométriques laisseraient toujours quelque incertitude à cet égard; les

variations du mouvement angulaire étant beaucoup plus sensibles que celles des diamètres apparents, on les emploie de préférence pour déterminer avec plus d'exactitude la position du périgée et de l'apogée.

En effet, d'après la loi de la proportionnalité des aires et des temps, on voit que les mouvements doivent s'accélérer quand les distances diminuent, et réciproquement se ralentir à mesure qu'elles augmentent. Ainsi, lorsque le diamètre apparent de la lune est à son *minimum*, elle est dans sa plus grande distance à la terre ou dans son *apogée*, et son mouvement est alors le plus lent possible; au contraire, lorsque le diamètre apparent est à son *maximum*, elle est à sa plus courte distance de la terre, ou dans son *périgée*, et c'est alors que le mouvement diurne est le plus rapide. En observant donc les époques où la lune semble se mouvoir le plus rapidement ou le plus lentement, on pourra déterminer très-aisément l'instant où elle s'est trouvée dans son périgée ou dans son apogée.

En répétant cette opération à différentes époques, on s'aperçoit bientôt que ces deux points ne sont pas fixes; ils se déplacent comme le périgée et l'apogée du soleil; mais tandis que les variations de l'orbite solaire sont extrêmement lentes, le mouvement du périgée et de l'apogée de la lune est au contraire très-rapide, et ils font le tour du ciel dans un intervalle de *neuf années* environ. Ce mouvement est direct, c'est-à-dire dirigé dans le même sens que le mouvement propre du soleil, ou d'Occident en Orient, mais il n'est point rigoureusement uniforme; la durée d'une révolution tropique du périgée lunaire était en 1801 de 3231 j. 475; sa vitesse se ralentit

dans ce siècle, tandis que le moyen mouvement de la lune s'accélère.

Ce qui précède suffit pour montrer comment on peut, par le seul secours des observations, se former une première idée des éléments de l'ellipse lunaire, nous donnerons dans la suite le moyen d'arriver à une connaissance plus exacte de ces éléments.

48. Nous avons rapporté jusqu'ici les mouvements de la lune au plan de l'équateur; nous allons les rapporter maintenant à l'écliptique, pour voir s'ils ne nous offriront pas plus de régularité relativement à ce second plan qu'au premier. Nous avons vu qu'au lieu d'observer directement, au moyen d'instruments dirigés dans le plan de l'écliptique, les astronomes modernes préfèrent réduire à ce plan les observations relatives à l'équateur, c'est-à-dire convertir, au moyen des formules de la trigonométrie, les ascensions droites et les déclinaisons en longitudes et en latitudes, ce qui peut se faire par un calcul très-simple.

Ainsi soit $\gamma P \simeq$ (*fig.* 40) l'équateur et $\gamma G \simeq$ l'écliptique, du point quelconque L pris sur la sphère céleste, abaissons les arcs de grand cercle LP et LG ; LP et $P\gamma$ représenteront la déclinaison et l'ascension droite du point L, LG et $G\gamma$ sa latitude et sa longitude. Joignons les points γ et L par un arc de grand cercle. Dans le triangle $P\gamma L$ rectangle en P, les côtés $P\gamma$ et PL sont connus, puisque l'ascension droite et la déclinaison sont données par l'observation ; on peut donc calculer l'angle $P\gamma L$ et le troisième côté γL ; or $P\gamma L = P\gamma G + G\gamma L$, l'angle $P\gamma L$ est donné, puisque c'est l'inclinaison de l'équateur à l'ecliptique pour l'instant de l'observation : on aura donc

l'angle GγL par l'équation précédente; dans le triangle rectangle LGγ on connaîtra par conséquent l'angle γ et l'hypothénuse γL et l'on pourra calculer les trois autres parties et obtenir aisément la latitude LG et la longitude γG.

En convertissant ainsi les ascensions droites et les déclinaisons de la lune en longitudes et en latitudes, et en suivant son cours pendant plusieurs révolutions séparées par de longs intervalles, on trouve que ses plus grandes latitudes, abstraction faite de quelques inégalités alternatives, sont constamment égales entre elles, d'où l'on conclut que l'inclinaison moyenne de l'orbe lunaire à l'écliptique est toujours la même dans tous les temps. Les deux points diamétralement opposés où cette orbite coupe l'écliptique, se nomment *les nœuds de la lune*. Pour déterminer à la fois ces points, et l'inclinaison des deux plans, remarquons qu'à l'instant où elle a traversé l'écliptique, la latitude de la lune était nulle, en choisissant donc les deux observations les plus voisines de ce passage de manière qu'il soit compris entre elles, on pourra par les règles de la trigonométrie sphérique, en conclure aisément la position de l'orbe lunaire par rapport à l'écliptique. Soit L et V (*fig.* 41), les deux lieux de la lune AL et VB ses deux latitudes, calculées d'après les ascensions droites et les déclinaisons observées, AB le mouvement en longitude dans l'intervalle, dans les deux triangles ACL et BCV on aura à très-peu près :

$$AL : BV :: AC : BC$$

ou bien :

$$AL + BV : AL - BV :: AC + BC : AC - BC$$

Les trois premiers termes de cette proportion sont donnés, on en conclura donc AC — BC et l'on aura ensuite :

$$AC = \frac{1}{2}(AC + BC) + \frac{1}{2}(AC - BC)$$
$$BC = \frac{1}{2}(AC + BC) - \frac{1}{2}(AC - BC).$$

En ajoutant le premier arc à la longitude du point A, ou en retranchant le second de la longitude du point B, on aura la longitude du point C où la lune coupe l'écliptique.

Dans le triangle rectangle ACL, on connaîtra les deux côtés AC et AL, on pourra donc calculer l'angle C. Le triangle BCV fournira un second moyen de le déterminer, et l'on prendra pour sa valeur la moyenne entre les deux quantités ainsi obtenues. On a trouvé de cette manière, que la longitude du nœud de l'orbe lunaire sur l'écliptique était de 13° 53′ 22″, le 1er janvier 1801, à minuit; mais en répétant pendant plusieurs mois de suite les mêmes observations, on a reconnu que ce point varie avec rapidité; il a un mouvement rétrograde de 1° 26′ à peu près par mois, ou de 19° 19′ 43″ par an, en sorte que les nœuds de l'orbe lunaire font le tour du ciel, d'un mouvement dirigé en sens contraire du mouvement propre du soleil, en 6798 jours, ou 18 ans et 6 mois à peu près. Il suit de là que lorsque la ligne des nœuds et le soleil se sont rencontrés dans un lieu du ciel, ils doivent se retrouver de nouveau avant que le soleil ne revienne au même lieu, c'est-à-dire avant une année révolue, puisque les nœuds de l'orbe lunaire semblent aller sur l'écliptique au devant du soleil. La nouvelle rencontre se fait après 346 j. 619851, c'est le temps de ce qu'on nomme la *révolution synodique du nœud*.

L'inclination de l'orbe lunaire à l'écliptique est par un milieu de 5°8′47″,9, mais elle est sujette comme les autres éléments de l'orbite, à quelques inégalités périodiques et peut varier selon les circonstances de 5° à 5°17′.

49. Le soleil nous a présenté trois espèces de révolutions différentes : la révolution tropique qui ramène le soleil à la même longitude comptée de l'équinoxe mobile, et dont la durée forme l'année tropique ; la révolution sidérale qui ramène le soleil au même point du ciel ou à la même étoile, et dont la durée constitue l'année sidérale ; enfin, la révolution anomalistique qui ramène le soleil au même point de son orbite. Le mouvement de la lune doit produire de même plusieurs genres de révolutions différentes, selon les points auxquels on le rapporte, ou des mois lunaires de diverses durées. Ainsi, la lune a comme le soleil une *révolution tropique* qui la ramène à la même longitude comptée de l'équinoxe mobile, et une *révolution sidérale* qui la ramène à la même longitude comptée d'un équinoxe fixe, ou à la même étoile. On appelle *conjonction* ou *opposition* les deux situations dans lesquelles se trouve la lune par rapport au soleil, lorsque sa longitude, vue de la terre, est la même que celle de cet astre, ou qu'elle en diffère de 180°. On nomme *révolution synodique* l'intervalle qui ramène la lune en conjonction avec le soleil ; *révolution anomalistique*, celle qui la ramène au même point de son orbite ; enfin *révolution draconique*, l'intervalle qui la ramène au même nœud.

Le mouvement lunaire étant dirigé dans le même sens que le mouvement apparent du soleil, lorsque la lune a

accomplir une révolution sidérale, il lui faut décrire encore l'arc dont le soleil s'est avancé dans cet intervalle de l'Occident à l'Orient pour se retrouver en conjonction avec lui; la durée de la révolution synodique doit donc être plus longue que la durée de la révolution sidérale. De même le périgée lunaire ayant un mouvement direct d'Occident en Orient, le temps qui s'écoule entre deux passages successifs de la lune au périgée doit être plus long que celui qui ramène la lune au même point du ciel : la révolution anomalistique est donc encore plus longue que la révolution sidérale. Au contraire, la ligne des nœuds de l'orbe lunaire ayant un mouvement rétrograde, ou dirigé d'Orient en Occident, la durée de la révolution draconique doit être plus courte que celle de la révolution sidérale. Ainsi, la révolution synodique, ou le temps que la lune emploie à revenir au soleil, est la plus longue, et la révolution draconique, ou le temps qu'elle met à revenir au même nœud, la plus courte des cinq différentes révolutions lunaires.

Lorsque la durée d'une de ces révolutions est connue, on en déduit aisément toutes les autres. La plus facile à déterminer est celle de la révolution tropique, puisqu'on peut la conclure de deux positions de la lune observées à un long intervalle. En effet, l'observation ou le calcul donnera l'arc compris entre les deux positions de la lune; en divisant cet arc, qui peut se composer de plusieurs circonférences, par le nombre de jours écoulés entre les deux observations, on aura l'arc m que décrit la lune en un jour; cet arc, multiplié par la durée du mois

tropique de la lune, doit être égal à 360° ; on aura donc :

$$\text{Mois tropique} = \frac{360^\circ}{m}.$$

Par des observations très-exactes faites à un intervalle de cent années, on a trouvé le mouvement moyen de la lune, abstraction faite de ses inégalités, égal à 13°10′ 35″; en supposant donc $m = 13^\circ\ 10'\ 35''$, on aura :

$$\text{Révol. trop.} \frac{1296000}{47435} = 27\text{ j. } 3215824$$

$$27\text{ j. } 7\text{ h. } 43'\ 4'',7.$$

Soit n le moyen mouvement diurne du soleil, $m-n$ sera l'arc du mouvement relatif de la lune par rapport au soleil dans un jour, ou l'angle dont elle s'écarterait dans cet intervalle du même astre supposé fixe ; la lune a accompli une révolution synodique quand cet angle a augmenté de 360°, on a donc :

$$\text{Mois synod.} = \frac{360^\circ}{m-n}.$$

L'observation du mouvement du soleil donne $n = 59'\ 8''$, et par conséquent $m-n = 12^\circ\ 11'\ 27''$; d'où l'on conclut :

$$\text{Révol. synod.} = \frac{1296000}{43887} = 29\text{ j. } 5305885$$

$$29\text{ j. } 12\text{ h. } 44'\ 2'',8.$$

Pour avoir la révolution sidérale, nommons p le mouvement de précession du point équinoxial par jour; $m-p$ sera donc l'arc du mouvement diurne de la lune, par rapport à l'équinoxe supposé fixe, et l'on aura la proportion :

$$m-p : m :: \text{rév. trop.} : \text{rév. sid.} = \text{révol. trop.} \left(\frac{m}{m-p}\right)$$

Ou révol. sid. = révol. trop. $\left(1+\frac{p}{m}\right)$ à très-peu près. La précession en 100 années juliennes, ou en 36525 jours, étant supposée de 5022″,35, on trouve p=0″,1375045 d'où l'on conclut :

Révol. sid. = révol. trop. + 0,0000791 = 27 j. 3216615
27 j. 7 h 43′ 11″,6

La révolution anomalistique s'obtiendra par un procédé semblable, en effet nommons q le mouvement du périgée par jour, m-q sera le mouvement diurne de la lune par rapport au périgée supposé fixe, et l'on aura la proportion :

$m : m\text{-}q$ :: rév. trop. : rév. anomalistique = rév. trop. $\left(\frac{m}{m\text{-}q}\right)$

Le moyen mouvement diurne de la lune est de 13° 10′ 35″, celui du périgée est de 6′ 41″ ce qui donne : m-q = 13° 10′ 35″ — 6′ 41″ = 13° 3′ 54″, au moyen de ces valeurs on trouve :

Révol. anomalistique = 27 j, 554599
27 j. 13 h. 18′ 37″.

On trouvera de même en observant que le mouvement diurne du nœud est de 3′ 10″, 64 et qu'il est rétrograde,

Révol. par rapport au nœud = 27 j, 212222
27 j. 5 h. 5′ 36″.

Ainsi la lune reviendrait au périgée au bout de 27 j. 13 h. 18′ 37″ et à son nœud au bout de 27 j. 5 h. 5′ 36″,

si elle n'avait point d'inégalités qui troublent son mouvement moyen.

La révolution synodique forme le *mois lunaire;* en comparant sa longueur à celle de l'année tropique, on voit que celle-ci contient douze mois lunaires et 10j,87; la durée de sa révolution tropique étant de 27j, 32158, la lune dans l'intervalle d'une année tropique décrit treize circonférences et un tiers à peu près, son mouvement est donc treize fois plus rapide que celui du soleil; nous avons trouvé le mouvement relatif de ces deux astres de 12° 11′ 27″ par jour; cet arc converti en temps à raison de la circonférence entière pour vingt-quatre heures, donne 48′ 46″ *pour le temps dont le passage de la lune au méridien retarde chaque jour sur celui du soleil.* Nous avons trouvé 13° 10′ 35″ pour l'arc dont la lune s'écarte chaque jour vers l'Orient d'une étoile qui se trouvait sur le même méridien à un instant donné; cet arc converti en temps donne 52′ 42″ *pour le retard journalier du passage de la lune au méridien sur celui des étoiles.*

Si l'année tropique était composée d'un nombre exact de mois lunaires, la lune se trouverait continuellement dans une situation semblable relativement au soleil à la même époque de l'année, mais comme l'année tropique se compose de 12 mois lunaires et 11 jours à peu près, il en résulte que si la lune était en opposition ou en conjonction avec le soleil un certain jour de l'année, le même phénomene arrivera onze jours plus tôt l'année suivante, vingt-deux jours plus tôt la troisième année; et ainsi de suite; ces onze jours en s'accumulant produisent 209 jours au bout de 19 ans, ce qui correspond à 7 révolutions sy-

nodiques complètes, la lune se retrouve donc, après cet intervalle, en conjonction ou en opposition avec le soleil aux mêmes jours que dans la première année de la période.

50. Nous avons supposé dans ce qui précède les observations rapportées au centre de la terre; ce qui ne se peut faire qu'autant que la parallaxe de la lune ou sa distance à la terre est connue. Occupons-nous donc de déterminer cette distance, dont l'observation des demi-diamètres ne nous a encore indiqué que les variations. Nous avons dit que la méthode la plus simple que l'on pût employer pour déterminer la parallaxe des astres qui ne sont point situés à de trop grandes distances de la terre, est celle dont se servent les arpenteurs pour mesurer l'éloignement des objets terrestres en les observant de deux points différents. La proximité de la lune permet d'employer cette méthode avec confiance pour calculer sa parallaxe. Supposons donc deux observateurs placés sous le même méridien, en deux lieux différents; qu'ils mesurent chacun la distance au pôle du centre de la lune à l'instant de son passage au méridien; la différence des deux angles obtenus sera, n° 43, l'angle sous lequel un observateur placé au centre de la lune verrait la distance qui sépare les deux observateurs, mesurée sur la terre; cette distance est la différence des latitudes des lieux qu'ils occupent sur le globe; on pourra donc en conclure par une simple proportion l'angle sous lequel le quart du méridien terrestre serait vu du centre de la lune, et par conséquent la parallaxe de cet astre. Si les observations n'avaient point été faites simultanément, ou si les observateurs n'étaient point exactement placés sous le même méridien,

une correction légère dans les distances polaires du centre de la lune qu'ils ont observées, suffirait pour rétablir la coïncidence, et les opérations se continueraient comme si les observations avaient été faites au même instant et sous le même méridien. C'est de cette manière que la parallaxe de la lune a été déterminée par les observations simultanées de Lacaille au cap de Bonne-Espérance, et de Lalande à Berlin. Ils ont trouvé cette parallaxe de 53′ 48″ lorsque la lune est à sa plus grande distance de la terre, et de 61′24″ lorsqu'elle en est le plus rapprochée; d'où l'on a conclu la parallaxe moyenne de 57′36″; elle est aujourd'hui assez bien connue pour qu'on soit certain que la valeur précédente ne peut être en erreur que de quelques secondes au plus (1).

Nous avons vu que la parallaxe du soleil était de 8″,6 dans ses distances moyennes; les distances du soleil et de la lune à la terre sont entre elles dans le rapport inverse de leurs parallaxes, c'est-à-dire comme 3456″ est à 8″,6, ou comme 402 est à 1. *La lune est donc plus de* 400 *fois plus rapprochée de nous que le soleil;* la distance moyenne du soleil au centre de la terre est, comme nous l'avons vu, de 2352 rayons terrestres, celle de la lune au même centre sera donc de 5935 rayons terrestres, ou de 85054 lieues.

(1) Les astronomes supposent la parallaxe horizontale de la lune à l'équateur de 57′0″,9 dans sa distance moyenne de la terre; c'est ce qu'on nomme *la constante de la parallaxe*. A toute autre latitude λ, la parallaxe horizontale est à très-peu près égale à la parallaxe horizontale à l'équateur multipliée par $(1 - \alpha \sin^2 \lambda)$, en désignant par α une petite fraction qui exprime l'aplatissement du sphéroïde terrestre. La parallaxe horizontale est donc plus grande à l'équateur qu'en tout autre lieu du globe.

La parallaxe de la lune étant connue, elle nous donne le moyen de comparer son volume à celui de la terre. Il en résulte en effet que le rayon de la terre serait vu de la lune sous un angle de 57′ 36″; à la même distance le rayon de la lune nous paraît sous un angle de 15′ 43″; on a donc la proportion :

$$57'\,36'' : 15'\,43'' :: \text{ray. ter.} : \text{ray. lun.} = \tfrac{943}{3456} = 0{,}27293;$$

ainsi le rayon de la lune n'est que la 0,27293 partie *ou les* $\frac{3}{11}$ *à peu près de celui de la terre*. Les surfaces des deux astres sont comme le carré de ces nombres, et leur volume dans le rapport des cubes. La surface de la lune est ainsi les $\frac{9}{121}$ ou $\frac{1}{13}$ à peu près de celle de la terre, et son volume $\frac{1}{49}$ de celui de notre globe. Quant au rapport des masses, il dépend de celui des densités.

En comparant les résultats précédents à ceux que nous a offerts la théorie du soleil, on voit que si la lune et le soleil nous paraissent à peu près de même grosseur à la vue simple (1), cette apparence n'a rien de réel et tient seulement à la différence des distances qui nous en séparent.

(1) Le diamètre apparent de la lune varie de 29′ 21″,95 à 33′ 31″,07 ; le diamètre apparent du soleil varie de 31′ 31″,0 à 32′ 35″,6 : la lune doit donc nous paraître alternativement plus grande et plus petite que cet astre. L'angle sous lequel nous voyons la lune augmente ou diminue selon qu'elle se rapproche ou s'éloigne de nous; le diamètre apparent varie donc avec la distance à la terre, et par conséquent avec la parallaxe horizontale; ces deux éléments sont entre eux dans un rapport constant et sont liés par l'équation :

$$\text{Demi-diam. appar.}\ \mathbb{C} = \tfrac{1}{11}\ \text{paral. horiz.}$$

qui sert à calculer la parallaxe quand le demi-diamètre est connu, et réciproquement.

Le soleil est près de 400 fois plus éloigné de la terre que la lune, son volume est 1,400,000 fois plus grand que celui de notre globe, qui lui-même est près de 50 fois plus considérable que celui de la lune. Le diamètre lunaire est d'environ 780 lieues, et sa moyenne distance à la terre ne surpasse guère 85 mille lieues, tandis que le soleil a 320 mille lieues de diamètre, et est éloigné de nous d'environ 34 millions de lieues. On peut se faire une idée de la grandeur respective de ces trois astres; en supposant que l'on fasse coïncider le centre du soleil et celui de la terre, la distance de la lune au centre de la terre étant de 60 fois environ le rayon terrestre, et le demi-diamètre du soleil de 112 fois ce même rayon, on voit que le soleil ainsi placé embrasserait la terre, l'orbe entier de la lune, et s'étendrait même presqu'une fois au delà.

51. Ainsi donc, en récapitulant les divers résultats que nous venons de déduire de l'observation, nous voyons : 1° *Que la lune décrit par rapport aux étoiles, dans l'espace de* 27j,32160, *une ellipse du foyer de laquelle se trouve le centre de la terre.*

2° *Qu'elle suit d'ailleurs, comme le soleil, dans son mouvement elliptique, la loi de la proportionnalité des secteurs décrits par les rayons vecteurs aux temps employés à les tracer.*

Voici quels étaient, au commencement de 1801, les éléments de cette ellipse :

Éléments de l'orbe lunaire au 1er *janvier* 1801.

Excentricité. 0,0548442

Longitude du périgée.	266° 10′ 7″
Longitude du nœud.	13 53 40′
Inclinaison à l'écliptique.	5 8 48
Demi-grand axe ou distance moyenne à la terre en rayons terrestres.	59, 35
Moyen mouvement diurne.	3° 10′ 35″

Tous ces éléments sont variables comme ceux de l'orbite solaire; mais leurs variations sont beaucoup plus considérables et plus rapides; le périgée a un mouvement direct de 40° 41′ 30″, 8 par an, le nœud un mouvement rétrograde, ou dirigé de l'Est à l'Ouest, de 19° 19′ 43″ dans le même intervalle.

On détermine la position de la lune sur son orbite, comme celle du soleil, c'est-à-dire en comparant son mouvement vrai à celui d'un astre fictif qui parcourrait dans le même intervalle de temps, cette orbite d'un mouvement uniforme, et en partant du périgée ou de l'apogée en même temps que la lune.

L'excentricité de l'orbe lunaire étant beaucoup plus grande que celle de l'orbe du soleil, l'*équation du centre*, c'est-à-dire la quantité variable qu'il faut ajouter au mouvement moyen pour avoir le mouvement vrai, sera aussi plus considérable; cette équation s'élève à 6° 17′ 12″ 7 dans son *maximum*. Les différences entre les mouvements observés et ceux qui résulteraient de l'hypothèse du mouvement uniforme et circulaire, doivent donc être beaucoup plus sensibles pour la lune que pour le soleil, ce qui ajoute déjà à la difficulté de sa théorie. Mais le mouvement elliptique ne représente encore qu'imparfaitement les observations lunaires. En comparant les

positions observées aux positions calculées dans cette hypothèse, on y remarque des écarts considérables qui indiquent dans le mouvement de la lune de grandes et nombreuses *inégalités* que l'observation a d'abord découvertes, et dont la théorie a ensuite fait connaître les causes.

Les principales de ces inégalités ont reçu des astronomes des noms particuliers par lesquels on les désigne encore aujourd'hui.

La plus considérable et la plus anciennement connue se nomme l'*évection*. Cette inégalité, dans son *maximum*, s'élève à 1° 16′ 39″ ; sa période, c'est-à-dire le temps nécessaire pour qu'elle passe par toutes les valeurs successives qu'elle est susceptible de prendre, est de 31j 811939.

Dans les conjonctions et dans les oppositions de la lune au soleil, cette inégalité se confond avec l'équation du centre, aussi Hipparque, qui n'observait la lune que dans ces deux points pour la prédiction des éclipses, ne l'aperçut pas, et elle ne fut reconnue que par Ptolémée, qui observa le premier la lune, lorsqu'elle est éloignée, par rapport à la terre, de 90° du soleil.

La seconde inégalité lunaire se nomme *variation;* elle s'élève, dans son *maximum*, à 39′ 30″, et sa période est d'un demi-mois lunaire, ou de 14j 765294. Cette inégalité disparaît dans les oppositions, dans les conjonctions, et lorsque le soleil et la lune, vus de la terre, sont éloignés du quart de la circonférence; elle atteint sa plus grande valeur lorsque ces deux astres sont éloignés l'un de l'autre de 45°. Elle devait donc échapper aux anciens, qui n'observaient la lune que dans les positions où elle

se réduit à zéro. Aussi c'est dans les temps modernes qu'elle a été découverte par Tycho-Brahé, célèbre astronome, qui vivait au quinzième siècle, et qui fut le maître de Kepler.

Enfin, les observations faites dans diverses saisons de l'année ont montré que le mouvement de la lune paraît s'accélérer à mesure que le soleil se rapproche de nous, et au contraire il se ralentit quand il s'en éloigne ; ce qui indique l'existence d'une inégalité qui dépend de la distance angulaire du soleil au périgée de son orbite ou de son anomalie moyenne ; cette inégalité, dans son *maximum*, est de 11′ 13″ ; sa période est celle d'une année solaire anomalistique, et c'est pour cela qu'on l'a nommée *équation annuelle*. Sa découverte est due à Kepler, qui la déduisit de la discussion des observations de Tycho.

On aura une juste idée de l'effet que ces inégalités produisent dans le mouvement de la lune, en observant que cet astre ne décrit pas exactement une ellipse autour de la terre, mais une courbe plus compliquée, quoiqu'elle s'en écarte peu; *l'évection, la variation et l'équation annuelle* peuvent être regardées comme des corrections qu'il faut faire à la longitude calculée dans l'ellipse pour avoir la longitude vraie. Le mouvement de la lune, outre les inégalités précédentes, en contient encore un grand nombre d'autres moins sensibles en général, mais que la précision des observations modernes ne permet pas de négliger. On ne sera pas davantage embarrassé de les introduire dans le calcul des lieux de la lune en les considérant comme de petites corrections à faire aux trois inégalités principales, comme celles-ci ne sont elles-mêmes

que les corrections de l'équation du centre. On s'élèvera ainsi sans difficultés des lois du mouvement de la lune dans une orbite elliptique aux lois les plus compliquées de son mouvement dans son orbite vraie (1). Nous dirons comment ces idées très-simples ont été rendues d'une exécution facile pour la pratique, lorsque nous parlerons de la construction des tables astronomiques.

52. Nous allons aborder maintenant une nouvelle classe de phénomènes particuliers à la lune et que la théorie du soleil ne nous avait point offerts ; nous voulons parler des apparences diverses qu'elle présente à l'observateur, ou de ce qu'on a appelé ses *phases*. Le soleil se montre à nous en tout temps sous la forme d'un disque rond parfaitement terminé ; mais la figure de la lune varie avec rapidité. Si on observe chaque soir cet astre dans l'espace de 29 à 30 jours qu'il met à faire le tour du ciel et à rejoindre le soleil, on le verra tantôt sous la forme d'un croissant, tantôt comme un disque arrondi et d'une lumière brillante, enfin à certaines époques ce disque devient entièrement obscur et disparaît même complétement à nos yeux. Chacun a pu faire en tout temps ces remarques, et dès la plus haute antiquité on

(1) Pour trouver le lieu vrai de la lune à un instant donné, on commence par supposer à l'astre un mouvement uniforme et circulaire, qui donne le mouvement moyen, et le lieu approché ; on ajoute ensuite à la longitude moyenne ainsi déterminée, les diverses inégalités qui affectent le mouvement régulier de la lune en longitude, et l'on en déduit la longitude vraie. En n'ayant égard qu'aux principaux termes de ces inégalités dont il est parlé dans le texte, on a :

Long. vraie = long. moy. + équat. du centre + variat.
évect. + équat. annuel. + perturbations.

On trouve dans les tables les valeurs de ces différents termes pour une époque déterminée.

a reconnu que la cause de ce phénomène c'est que la lune n'est pas lumineuse par elle-même et qu'elle ne brille que d'une lumière empruntée et réfléchie. En effet, s'il en était autrement, nous la verrions toujours sous la même forme comme le soleil; en admettant donc que sa clarté ne soit que la lumière réfléchie de cet astre, suivons les apparences sous lesquelles elle doit se présenter à nous.

Nous avons vu que la lune accomplit sa révolution synodique autour de la terre en vingt-neuf jours à peu près; si l'on imagine au disque lunaire deux tangentes menées parallèlement à la droite qui joint les centres de la lune et du soleil, la partie du disque comprise entre elles sera la partie éclairée de la lune, et le reste de la surface sera dans l'ombre. Ainsi soit (*fig.* 42), le soleil en S et la lune en L, *abc* sera la partie éclairée de son disque, et *adb* la partie obscure. Si le soleil et la lune tournaient autour de la terre avec une égale vitesse, nous n'apercevrions jamais que la même partie du disque lunaire, mais la lune fait sa révolution beaucoup plus rapidement que le soleil, et l'excès de son mouvement sur celui de ce astre produit la succession de ses phases.

En effet, pour suivre le phénomène imaginons (*fig.* 43) la terre immobile en T, le soleil en S et la lune en L parcourant son orbite *abcd*, tandis que le soleil décrit d'un mouvement beaucoup plus lent l'arc AB de 30° environ. Quand la lune se trouve en conjonction avec le soleil au point *a* de manière que les deux astres passent au même instant au méridien; sa partie non éclairée étant tournée vers nous, elle devient tout à fait invisible

à nos yeux. Deux ou trois jours après, la lune se trouvant en *a'*, le soleil en S', elle se couche le soir peu d'instants après cet astre, sa surface éclairée étant *mnp* nous commençons à en apercevoir une faible partie, la lune nous présente alors un segment circulaire très-étroit dont la convexité est tournée vers le soleil, et dont les pointes lui sont opposées. Ce croissant s'élargit de jour en jour, la lune se couche plus tard à mesure qu'elle avance de *a* en *b* en s'éloignant du soleil, et elle nous éclaire pendant une partie plus considérable de la nuit. Le septième jour la lune arrive au point *b*, sa partie éclairée étant *mnp* nous en apercevons alors la moitié *mn*, la lune paraît comme un demi-cercle lumineux et elle est visible à peu près la moitié de la nuit. On dit alors qu'elle est dans son *premier quartier*. Les jours suivants la partie lumineuse continue d'augmenter, la lune demeure plus longtemps sur l'horizon, du quatorzième au quinzième jour elle arrive en *c* à l'opposition ou à 180° du soleil, toute la partie éclairée de son disque est alors tournée vers nous, nous la voyons sous la forme d'un cercle parfait et entièrement lumineux, elle est visible pendant toute la nuit et l'on dit alors que la lune est *pleine*. Dès le lendemain le bord occidental de son disque commence à devenir moins bien terminé, il s'obscurcit ensuite de plus en plus, la lune se lève plus tard de jour en jour, et la partie éclairée continue à diminuer, le vingt-deuxième jour la lune se trouve au point *d*, nous n'apercevons plus que la moitié de son disque éclairé, elle entre alors dans son *dernier quartier*. Cette moité diminue les jours suivants, et tous les phénomènes observés dans la première partie de sa révolution se reproduisent en

sens inverse, la lune se présente sous la forme d'un croissant dont les cornes sont toujours opposées au soleil, et qui diminue peu à peu de largeur. Enfin, le 26e jour, la lune qui s'est de plus en plus rapprochée du soleil, ne se montre plus à l'Orient que quelques instants avant cet astre, et finit bientôt par se retrouver en *conjonction* avec lui à sa position primitive ; elle disparaît alors pendant deux ou trois jours, et l'on dit que nous sommes dans la *nouvelle lune* ou dans la *néoménie*.

On désigne indistinctement par le mot *syzygies* les nouvelles et les pleines lunes, époques auxquelles la lune se trouve dans le même méridien que le soleil, c'est-à-dire en *opposition* ou en *conjonction* avec cet astre. Le premier et le second quartier se nomment *quadratures*, parce que, à l'instant de ce phénomène, la distance angulaire de la lune au soleil est de 90° ou du quart de la circonférence. A cette époque la lune passe au méridien vers six heures du matin ou vers six heures du soir. Dans les nouvelles lunes le soleil et la lune passent au méridien au même instant, mais au moment de la pleine lune ils y passent à douze heures de distance, et l'on peut voir alors les deux astres dans le voisinage de l'horizon et diamétralement opposés, se succéder l'un à l'autre comme s'ils partageaient entre eux la charge d'éclairer la terre.

Quelquefois on a eu besoin de sousdiviser encore dans le cours de la lune, les intervalles compris entre les syzygies et les quadratures, et ces quatre nouveaux points ont pris le nom d'*octants*. L'intervalle de temps qui s'écoule entre la nouvelle et la pleine lune, pendant lequel la partie éclairée de l'astre augmente graduellement d'étendue, se nomme *période de la lune croissante*.

L'intervalle qui sépare la pleine lune de la nouvelle lune qui la suit, par la raison contraire, se nomme *période de la lune décroissante* ou *période du decours*. On nomme âge de la lune ou *épacte*, le temps écoulé depuis la dernière néoménie, le 31 décembre à midi, pour les années communes, et le 1er janvier à midi, pour les années bissextiles.

53. Les phases lunaires, telles que les observations nous les offrent, s'accordent donc parfaitement avec les apparences que la lune doit nous présenter si elle est un corps opaque qui reçoit sa lumière du soleil. Aussi cette explication très-simple de ce phénomène n'a pas dû échapper longtemps aux hommes qui s'occupèrent les premiers d'astronomie. Les révolutions de la lune, douze à treize fois plus rapides que celle du soleil, leur ont fourni sans doute l'idée de partager l'année en douze mois, et la succession des phases qui s'opère dans un intervalle de sept jours à peu près, les conduisit à diviser le mois en semaines ou périodes de sept jours.

Ces divisions du temps, généralement adoptées, suffisaient aux usages de la vie civile ; les besoins de l'astronomie firent imaginer des périodes d'une plus longue durée, et formées sur des calculs plus rigoureux. On appela, en général, *cycle*, un intervalle de temps au bout duquel un astre reprend, après plusieurs révolutions, la même situation dans le ciel que celle dont on suppose qu'il était parti ; le plus célèbre est le cycle de Méton, ou *nombre d'or*, ainsi nommé parce que les astronomes d'Athènes, frappés de son exactitude et de son utilité, l'avaient fait graver en lettres d'or sur les murs du temple de Minerve. Ce cycle se composait de 19 années tropi-

ques, pendant lesquelles la lune accomplit 235 révolutions synodiques, en sorte qu'elle se retrouve, comme nous l'avons vu, dans la même situation relativement au soleil, à la fin et au commencement de la période. Les conjonctions et les oppositions, et par conséquent les différentes phases, arrivent donc aux mêmes jours du mois après cet intervalle, en sorte que si on les a observées avec soin pendant la première période, on sera assuré de les retrouver précisément aux mêmes époques durant les périodes suivantes. On conçoit par là combien le cycle imaginé par Méton devait être commode aux anciens astronomes pour la construction de leur calendrier, puisque, pour prédire les phases de la lune à une époque quelconque, il leur suffisait de savoir à quelle année et à quel jour du cycle elle se rapportait, et de rechercher ensuite dans le tableau des phases observées pendant la première période de 19 ans, celle qui répondait à la même époque.

Mais la précision dont les anciens se contentaient ne peut suffire à l'astronomie moderne. Pour que le cycle de Méton fût rigoureusement exact, il faudrait que 19 années juliennes correspondissent parfaitement à 235 mois lunaires, c'est-à-dire qu'on eût la proportion :

$$365^j,25 : 29^j,5305885 :: 235 : 19,$$

Mais l'égalité de ces deux rapports n'est qu'approchée; 19 années juliennes font $6939^j,75$, tandis que 235 mois lunaires donnent $6939^j,6882975$. La différence est de $0^j,0617025$, ou $1^h\,28'\,51''\,1$. Les époques des phénomènes ne se correspondront donc plus dans les deux périodes successives; la seconde anticipera, quant aux phases,

d'une heure et demie à peu près sur la précedente, ce qui donnera un jour entier d'anticipation au bout de 304 ans. Cette imperfection était encore plus sensible en supposant, comme le faisaient les anciens, le cycle de Méton de 6940 jours en nombres ronds; Callipe, pour la rendre plus exacte, quadrupla cette période en retranchant un jour, ainsi il fit le nouveau cycle lunaire de 27759 jours, ou de 76 années juliennes, qui comprennent 94,001 mois lunaires. On a imaginé d'autres périodes plus exactes encore; mais comme elles ne sont plus d'aucun usage depuis que les tables astronomiques nous offrent un moyen facile de déterminer à chaque instant les positions de la lune et du soleil, par rapport à nous, il serait inutile de nous arrêter plus longtemps sur cet objet de pure curiosité.

54. Les anciens astronomes avaient encore déduit de l'observation des phases lunaires un ingénieux moyen de trouver la distance du soleil à la terre. Quand la lune, vers les quadratures, est dychotôme, c'est-à-dire dans une position telle que nous apercevons la moitié de son disque éclairé, la droite TL (*fig.* 44), qui joint le point d'observation au centre de la lune, est perpendiculaire à la droite LS, qui joint le centre de la lune et celui du soleil. Dans le triangle STL, compris entre le soleil, la terre et la lune, l'angle à la lune SLT, sera donc droit; l'angle à la terre STL est donné par l'observation, on pourra donc calculer le troisième angle TSL, et par suite le rapport des distances TS, et TL, de la terre au soleil et à la lune. Ce fut ainsi qu'Aristarque de Samos, trois siècles environ avant notre ère, trouva que le soleil est éloigné de nous plus de 19 fois autant que la lune; cette

appréciation de la distance du soleil était vingt fois trop petite, ce qui tient à la difficulté de l'observation ; la limite de la lumière et de l'ombre sur le disque lunaire laisse toujours, en effet, quelque incertitude, de sorte qu'on peut aisément se tromper sur l'instant où l'angle en L est droit ; mais cette idée de faire servir les phases de la lune à mesurer l'intervalle qui nous sépare du soleil, quoiqu'aujourd'hui sans aucune utilité pour la pratique, n'en est pas moins extrêmement ingénieuse, et nous lui devons les premières notions justes qu'on ait eues sur l'immense distance du soleil à la terre.

55. L'explication des phases lunaires nous conduit naturellement à celle des éclipses ; et quoique ces phénomènes, qui ont si souvent épouvanté la terre aux siècles d'ignorance, aient perdu aujourd'hui beaucoup de leur intérêt, ils méritent cependant toute notre attention. L'observation nous apprend d'abord qu'il n'arrive jamais d'éclipses que dans le temps de la pleine lune ; or, nous avons vu qu'à cette époque la lune est en opposition avec le soleil, c'est-à-dire que la terre se trouve placée entre ces deux astres sur la même ligne droite ; le globe terrestre étant d'ailleurs un corps opaque sensiblement sphérique, il intercepte les rayons lumineux émanés du soleil, et tous les objets qui pénètrent dans l'ombre conique qu'il projette derrière lui, deviennent invisibles pour nous. Supposons que ce cône d'ombre soit assez allongé pour que son sommet dépasse la lune, et l'on sait qu'en effet il s'étend encore deux fois et demie au delà, aussi souvent que la lune entrera dans ce cône d'ombre, elle disparaîtra, et il y aura *éclipse de lune*. Telle est donc la véritable cause de ce phénomène,

c'est une conséquence nouvelle de ce que la lune n'est pas lumineuse par elle-même, et l'on conçoit en effet que dans ce cas elle doit cesser d'être visible lorsqu'un corps opaque s'interpose entre elle et le soleil, et lui dérobe la lumière de cet astre.

D'après cette explication, il semblerait, au premier aperçu, que la lune doit s'éclipser toutes les fois qu'elle arrive en opposition, c'est-à-dire une fois par mois ; c'est en effet ce qui aurait lieu, si le plan de son orbite coïncidait avec l'écliptique ; mais l'inclinaison mutuelle de ces deux plans fait que la lune, dans ses oppositions, peut se trouver avec le soleil et la lune dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique, sans être située pour cela sur la même ligne droite ; elle est souvent alors trop écartée du plan de l'écliptique pour atteindre l'ombre de la terre, et elle n'y pénètre entièrement que lorsqu'elle traverse le plan de l'écliptique vers l'époque de la pleine lune, c'est-à-dire lorsqu'elle se trouve à cet instant dans le voisinage de ses nœuds. L'éclipse est *totale* quand la lune entière est éclipsée ; elle est *partielle* lorsqu'une portion seulement du disque lunaire se plonge dans l'ombre de la terre ; enfin si la distance de la lune à l'écliptique est assez grande au moment de l'opposition pour qu'elle laisse au-dessus ou au-dessous d'elle le cône d'ombre que la terre projette derrière elle, il n'y a pas d'éclipse. La durée des éclipses dépend également de la distance de la lune au plan de l'écliptique au moment de l'émersion, c'est-à-dire à l'instant où elle pénètre dans l'ombre ; plus elle s'en écarte, moins la partie du cône d'ombre qu'elle a à traverser est considérable, et plus la durée de l'éclipse diminue. Voici en général

la loi qui règle le phénomène. L'éclipse est *totale* si la latitude de la lune est plus petite que la différence du demi-diamètre du cône d'ombre et du demi-diamètre de la lune. Il peut encore y avoir éclipse totale quand la latitude de la lune est égale à cette différence; mais dans ce cas l'éclipse est *totale sans durée;* elle est *partielle* si la latitude de la lune est plus petite que la somme des demi-diamètres de l'ombre et de la lune, mais moindre que leur différence; enfin il n'y aura point d'éclipse si la latitude de la lune surpasse ou égale la somme des deux demi-diamètres. Il n'y a qu'un calcul exact qui puisse mettre à même de prédire d'avance ces diverses circonstances; mais dans l'état actuel de nos connaissances, ce calcul n'offre aucune difficulté, et l'on peut, par son moyen, rendre compte des moindres accidents et de toutes les variétés que présente ce genre de phénomènes.

Dans les éclipses totales on remarque quelquefois autour de la lune une teinte rougeâtre; cette circonstance n'est en aucune manière en contradiction avec l'explication précédente; elle provient seulement de ce que quelques rayons solaires ont pu être détournés de leur direction, en traversant l'atmosphère dont la terre est environnée, et, en pénétrant dans le cône d'ombre, venir atteindre encore la surface de la lune.

Chacun des points du disque lunaire, avant de s'éclipser totalement, perd par degrés une partie de la lumière du soleil, et s'obscurcit de plus en plus à mesure que la lune avance vers la partie la plus épaisse de l'ombre de la terre. On appelle *penombre* l'intervalle dans lequel cette

diminution se produit; la penombre vient de la grandeur du disque du soleil, car si cet astre était simplement un point lumineux, il y aurait derrière la terre une ombre parfaite sans penombre, mais comme le soleil a un disque beaucoup plus grand que celui de la terre, il en résulte que vers le commencement ou la fin d'une éclipse, certaines parties du disque lunaire reçoivent encore la lumière d'une portion des rayons solaires que la terre n'a point interceptés. Ainsi dans la (*fig.* 45) ou S représente le soleil et T la terre, si l'on mène les quatre rayons lumineux qui embrassent à la fois les disques de la terre et du soleil, les rayons AC et BC formeront le cône d'ombre, et les rayons xy le cône de la penombre; ce dernier cône reçoit encore une faible partie de la lumière du soleil, mais son obscurité va en augmentant à mesure qu'on se rapproche du cône d'ombre qu'il enveloppe de toutes parts; ce qui explique la gradation successive de la lumière de la lune, au commencement et à la fin des éclipses.

Le globe terrestre dans les éclipses de lune, projette sur le disque de cet astre une ombre qui a la forme circulaire, cette observation paraît avoir donné aux anciens astronomes la première idée de la sphéricité de sa figure. Nous verrons dans la suite que c'est encore au même astre que les astronomes modernes doivent les données les plus exactes que nous ayons sur la forme de la terre et la mesure la plus précise de son aplatissement.

56. Si des éclipses de lune nous passons aux éclipses du soleil, nous en trouverons l'explication dans des causes analogues. En effet, c'est en s'interposant entre le soleil et la terre, que la lune peut nous en cacher la lumière,

ce n'est donc que dans les nouvelles lunes, c'est-à-dire lorsque la lune est en conjonction avec le soleil que nous devons observer les éclipses solaires. Il n'y a point cependant d'éclipse solaire à chaque nouvelle lune, de même qu'il n'y a point d'éclipse lunaire à chaque pleine lune, à cause de l'inclinaison de l'orbite de la lune sur le plan de l'écliptique, il faut, pour qu'il y ait éclipse, que la pleine lune arrive lorsqu'elle est dans le voisinage de ses nœuds. Quoique la lune soit infiniment plus petite que le soleil, cependant comme elle est beaucoup plus rapprochée de nous, il est encore possible que lorsqu'elle se trouve dans le plan de l'écliptique au moment de la conjonction, elle nous dérobe entièrement la lumière de cet astre. Supposons (*fig.* 46) les centres du soleil et de la lune sur une même ligne droite SL, passant par l'observateur, si le diamètre apparent de la lune est moindre que celui du soleil, une partie seulement du disque solaire sera éclipsée, dans le cas contraire il deviendra entièrement invisible; or, il arrive qu'en vertu des variations des distances du soleil et de la lune à la terre, les diamètres apparents de ces astres se surpassent alternativement l'un et l'autre; cette circonstance, jointe au plus ou moins grand éloignement de la lune à ses nœuds dans les conjonctions, doit apporter une variété infinie dans les éclipses solaires.

Les éclipses du soleil sont comme celles de la lune *totales* ou *partielles*, mais on distingue encore relativement au soleil une troisième espèce d'éclipses qu'on appelle *annulaires*. Lorsque le disque entier du soleil disparaît à nos yeux l'éclipse est *totale*; on dit qu'elle est *annulaire* quand la lune en se projetant comme une

tache noire sur le centre du disque, ne laisse plus apercevoir qu'un anneau lumineux égal à la différence de leurs diamètres apparents. Enfin l'éclipse est partielle lorsque la droite menée de l'observateur au centre du soleil, ne passant pas exactement par le centre de la lune, cet astre ne lui dérobe seulement qu'une portion du disque solaire.

Une importante distinction existe entre les éclipses de lune et les éclipses de soleil. Les premières sont universelles, c'est-à-dire qu'elles sont visibles à la fois pour toute la terre: ainsi lorsque la lune s'éclipse à Paris, par exemple, on est certain qu'il y a au même instant une éclipse de lune dans tous les lieux qui ont cet astre sur leur horizon, la grandeur de l'éclipse est partout la même, elle commence et finit dans tous ces lieux au même instant. Les éclipses de soleil au contraire peuvent exister pour un point donné de la terre, sans que pour cela le soleil cesse d'être visible dans un autre lieu. La raison de cette différence est facile à comprendre. On conçoit en effet, que lorsque la lune pénètre dans le cône d'ombre projeté par la terre, elle devient tout à coup obscure, et disparaît à la fois pour tous les habitants du globe. Mais dans les éclipses solaires, le soleil ne cesse point de briller de toute sa lumière, seulement en s'interposant entre cet astre et nous, la lune nous intercepte ses rayons, or comme elle est très-voisine de la terre, deux observateurs placés à quelque distance sur le globe projettent la lune en deux points différents du ciel, il est tout simple par conséquent qu'il y ait éclipse de soleil pour l'un sans que l'autre ait cessé d'apercevoir cet astre. Il résulte encore de là, que les cir-

constances d'une éclipse solaire ne sont pas les mêmes pour toutes les parties de la terre où elle est visible; lorsque l'éclipse paraît totale dans un lieu, elle peut n'être que partielle pour d'autres régions du globe. On a justement comparé ce qui se passe dans les éclipses de soleil, à ces accidents de lumière causés par l'interposition d'un nuage entre le soleil et nous, on voit alors l'ombre que projette ce nuage poussé par le vent, parcourir avec rapidité le penchant des montagnes qu'il couvre d'obscurité, tandis que les lieux voisins sont éclairés de tous les rayons du soleil. Les éclipses solaires présentent un phénomène analogue, la lune étant beaucoup plus petite que la terre et surtout que le soleil, en passant entre cet astre et nous, elle projette sur la terre une ombre qui n'y fait qu'une tache à peu près ronde, qui parcourt successivement et avec une grande vitesse tout l'hémisphère éclairé. Cette tache comprend toutes les contrées pour lesquelles le soleil est au même instant entièrement éclipsé, les contrées qui en sont le plus voisines, ne sont privées que d'une partie des rayons solaires, et celles qui en sont plus éloignées ne cessent point de les apercevoir. Les éclipses du soleil nous offrent donc une preuve nouvelle de la grande distance du soleil relativement à celle qui nous sépare de la lune.

On observe dans les éclipses totales du soleil, que les espaces célestes sont encore empreignés d'une teinte de lumière pâle qui ne permet pas de distinguer les étoiles de troisième grandeur. On a prétendu expliquer ce reste de clarté par la supposition d'une atmosphère répandue autour de la lune, mais on est parvenu à s'assurer d'une

manière positive, par les *occultations des étoiles*, c'est-à-dire par le phénomène de leur disparition ou de leurs éclipses lorsqu'elles sont couvertes par la lune, que si cette atmosphère existe, elle est presqu'insensible. En effet, remarquons que si la lune est entourée d'une atmosphère, les rayons lumineux qui la traversent doivent s'infléchir de plus en plus à mesure qu'ils y pénètrent et se rapprocher du centre de la lune, c'est ce qui a lieu sur la terre, et ce qui est cause que nous distinguons encore les astres quelques temps après qu'ils sont au-dessous de l'horizon. Supposons donc que nous observions la lune au moment où elle passe devant une étoile. Les rayons qui émanent de cet astre, s'infléchiront en vertu de l'atmosphère lunaire, et nous apercevrons encore l'étoile quelques instants après qu'elle aura été éclipsée. Par la même raison, nous la verrons reparaître vers l'autre bord de la lune, quelques instants avant la fin réelle de l'occultation; l'effet principal de l'atmosphère lunaire sera donc de diminuer la durée des éclipses du soleil et des étoiles par cet astre. Or, le calcul montre que le temps que doit mettre l'étoile à parcourir le diamètre de la lune, est précisément celui qui est indiqué par l'observation; la lune n'a donc pas comme la terre une atmosphère qui l'environne, ou si elle n'en est point entièrement privée, le calcul montre que cette atmosphère ne peut infléchir au delà d'une seconde et demie un rayon lumineux, c'est-à-dire qu'elle est plus diaphane que celle que nous pourrions produire avec le secours de la meilleure machine pneumatique.

Ce n'est donc pas non plus à l'atmosphère lunaire qu'il faut attribuer la cause du phénomène que présente

le cercle lumineux qu'on remarque autour de la lune, dans la plupart des éclipses solaires, et qui forme comme une couronne qui l'environne; tout porte à croire que ce phénomène est dû à l'atmosphère du soleil.

57. Quand la lune n'est pas éclairée directement par le soleil, elle ne disparaît pas cependant tout à fait à nos yeux. Ainsi, dans les nouvelles lunes, le disque tourné vers nous, nous paraît briller d'une faible clarté qu'on appelle lumière cendrée. Les anciens astronomes avaient cru d'abord que c'était la lumière propre de la lune, mais nous avons dit que cet astre n'était pas lumineux par lui-même, il faut donc chercher une autre explication à ce phénomène. La terre étant un corps opaque, réfléchit les rayons du soleil, comme nous avons supposé qu'ils étaient réfléchis à la surface lunaire; la terre doit donc présenter à un observateur placé dans la lune les mêmes phases que nous offre cet astre, mais elles se succèdent dans un ordre opposé. Lors de la pleine lune on n'aperçoit de la surface lunaire que l'hémisphère terrestre, qui n'est pas éclairé par le soleil; au moment de la nouvelle lune, au contraire, la terre doit paraître *pleine* ou entièrement illuminée. Cette lumière réfléchie de la terre à la lune, nous sera de nouveau renvoyée par cette dernière, mais elle doit nous paraître alors beaucoup moins intense. Pour se convaincre de l'exactitude de cette explication, il faudrait observer la lune le jour même où la terre paraît pleine pour l'observateur placé à sa surface: mais comme l'observation est alors impossible, parce que la lune se trouve au-dessus de l'horizon en même temps que le soleil, on se contente de l'observer quelques jours après, et l'on remarque qu'en effet c'est à cette époque

que la lumière cendrée de la lune est la plus intense, parce qu'une grande partie de l'hémisphère éclairé de la terre est dirigée vers cet astre. Ainsi, tous les phénomènes relatifs aux variations de cette lumière s'expliquent naturellement par cette double réflexion des rayons solaires. On a encore observé que l'intensité de la lumière cendrée doit dépendre de l'hémisphère éclairé de la terre qui est dirigé vers la lune; ainsi lorsque cet astre se couche avec le soleil, la lumière cendrée résulte de la réflexion des rayons solaires dans les mers d'Amérique. Lorsqu'au contraire la lune se lève avec le soleil, l'hémisphère terrestre qui réfléchit les rayons solaires est composé d'une partie solide et d'une partie aqueuse moins considérable que dans le premier cas, la lumière cendrée doit donc alors nous paraître plus intense; c'est ce que l'observation confirme.

58. C'est encore pour bien des hommes un sujet d'étonnement, que les astronomes soient parvenus à fixer à l'avance l'époque, la durée et toutes les circonstances d'une éclipse, avec la précision que pourrait avoir un fait accompli. Ce résultat qu'ils regardent comme l'un des plus sublimes efforts de la science, n'est cependant qu'une conséquence très-simple de l'explication que nous avons donnée de ce phénomène. En effet, nous avons vu comment on pouvait construire pour le soleil des tables qui donnent pour une époque déterminée sa position dans le ciel; que l'on imagine que de pareilles tables existent pour la lune, on pourra déterminer les différentes époques où cet astre se trouvera en opposition ou en conjonction avec le soleil, choisir parmi elles, celles où la proximité de ses nœuds permettra

qu'il y ait éclipse, et prédire ainsi à l'avance toutes les circonstances de ce phénomène.

La détermination des éclipses peut aussi être d'une grande utilité dans les recherches de la chronologie. En effet, en reportant ces calculs en sens inverse, on pourra fixer le moment précis de toutes les éclipses qui ont été observées depuis les plus anciennes époques jusqu'à nos jours, et retrouver ainsi la date des événements contemporains.

La durée moyenne d'une révolution de la lune par rapport au soleil est de 29j 12h 44′ 2″ 50‴, 9; ou, en parties décimales du jour, de 29j, 530588, la durée moyenne d'une révolution des nœuds par rapport au même astre est de 346j,619870; ces deux nombres sont entre eux à très-peu près comme 19 est à 223; c'est-à-dire qu'après une période de 223 mois lunaires ou de 6585j,32114, le soleil et la lune se retrouvent à la même position par rapport au nœud de l'orbe lunaire. Ainsi, au bout de cet intervalle, toutes les éclipses de lune et de soleil doivent reparaître dans le même ordre; il suffit donc d'avoir observé ou calculé les éclipses relatives à une période quelconque, pour pouvoir annoncer celles qui arriveront dans les périodes suivantes.

Ce moyen très-simple de prédire les éclipses, a été employé par les anciens astronomes; les modernes s'en servent encore pour fixer à peu près l'époque d'une éclipse dont on calcule ensuite l'instant précis, comme nous l'avons dit, au moyen des tables astronomiques. En effet, le rapport établi plus haut entre les révolutions synodiques de la lune et des nœuds de son orbite n'est pas rigoureusement exact, et il est d'ailleurs sensiblement modifié par les diverses inégalités auxquelles

les mouvements du soleil et de la lune sont assujettis. Ces deux astres ne se retrouveront donc pas exactement dans la même position relativement au nœud après 223 mois lunaires, et la loi qui ramène les éclipses dans le même ordre dans la période suivante, ne doit être regardée, par conséquent, que comme une approximation qui pouvait suffire à l'astronomie de l'antiquité, mais dont la précision des observations modernes ne saurait se contenter.

Les éclipses lunaires fournissent un moyen facile et employé encore par les anciens astronomes pour déterminer les longitudes terrestres. En effet, les éclipses de lune devant avoir lieu au même instant pour toutes les parties de l'hémisphère qui ont l'astre sur leur horizon, si l'on compare les observations d'une même éclipse faites en divers lieux, la différence des heures auxquelles le phénomène est arrivé, réduite en degrés à raison de 15° par heure ou de la circonférence entière pour vingt-quatre heures, fera connaître la distance des méridiens sur lesquels ces lieux sont situés ou la différence de leurs longitudes. Ainsi, par exemple, si la différence des temps est de six heures, on en conclura que les méridiens font entre eux un angle de $6 \times 15°$ ou de 90°, c'est-à-dire que la différence des longitudes est le quart de la circonférence du globe. On conçoit que pour l'exactitude de la détermination des longitudes terrestres par ce procédé, il faut supposer que l'on a observé avec une précision suffisante l'instant du phénomène; les observations anciennes pouvaient très-aisément comporter une erreur en temps de 4′ sur l'instant d'une éclipse, ce qui produirait 1° d'erreur sur la détermination des longitudes,

en supposant donc que deux observateurs placés sous différents méridiens se fussent trompés de 4′, l'un en plus et l'autre en moins, il en résulterait une erreur de 2° dans la distance supposée de leurs méridiens, et les premiers astronomes ont commis en effet des erreurs aussi considérables dans la détermination des longitudes géographiques. Nous reviendrons dans la suite avec plus de détail sur ce sujet, et nous développerons alors les différents moyens que l'on emploie aujourd'hui pour calculer les longitudes terrestres avec une rigoureuse exactitude.

Constitution physique et rotation de la lune.

59. Il ne nous reste plus pour achever l'histoire de la lune qu'à ajouter quelques mots à ce que nous avons dit de sa constitution physique. On a soumis à diverses expériences la lumière que cet astre nous envoie pour reconnaître si les effets de cette lumière ont quelque rapport avec ceux des rayons solaires. On s'est assuré d'abord qu'en la rassemblant au foyer des plus grands miroirs, elle ne produit aucun effet sensible sur un thermomètre à air qui permet d'apprécier une différence de *un centième* de degré dans la température. On a reconnu de même qu'elle n'altère pas les couleurs comme on le croit communément; pour cela on a placé au foyer d'une loupe du *chlorure d'argent*, de tous les composés métalliques le plus susceptible de s'altérer par le contact de la lumière, et les rayons de la lune n'ont produit sur cette substance aucun changement visible. Enfin on a

tenté de mesurer directement l'intensité de la lumière lunaire; on a réuni pour cette expérience au foyer d'une loupe les rayons de la pleine lune qui, en se prolongeant, vont rencontrer un écran disposé pour les recevoir; la clarté de l'image qu'ils y tracent est proportionnelle au degré d'intensité de la lumière de l'astre dont ils émanent. En comparant ainsi la lumière de la pleine lune à celle du soleil, Bouguer a reconnu qu'elle est d'environ trois cent mille fois plus faible que celle de cet astre, ce qui suffit pour rendre raison de son peu d'action sur le thermomètre et sur les couleurs.

On distingue à la surface de la lune vue dans de grands télescopes, un grand nombre de taches terminées par des contours de figure irrégulière. Quelques-unes de ces taches sont invariables, les autres changent constamment de forme, et varient avec la hauteur du soleil. Ces dernières sont évidemment formées par les ombres que projettent les parties les plus élevées de la surface de l'astre sur les parties inférieures, et l'on a reconnu par leur étendue et leur direction que la lune est hérissée de hautes montagnes et sillonnée de vallées d'une grande profondeur. On est même parvenu à mesurer par un procédé très-ingénieux la hauteur de ces montagnes. Pour cela on observe la lune lorsqu'elle n'est pas entièrement éclairée par la lumière du soleil, les montagnes qui s'élèvent près de la ligne de séparation de l'ombre et de la lumière, marquent sur la partie obscure des points brillants qui s'agrandissent peu à peu par le progrès des phases, en laissant toujours un petit intervalle d'ombre entre eux et la partie lumineuse, ce qui tient à ce que

le soleil vient frapper leur sommet avant d'éclairer leur base. Soit *a* (*fig.* 47) l'un de ces points, menez la tangente *ab* au disque lunaire, et supposez le soleil en S sur le prolongement de cette droite, la partie *bh* sera dans l'ombre, mais le point *a* paraîtra éclairé en même temps que le point *b*, et plutôt qu'il ne l'aurait été, si la surface de la lune était parfaitement sphérique. Dans le triangle rectangle *abc*, vous aurez $ac^2 = ab^2 + bc^2$: vous connaissez *bc* qui est le demi-diamètre de la lune; en mesurant la distance du point *a* au cercle qui sépare la partie lumineuse de la partie obscure du disque lunaire, on aura *ab*, on pourra donc déterminer par l'équation précédente *ac* et en retranchant $ch = cb$, vous aurez *ah*, ou l'élévation du point *a* au-dessus de la surface de la lune. En calculant de cette manière les principales montagnes de la lune, on a reconnu qu'elles étaient relativement aux dimensions de cet astre, beaucoup plus élevées que celles de notre globe; la moins considérable serait au moins de 3,000 mètres de hauteur, il en est auxquelles on donne jusqu'à deux lieues d'élévation.

Les différentes taches que l'on aperçoit à la surface de la lune ont été observées et décrites avec soin, d'abord par Dominique Cassini, ensuite par Lahire et un grand nombre d'autres astronomes; on a donné à chacune de ces taches des noms particuliers, et l'on s'en est servi pour en dresser des cartes qui nous font connaître la superficie de cet astre aussi exactement que celle du globe que nous habitons.

60. L'observation attentive des taches de la lune a eu un résultat plus utile encore, en nous permettant de reconnaître son mouvement de rotation et d'en suivre toutes

les circonstances par des procédés analogues à ceux qu'on a employés pour le soleil. On a d'abord constaté que la lune nous présente toujours à peu près le même hémisphère, et l'on en a conclu qu'elle tourne sur elle-même dans un temps égal à celui de sa révolution autour de la terre. En effet, considérons la lune dans différents points de son orbite ABCD (*fig.* 48), lorsqu'elle est en L elle dirige vers l'observateur en T son hémisphère *abc*, si de là elle passe en L′ sans avoir fait autour de son centre aucun mouvement de rotation, elle présentera au même observateur l'hémisphère *ac′b*; pour que l'hémisphère tourné vers la terre soit donc le même lorsque la lune est en L, et lorsqu'elle est en L′, il faut qu'elle ait fait sur son centre une demi-révolution, tandis qu'elle a parcouru 180° dans son orbite; lorsqu'elle arrivera au point L″, c'est-à-dire à 270° du point L, elle aura dû faire sur elle-même trois quarts de révolution et ainsi de suite, c'est-à-dire que généralement il faut, pour que la lune nous présente toujours la même face, comme l'indiquent les observations, que la durée de sa rotation autour de son centre, soit précisément égale à celle de sa révolution autour de la terre.

Cependant, en examinant avec une attention suivie l'hémisphère que la lune nous présente, on a remarqué quelques légères variétés dans ses apparences: Les taches conservent toujours, il est vrai, la même position relative, mais quelques-unes d'entre elles situées vers les bords du disque, disparaissent et reparaissent alternativement, comme si le globe lunaire avait un léger balancement sur son centre. Les astronomes ont donné à ce phénomène le nom de *libration*. On distingue dans la lune,

trois espèces de librations que nous allons successivement examiner.

Supposons que l'on mène un rayon vecteur du centre de la terre au centre de la lune, si le mouvement de rotation de cet astre n'est pas rigoureusement égal au mouvement de translation, ce rayon rencontrera successivement la surface lunaire en différents points, et quelque petite qu'ait été la différence à l'origine du mouvement, nous finirons par la suite des siècles par découvrir les deux hémisphères de la lune. Mais si le mouvement de translation est seulement assujetti à quelques inégalités périodiques auxquelles le mouvement de rotation ne participe pas, le rayon vecteur qui joint les centres des deux astres doit s'écarter tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, de la position qu'il aurait s'il y avait entre les deux mouvements une égalité rigoureuse, et le globe lunaire paraîtra faire autour de ce rayon des oscillations correspondantes aux inégalités des deux mouvements. L'effet de ces oscillations sera de nous découvrir et de nous cacher tour à tour quelque partie de la surface de la lune, et ces apparences constituent ce qu'on a nommé la *libration en longitude*.

La lune est encore sujette à une autre espèce de libration, qui provient de ce que son axe de rotation n'est pas exactement perpendiculaire au plan de son orbite ; il en résulte que selon que cet axe nous présente sa plus grande ou sa plus faible obliquité, nous devons découvrir successivement, pendant le cours d'une révolution sidérale de la lune, ses deux pôles de rotation, et par conséquent les taches qui sont dans leur voisinage, de même qu'un observateur placé dans le soleil apercevrait

alternativement le pôle austral et le pôle boréal du sphéroïde terrestre, par l'effet de l'inclinaison de son axe sur le plan de l'écliptique. Cette partie du phénomène se nomme la *libration en latitude*. Elle est toujours peu considérable, ce qui indique que le plan de l'équateur lunaire s'écarte très-peu du plan de son orbite.

Enfin la troisième espèce de libration dépend de ce que l'observateur n'est point placé au centre de la terre, vers lequel la lune est supposée tourner constamment le même hémisphère. Comme cet astre est très-rapproché de nous, il en résulte que les rayons visuels menés de notre œil à son centre, changent de direction par rapport au rayon qui joint les centres des deux astres, à mesure que la lune s'élève sur l'horizon. Plus la lune se rapproche du zénith, plus la partie de sa surface que nous apercevons se rapproche de celle que nous verrions du centre de la terre, enfin les deux surfaces coïncident parfaitement lorsque la lune passe au zénith, parce qu'alors le rayon mené de notre œil à son centre, se confond avec celui qui joindrait les centres de la terre et de la lune; nous nous trouvons donc alors pour l'observer dans la même position que si nous étions placés au centre du globe. Dans toute autre situation nous devons découvrir vers son bord supérieur des points que l'on n'apercevrait pas du centre de la terre, tandis que nous cessons d'apercevoir vers le bord inférieur d'autres points qui seraient visibles de ce centre. Ces variations qui se succèdent pendant tout le temps compris entre le lever et le coucher de la lune, constituent le phénomène qu'on a nommé la *libration diurne*.

Ces trois librations partielles forment la libration to-

tale de la lune. On voit que la libration en latitude et la libration diurne sont des phénomènes purement optiques, et ne dépendent que de l'inclinaison de l'équateur lunaire sur le plan de l'orbite, ou de la position de l'observateur à la surface de la terre. La libration en longitude n'a pas une cause plus réelle, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas non plus d'un mouvement oscillatoire qu'aurait la lune sur son centre ; le calcul montre en effet que son mouvement de rotation doit être supposé rigoureusement uniforme, et que son balancement apparent n'est qu'une illusion résultant des inégalités du mouvement du soleil. Nous verrons au reste que la *libration en longitude* est si peu considérable, qu'il est extrêmement difficile de la déterminer par l'observation.

Après avoir constaté le phénomène du mouvement de rotation de la lune, les astronomes ont dû chercher à déterminer l'axe autour duquel ce mouvement s'opère, et la position de l'équateur lunaire qui lui est perpendiculaire. C'est encore par l'observation des taches qu'ils y sont parvenus. On a reconnu ainsi : 1° *que l'équateur de la lune est incliné de* $1^\circ \frac{1}{2}$ *à peu près sur le plan de l'écliptique, cette inclinaison est invariable ;* 2° *l'équateur et l'orbite lunaires coupent le plan de l'écliptique suivant deux droites constamment parallèles entre elles, en sorte que les nœuds moyens de l'orbe de la lune coincident toujours avec ceux de son équateur.* Les nœuds de l'orbe lunaire ont sur l'écliptique un mouvement rétrograde par lequel ils décrivent une circonférence entière en 6793 j. 465. Pour que la coïncidence précédente subsiste dans tous les temps, les nœuds de l'équateur lunaire doivent donc avoir sur

l'écliptique un mouvement précisément égal, et dirigé dans le même sens.

Si l'on suppose donc que par le centre de la terre, on mène deux plans dont l'un représente l'orbite de la lune et l'autre soit parallèle à son équateur, ces deux plans et le plan de l'écliptique se couperont suivant une seule et même droite, et cette droite aura sur l'écliptique un mouvement rétrograde qui lui fera décrire 360° en 6793 j. 465. Ces divers résultats constituent la théorie astronomique des mouvements de la lune autour de son centre que l'on doit à Dominique Cassini, et qui a depuis été confirmée en tout point par Tobie Mayer et les astronomes qui s'en sont occupés après lui.

61. Cet astre, observé dans un grand télescope, se présente comme une masse aride sur la surface de laquelle on a cru reconnaître les traces d'éruptions volcaniques. Des taches nouvelles qu'on a vues s'y former et des points lumineux qu'on a aperçus plusieurs fois dans sa partie obscure, et qui se sont éteints après avoir brillé pendant quelque temps d'un vif éclat, ont fait penser qu'il existe encore dans la lune des volcans en activité, qui ont seulement des intermittences comme le Vésuve et l'Etna. Quelques physiciens ont même attribué à leurs éruptions les pierres tombées du ciel à la surface de la terre, et que l'on a nommées *aérolithes*. Cette supposition n'a rien d'impossible, car nous avons déjà dit qu'il suffirait, pour qu'un corps pesant tombât de la lune sur la terre, de lui supposer une force de projection quadruple de celle qui anime un boulet à sa sortie de la bouche du canon, et les volcans terrestres ont une force de projection beaucoup plus considérable. Quoi qu'il en soit, le caractère dis-

tinctif de ces corps étrangers, c'est qu'ils sont tous à peu près de même nature; leur surface extérieure est noirâtre comme s'ils avaient été brûlés; l'intérieur est d'un blanc jaunâtre, leur grandeur varie; ces masses sont ordinairement amenées par des météores que l'on nomme *bolides* ou globes de feu, et qui éclatent tout à coup au milieu de l'atmosphère qu'ils traversent avec rapidité. La chute de l'aërolithe suit la détonation. En déterminant leur parallaxe à l'instant de leur explosion, par des observations faites en des lieux différents du globe, on s'est assuré que ces bolides sont situés à une très-grande hauteur, et même quelquefois jusqu'à dix ou quinze lieues au-dessus de la surface de la terre. Les aërolithes se composent toutes, à peu près dans les mêmes proportions, de *silice*, de *magnésie*, de *soufre*, de *fer* à l'état métallique, de *nickel*, et de quelques parcelles de *chrôme*. Or, le fer ne se présente jamais dans les corps terrestres à l'état métallique; le nickel est aussi très-rare, et ne se trouve que dans les profondeurs de la terre. Ces observations semblent indiquer que les aérolithes ont une origine étrangère à notre atmosphère, ou du moins qu'elles se forment par une opération de la nature qu'on n'a jusqu'ici ni observée ni comprise.

Nous avons vu comment les occultations des étoiles par la lune avaient montré qu'elle n'a point d'atmosphère sensible; on peut d'ailleurs s'en convaincre d'une manière plus simple, en remarquant que si la lune était enveloppée d'une couche atmosphérique, on verrait circuler autour d'elle, comme autour de la terre, des nuages qui nous déroberaient successivement quelque partie de sa surface, ce qui n'a pas lieu. De là on doit conclure qu'il

n'existe non plus sur la lune ni mers, ni substances liquides, ni même d'eau à l'état de glace, puisque, dans le vide, toutes ces substances se changeraient bientôt en vapeurs. Aucun des animaux que nous voyons sur la terre ne pourrait donc ni respirer, ni vivre dans la lune; tout y est solide et inerte; et si sa surface est habitée, comme on s'est plu si souvent à en concevoir la pensée, on peut être assuré du moins que ses habitants sont d'une nature toute différente de la nôtre (1).

Influence attribuée aux phases lunaires.

62. C'est une opinion généralement répandue depuis les temps les plus reculés jusqu'à nous, que la succession des phases de la lune exerce une influence marquée sur les phénomènes atmosphériques, sur ceux de la végétation, sur la santé de l'homme et des animaux; sur la décomposition plus ou moins prompte des matières organiques. L'expérience peut seule nous éclairer à cet égard; mais malheureusement les observations recueil-

(1) Les climats sur la lune, doivent aussi différer beaucoup des notres; l'équateur lunaire n'étant incliné que de 1° à peu près sur le plan de l'écliptique, le soleil s'écarte très-peu du plan de l'équateur, le printemps est donc la seule saison qui règne presque continuellement à la surface de la lune, et pour l'habitant des régions polaires le soleil ne s'élèverait guères au dessus de l'horizon. La durée des jours lunaires serait vingt-sept fois environ plus longue que celle des nôtres, et l'on n'y connaîtrait pas, comme sur la terre, d'inégalité sensible entre les jours et les années, puisque le temps d'une révolution moyenne de la lune autour de la terre est exactement égal au temps de sa révolution sur elle-même. Enfin les habitants de l'hémisphère qui nous est opposé, s'il en existe, n'ont jamais vu notre terre, elle ne les éclaire pas pendant leurs longues nuits qui ont presque la durée de quinze de nos jours, et l'absence du soleil est pour eux sans compensation.

lies jusqu'ici, ne sont point encore assez nombreuses pour permettre d'établir d'une manière incontestable si cette influence, universellement attribuée à la lune sur des phénomènes qui lui paraissent tout à fait étrangers, mérite véritablement l'attention des hommes de science, ou doit être rejetée parmi les préjugés populaires. Voici au reste jusqu'à présent ce qu'on a dit de plus positif sur ces différents points.

Le vulgaire est généralement convaincu que le passage d'une phase à une autre amène nécessairement un changement de temps. Les astronomes, les physiciens, les géologues ont soutenu long-temps qu'il n'en était rien, et que les phases lunaires n'exerçaient aucune influence sur le beau ou le mauvais temps ; leur meilleure raison sans doute c'est qu'ils auraient été embarrassés d'expliquer cette influence secrète exercée par la lune sur notre globe, et si indépendante de l'action que nous lui connaissons. Mais combien de phénomènes, pour n'être pas expliqués, n'en sont pas moins avérés? On est revenu à des opinions moins tranchantes depuis quelques années ; et en attendant qu'on découvre la cause du phénomène, on s'est du moins occupé de le constater. En comparant les jours de pluie pendant 28 années à Stuttgardt, M. Schübler a trouvé que les jours de pluie étaient toujours plus fréquents pendant la période de la lune croissante ou pendant l'intervalle de la nouvelle à la pleine lune, que pendant la période du décours de la lune, c'est-à-dire dans l'intervalle de la pleine lune à la nouvelle. Le nombre des jours de pluie dans le dernier intervalle est au nombre de jours de pluie dans le premier, comme *cinq* est à *six* à peu près. Le *maximum* du

nombre de jours pluvieux a lieu vers le milieu de l'intervalle qui sépare le premier quartier et la pleine lune, le *minimum* entre le dernier quartier et la nouvelle lune. M. Schübler et M. Pilgram, à Vienne, ont encore trouvé que les chances de pluie augmentent à mesure que la lune se rapproche de la terre, ainsi le nombre des jours de pluie lorsque la lune est au périgée de son orbite est au nombre des jours de pluie lorsqu'elle est à l'apogée, comme 1169 est à 1096.

Les variations du baromètre ont une corrélation généralement reconnue avec la production de la pluie et du vent, une diminution dans la hauteur de la colonne de mercure est ordinairement signe de pluie, si cette hauteur augmente c'est au contraire un présage de beau temps. L'influence de la lune sur la pluie et le vent doit donc se montrer par les variations des hauteurs moyennes du baromètre dans ses différentes phases, aussi bien que par les observations directes, c'est en effet ce que l'expérience confirme. Ainsi les observations faites pendant 20 années par M. Flaugergues, dans l'Ardèche, celles d'Howard, en Angleterre, les observations faites anciennement à Padoue et discutées par Toaldo, enfin les observations de l'Observatoire de Paris, récemment discutées par M. Bouvard, se sont toutes accordées pour montrer un excès de hauteur léger, il est vrai, mais incontestable, dans la colonne mercurielle correspondante aux quadratures sur celle qui se rapporte aux syzygies. D'après ce résultat, le nombre des jours de pluie doit donc être plus grand dans les syzygies que dans les quadratures, et c'est en effet ce qui ressort des observations de M. Schübler qui avait trouvé que les deux nombres

sont entre eux comme 643 à 609. Les observations barométriques indiquent encore que la hauteur moyenne du mercure le jour de l'apogée, surpasse la hauteur moyenne le jour du périgée, le nombre des jours de pluie doit donc être plus grand au périgée qu'à l'apogée, comme M. Schübler l'avait trouvé par l'observation directe.

Ainsi donc, il paraît démontré que, contre l'opinion généralement admise par les savants, la lune a sur notre atmosphère une influence sensible. Sans doute, on peut dire que les observations n'embrassent pas encore un espace de temps assez considérable pour qu'on puisse assurer que les résultats de leur combinaison ne sont pas un simple effet du hasard, et qu'une série d'observations nouvelles ne détruira pas la conséquence qu'on avait tirée des premières; que des observateurs, qui se sont occupés à diverses époques et dans différents lieux de la même question, sont arrivés à des résultats tout à fait opposés; qu'enfin, l'influence de la lune sur le temps et sur l'atmosphère dans une localité, peut produire des effets tout contraires sur un autre point du globe. Nous prévenons ces objections sans les admettre ni les repousser, c'est au temps seul, c'est aux nouvelles recherches météorologiques qui seront faites qu'il appartient d'y répondre.

On attribue encore généralement à la lune une influence directe sur les phénomènes de la végétation. Les cultivateurs donnent le nom de *lune rousse* à la lune qui commence en avril et devient pleine à la fin de ce mois ou au commencement de mai. Ils supposent à la lumière

de l'astre dans cette lunaison la propriété de geler ou *roussir* les jeunes bourgeons des plantes, même lorsque le thermomètre accuse une température de plusieurs degrés au-dessus de la glace. Ce phénomène ne se manifeste que par un temps serein; si le ciel est couvert de nuages qui interceptent les rayons de la lune, il cesse d'avoir lieu dans des circonstances, du reste, absolument semblables. Les physiciens avaient longtemps rejeté comme une illusion et un préjugé cette croyance populaire, mais il semble qu'on en a trouvé récemment une explication satisfaisante en le rattachant à d'autres phénomènes physiques d'une vérité incontestable. Des observations faites par M. Wells ont constaté qu'il peut exister des différences notables entre la température des corps terrestres et celle de l'air qui les environne : ces différences ne se manifestent d'une manière sensible que lorsque le temps est parfaitement serein, elles disparaissent tout à fait lorsque le temps est couvert. On attribue la cause de ces phénomènes à la propriété qu'ont les corps différemment échauffés de se mettre en équilibre de température par l'effet du *rayonnement*. Mais sans entrer ici dans l'explication du phénomène, il nous suffira de le regarder comme un fait établi pour en déduire sur la croissance des plantes des conséquences analogues à celles attribuées à l'influence de la *lune rousse*. Ainsi, on conçoit aisément que dans les nuits d'avril ou mai où la température de l'atmosphère ne s'élève guère qu'à 5 ou 6° centigrades au-dessus de zéro, les plantes, en abandonnant 7 ou 8° de leur température par la transmission du *calorique rayonnant*, peuvent se geler lorsque le ciel est serein, ou, ce qui revient au même, lorsqu'elles sont exposées à

la lumière de la lune. Si, au contraire, le temps est couvert, les rayons de la lune ne les atteignent pas, mais alors le rayonnement cesse d'avoir lieu, la température des plantes est la même à peu près que celle de l'atmosphère, et elles ne pourraient geler qu'autant que le thermomètre descendrait à zéro. La lumière de la lune n'a donc effectivement aucune influence directe sur la congélation des jeunes pousses des plantes, mais sa présence indique un état particulier de l'atmosphère, dont l'existence est nécessaire pour que le phénomène ait lieu. Ainsi, la lune d'avril ne roussit pas plus les bourgeons nouveaux que l'abaissement ou l'élévation du mercure dans le thermomètre ne change la température dont ils constatent seulement les variations.

Le rayonnement, qui fait descendre la température des plantes au-dessous de celle de l'air atmosphérique, explique encore la propriété attribuée à la lumière de la lune de répandre de l'humidité sur les corps qui y sont exposés, et de hâter la putréfaction des matières animales. En effet, un corps exposé à l'air par un ciel serein, devenant plus froid que l'atmosphère environnante, celle-ci dépose sur sa surface une partie de son humidité; c'est ainsi, par exemple, que s'explique la formation de la rosée. Si, entre le corps et le ciel on place un écran qui intercepte la lumière des astres et les rayons lunaires, on empêche le rayonnement; les substances animales qu'ils venaient frapper ne s'empreignent plus d'une humidité étrangère, et l'on arrête les progrès de leur décomposition qui en est une conséquence inévitable. L'influence attribuée à la lumière de la lune, à cet égard, n'est donc pas absolument dénuée

de fondement, seulement on s'était trompé en prenant pour la cause du phénomène une circonstance qui n'en est qu'une indice.

Quant à l'influence qu'on attribue aux phases lunaires sur *la germination des semences*, sur *la croissance des plantes*, *la qualité des récoltes* et *des coupes de bois*, sur *la santé des hommes et des animaux*, en un mot, sur toute l'organisation végétale et animale, comme les preuves qu'on a produites à l'appui de cette opinion, sont loin d'être péremptoires, il serait inutile de nous arrêter sur l'explication de phénomènes dont l'existence même est contestée, et nous renverrons à deux excellents articles de MM. Olbers et Arago, publiés dans l'Annuaire du bureau des longitudes pour 1823 et 1833, ceux qui désireront plus de détails sur un objet qui est plutôt du domaine de la météorologie que de l'astronomie (1).

(1) Nous avons dit page 198, que la lumière de la lune n'exerçait sur les couleurs aucun effet appréciable. L'expérience sur laquelle cette opinion était fondée, et que nous avons citée, avait été faite par Laplace et M. Arago, avec une lentille de grande dimension, exposée aux rayons de la lune, et au foyer de laquelle on avait placé une plaque de chlorure d'argent. Soit que l'appareil ne fût pas assez puissant, soit qu'on n'eût pas laissé le chlorure assez longtemps en présence des rayons lunaires pour que leur influence pût se manifester, on n'avait remarqué en effet, dans le composé métallique, aucune altération sensible. Mais la conséquence qu'on en avait tirée sur l'impuissance des rayons lunaires, à altérer aucune des substances terrestres, doit être rejetée depuis les récentes découvertes de M. Daguerres. En appliquant à la lune l'ingénieux procédé par lequel il est parvenu à reproduire les images des objets terrestres par la fixation des rayons lumineux, il a réussi à obtenir des images de la lune, imparfaites il est vrai, mais qui suffisent pour démontrer que ses rayons n'ont pas une complète impuissance comme on l'avait supposé.

CHAPITRE VI.

DE LA TERRE.

Son immobilité n'est qu'apparente. — Mouvement de rotation sur son centre. — Mouvement de translation autour du soleil. — Mouvement des pôles. — Nutation de l'axe terrestre et précession des équinoxes. — Conséquences du mouvement de la terre. — Variations de la pesanteur. — Aberration de la lumière. — Vents alisés.

63. Avant de pénétrer plus loin dans l'étude des mouvements célestes, il faut revenir sur nos pas pour examiner avec plus de soin le globe d'où nous les observons. En effet, si, lorsqu'il s'est agi des étoiles, nous avons pu, à cause de leur immense éloignement, regarder la terre comme un point immobile dans l'espace, il n'en a plus été de même pour le soleil et la lune; les phénomènes changeant alors suivant les lieux que nous occupions sur la terre, nous avons dû avoir égard à ses dimensions, et si nous avons pu admettre encore comme un fait sa complète immobilité, c'est que nous n'avons considéré que

les mouvements de ces astres relatifs à nous et non leurs mouvements absolus. Mais nous n'aurions ainsi qu'une idée imparfaite de leur cours, et pour nous élever jusqu'au grand principe de l'univers, il faut que nous puissions démêler au milieu des apparences que nous présentent les corps que nous observons dans le ciel, les lois de leurs mouvements vrais, ce qui exige que nous soyons en état de fixer à chaque instant la position que nous y occupons nous-mêmes, si cette position n'est pas invariable, comme nous l'avons supposé jusqu'ici. Voyons donc comment avec le secours des notions que nous avons déjà acquises, et en prenant pour guide la vraisemblance et l'analogie, nous pourrons éclairer nos doutes à cet égard.

Mouvement de rotation.

Nos premières impressions nous avaient trompés sur la figure de la terre, nous l'avions crue une surface plane servant d'appui à toute la voûte du ciel, un examen plus attentif des phénomènes a bientôt redressé nos idées sur ce point, et nous a appris qu'elle avait la figure d'un globe isolé dans l'espace. Voyons si l'immobilité que nous lui avons supposée n'est pas de même une illusion de nos sens.

Si nous considérons que les étoiles, le soleil, la lune et les planètes sont des corps isolés et placés à des distances très-différentes de la terre, qu'en supposant la terre immobile au centre du monde, et le système entier

du soleil et des planètes en mouvement autour d'elle, nous serons obligés, pour expliquer les apparences du mouvement diurne, d'attribuer à chacun de ces astres un mouvement proportionnel à sa distance à la terre; que, par conséquent, le mouvement qu'il faudra supposer aux étoiles serait immense à cause de leur prodigieux éloignement de nous; que celui des planètes devrait varier comme leurs diamètres apparents, dont les changements prouvent qu'elles ne sont pas toujours à la même distance de la terre; que d'ailleurs la théorie de ces astres qui ont déjà, comme nous le verrons, un double mouvement, l'un de translation dans l'espace, l'autre de rotation autour de leur centre, se compliquerait bien davantage encore par ce troisième mouvement auquel il faudrait les soumettre; que les comètes, qui traversent l'espace dans toutes les directions, devraient être animées d'un mouvement pareil; que rien enfin ne serait moins vraisemblable que le parfait accord qu'il faudrait supposer entre les vitesses de tous ces corps de nature et d'éloignement si différents, pour qu'ils fissent tous dans le même temps, et d'une manière si uniformément invariable, leur révolution diurne autour de la terre; certes, pour peu que nous y réfléchissions, nous reconnaîtrons que, puisque les apparences sont absolument les mêmes, soit que le ciel entraîne tous ces astres autour de la terre supposée immobile, soit que la terre tourne en sens contraire autour de ses pôles dans l'espace de vingt-quatre heures, il est à la fois plus simple et plus vraisemblable d'attribuer à la terre ce dernier mouvement, qui nous permettra de regarder désormais les étoiles comme des

points invariables, et de faire participer les autres astres au mouvement diurne sans que leurs mouvements propres en soient nullement altérés.

Enfin, le mouvement de rotation de la terre acquerra tous les caractères de la certitude, quand nous nous rappellerons qu'on observe dans le soleil un mouvement de rotation semblable, et que nous verrons que toutes les planètes tournent de même sur leur centre dans un intervalle peu différent de la durée du jour.

Les mesures prises à la surface de la terre, et les voyages d'exploration autour du monde, ont prouvé que sa forme s'éloigne peu de la figure sphérique, le contour de son équateur est de 9000 lieues, de 2280, 32 toises chacune. Tel est donc l'espace qu'en vertu du mouvement de rotation de la terre, chacun des points de l'équateur doit parcourir en vingt-quatre heures, c'est-à-dire 375 lieues par heure, ou 238 toises environ par seconde. Cette vitesse, sans doute, paraîtra très-rapide au premier aperçu, mais elle n'a plus rien qui étonne l'imagination lorsqu'on la compare à la vitesse prodigieuse qu'il faudrait attribuer au soleil, si l'on supposait la terre immobile. En effet, la distance de cet astre à la terre étant au moins de trente-trois millions de lieues, pour qu'il parcourût en vingt-quatre heures un cercle qui aurait un pareil rayon, il faudrait supposer sa vitesse de 2500 lieues par seconde. La vitesse des étoiles devrait être incommensurablement plus grande encore. Ainsi donc, l'objection qu'on pourrait tirer de la grande vitesse que le mouvement de rotation de la terre communique à chaque point de sa surface, dans l'hypothèse de l'immobilité de la

sphère céleste, tombe d'elle-même devant le simple examen des conséquences qu'entraînerait l'hypothèse contraire.

C'est un principe fondamental de la mécanique, qu'un corps mis en mouvement par une impulsion quelconque se meut en ligne droite, tant qu'il n'est pas dérangé de sa direction primitive par l'action d'une force nouvelle. Tout mouvement curviligne suppose donc l'action de deux forces réunies, l'une employée à mettre le mobile en mouvement, l'autre à le retenir dans son orbite et à l'empêcher de s'éloigner à chaque instant en ligne droite suivant la tangente à la courbe qu'il décrit. C'est ainsi que l'on voit un projectile mu circulairement dans une fronde s'échapper avec vitesse dès que la main qui le retenait a lâché l'un des cordons de l'appareil. La force que le mobile exerce pour s'écarter du centre du mouvement est ce qu'on nomme *la force centrifuge*. Cette force doit être proportionnelle aux masses des corps qu'elle anime, et nous verrons par la suite qu'elle croît comme les carrés de leurs vitesses, c'est-à-dire que si la vitesse est double, la force centrifuge devient quadruple, et ainsi de suite. Qu'on juge donc quelle devrait être la puissance capable de balancer la force centrifuge du soleil, dont la masse est 354594 fois plus grande que celle de la terre, et la vitesse 24000 fois plus rapide. Où serait d'ailleurs le foyer de cette force et de celles qui contiendraient les étoiles et les autres astres? sans doute au centre des cercles respectifs qu'ils décrivent, c'est-à-dire sur l'axe du monde en des points fictifs qui ne sont le lieu d'aucun corps perceptible à nos sens. Enfin, contrairement

à toutes les lois de la nature, l'intensité de cette force devrait augmenter à mesure qu'elle s'écarterait de son centre d'action, pour que la révolution des astres les plus éloignés se fît dans le même espace de temps que celle des astres qui sont les plus voisins de nous. Ces difficultés inextricables disparaissent dès qu'on admet le mouvement de rotation de la terre.

La figure de notre globe n'est point parfaitement sphérique, le diamètre de l'équateur est un peu plus grand que celui des pôles, il a donc la forme d'un sphéroïde aplati dans le sens des pôles. Or, si l'on suppose que la terre a été originairement fluide, et que la matière qui la compose a pris en se refroidissant la consistance qu'elle a aujourd'hui, la force centrifuge, qui tend à écarter tous les éléments d'un corps de son axe de rotation, a dû élever les régions de l'équateur et abaisser celles qui sont situées sous les pôles. La figure de la terre, déduite de toutes les observations faites à sa surface, est donc encore une nouvelle preuve en faveur de son mouvement de rotation.

Ainsi donc, tout se réunit pour nous montrer que l'impression que nous recevons de la révolution diurne de la sphère céleste, n'est qu'une illusion de nos sens, semblable à celle qu'on éprouve à bord d'un vaisseau, lorsqu'en voyant fuir derrière soi les arbres, les édifices, les montagnes qui couvrent le rivage, on est tenté d'attribuer à la terre dont on s'éloigne, le mouvement par lequel on est soi-même emporté. Encore le navigateur a-t-il dans le souvenir des objets qu'il vient de quitter, dans la possibilité où il est de s'assurer à chaque instant

de la réalité de son mouvement, des raisons pour ne pas s'abandonner à l'illusion qui trompe ses yeux, tandis que nous qui ne jugeons jamais que par comparaison, entraînés avec tout ce qui nous environne à la surface de la terre et avec l'atmosphère elle-même, dans le mouvement général, nous ne trouvons autour de nous aucun phénomène pour nous avertir du mouvement propre de notre globe, ni dans le ciel aucun moyen de distinguer les mouvements réels des astres de leurs mouvements apparents. En effet, ils se présentent tous à nous successivement de la même manière dans les deux cas, et la seule différence, c'est que dans l'un ils viennent tour à tour traverser chacun des méridiens terrestres demeurés immobiles, tandis que dans l'autre, ce sont les méridiens qui se présentent successivement devant les astres qui sont fixes dans le ciel. Le raisonnement et le rapprochement des phénomènes peuvent donc seuls devenir ici pour nous ce que sont pour le navigateur l'expérience et les souvenirs; c'est à eux de nous prêter leur secours pour dissiper des idées fausses auxquelles la vivacité des premières impressions et les préjugés de l'ignorance donnent peut-être plus de force encore que les illusions de nos sens. Aussi, ce n'est qu'après une longue suite d'observations et de profonds calculs que l'astronomie est enfin parvenue à établir comme une vérité incontestable que *la terre tourne autour de l'axe du monde, dans l'espace de vingt-quatre heures, d'un mouvement uniforme et dirigé d'Occident en Orient, tandis que les étoiles demeurent immobiles dans le ciel.*

Mouvement de translation.

64. L'explication du mouvement diurne nous amène à examiner avec une nouvelle attention toutes les circonstances du mouvement annuel. Nous avons dit dans le chapitre IV, comment le mouvement annuel du soleil dans l'écliptique expliquait la succession des saisons et les variations que nous observons dans la durée du jour ; voyons si les mêmes apparences ne pourraient pas être représentées en supposant le soleil immobile, et en reportant en sens contraire à notre globe le mouvement que nous lui avions attribué.

Remarquons d'abord que si l'on imagine que la terre décrive un grand cercle de la sphère céleste, dont le soleil occupe le centre, l'observateur, placé à la surface du globe, verra successivement le soleil répondre précisément aux mêmes étoiles, et son mouvement apparent lui semblera, par conséquent, identiquement le même que lorsque nous supposions la terre immobile au centre du cercle, et le soleil en mouvement sur la circonférence. Ainsi, soit (*fig.* 49) ABCD l'orbite terrestre et PQRS le zodiaque, si la terre est en T, elle verra le soleil au point opposé A de l'orbite, elle le rapportera à l'étoile M du zodiaque ; lorsque la terre passe en T', le soleil lui semblera en B, et elle le rapportera à l'étoile N du zodiaque ; le soleil lui paraîtra avoir décrit l'arc MN dans l'intervalle, absolument comme nous le jugerions si nous étions placés au centre du mouvement du soleil circulant autour de la terre. Ainsi donc, sous ce rapport, les appa-

rences sont absolument les mêmes dans les deux cas ; si la terre décrit véritablement l'écliptique par son mouvement annuel autour du soleil, en vertu de l'illusion qui nous fait transporter au soleil le mouvement en sens contraire dont la terre est animée, cet astre doit paraître décrire dans le même sens et dans le même intervalle de temps cette même courbe. Le lieu vrai de la terre et le lieu apparent du soleil seront toujours placés, sur la sphère céleste, aux extrémités d'un diamètre du même grand cercle.

Nous avons vu que, pendant l'intervalle d'une année, les pôles répondaient toujours à très-peu près aux mêmes points du ciel ; nous devons donc supposer que dans son mouvement de translation autour du soleil, l'axe de la terre, et par conséquent le plan de l'équateur qui lui est perpendiculaire, conservent toujours une direction à très-peu près parallèle pendant la durée de chaque révolution. Cela posé, soit (*fig.* 50) APBP′ le méridien, ACBD l'équateur, LCL′D l'écliptique, T la terre en un point quelconque de son orbite, T*p* l'axe de la terre, P le pôle boréal ; menons du centre du soleil au centre de la terre le rayon vecteur ST, l'angle *p*′TS sera la distance du soleil au pôle, donnée par l'observation du soleil, en supposant la terre en mouvement dans l'écliptique ; si nous supposons, au contraire, la terre immobile en S, et le soleil en S′, l'angle PSS′ sera la distance apparente de cet astre au pôle à l'instant de son passage au méridien. Ces angles seront égaux entre eux, puisque PS et *p*T sont parallèles ; l'heure du passage et l'ascension droite qui s'en déduit, ainsi que les hauteurs méridiennes et les déclinaisons, seront donc

encore identiquement les mêmes dans les deux hypothèses.

Si nous nous transportons au centre du soleil en S, la longitude du rayon vecteur ST, sous lequel nous verrons la terre, sera égale à la longitude du rayon vecteur TS′, sous lequel de la terre on voit le soleil augmenté de 180°; quant à l'angle PST, ce sera la distance de la terre au pôle, et cet angle est supplément de l'angle PSS′ ou pTS, distance du soleil au même point. Si le premier angle est représenté par $90° - d$, le second le sera par $90° + d$, leur somme devant toujours être égale à 180°, d représente la déclinaison du soleil vue de la terre, ou la déclinaison de la terre vue du soleil; ces déclinaisons sont toujours égales, mais de signes contraires.

Ainsi donc, que la terre soit supposée immobile au centre des mouvements célestes, ou qu'au contraire l'immobilité soit reportée au soleil, et que la terre soit supposée circuler autour de lui, comme les autres corps planétaires, les phénomènes que nous offrent les mouvements apparents du soleil, relativement aux étoiles, seront absolument identiques, et nous n'aurons aucun changement à apporter aux résultats que nous avons obtenus des observations.

Puisque la position relative du soleil et de la terre demeure la même dans les deux cas, nous pourrions déjà conclure que les phénomènes qui résultent sur la terre des déplacements du soleil, dans la sphère céleste, n'éprouveront non plus aucune altération, quelle que soit celle des hypothèses à laquelle on s'arrête. Mais, pour mieux nous en convaincre, suivons la terre pendant l'une de ses révolutions annuelles, et voyons comment

ses déplacements dans l'écliptique doivent produire la succession des saisons et les variations de la durée du jour.

Soit AMBN (*fig.* 51) l'écliptique S le soleil placé au foyer, si nous supposons la terre en T, *pp'* étant l'axe des pôles, *p* le pôle boréal et *p'* le pôle austral, et que nous menions le rayon vecteur ST, ce rayon sera perpendiculaire au plan qui sépare l'hémisphère éclairé de la terre de celui qui est dans l'ombre. L'observateur placé au point *o*, où ce rayon traverse la terre, aura le soleil à son zénith, et par l'effet du mouvement de rotation de la terre autour de son axe *pp'*, tous les points placés sur le même parallèle verront successivement le soleil passer à midi verticalement sur leur tête. Si la terre avance de T en T', de manière que le rayon vecteur ST' devienne perpendiculaire à l'axe de rotation *pp'*, l'intersection de l'équateur et de l'écliptique restant toujours parallèle à elle-même, le rayon vecteur ST' se confond avec cette droite, le soleil se trouve alors dans le prolongement de l'équateur terrestre, et, par l'effet du mouvement diurne, tous les points placés sur l'équateur passent successivement sous le soleil; cet astre est alors dans l'équinoxe, et les jours sont d'égale durée pour toutes les régions du globe. Si la terre passe en T'', de manière que le rayon vecteur ST'' soit perpendiculaire à l'intersection de l'équateur et de l'écliptique, l'angle que forme ce rayon avec l'axe des pôles est à son *minimum*, la déclinaison du soleil, qui en est le complément, est donc la plus grande possible, ou de 23° 28', et tous les points du cercle tracé par le rayon vecteur ST'' à la surface de la terre, sont ceux qui voient le soleil

à leur zénith lorsqu'il est le plus rapproché du pôle; c'est alors que nous nous trouvons à l'époque du solstice d'été. La terre passant de T″ en T‴, le rayon vecteur ST semble se rapprocher de la ligne *st* qui reste toujours parallèle à elle-même; au point T‴, le soleil se trouve de nouveau dans le prolongement de l'équateur terrestre, et nous sommes arrivés à l'équinoxe d'automne. Enfin, la terre revenant en T, le plan qui passe par le rayon vecteur S'T, et par l'axe des pôles, redevient perpendiculaire à l'écliptique, l'angle de ces deux droites mesure alors la plus petite distance à laquelle le soleil puisse être du pôle austral, il passe à midi au zénith des régions situées sur le parallèle distant de 23° 28′ de l'équateur vers la partie australe du ciel, et nous nous trouvons arrivés au solstice d'hiver. Le rayon vecteur, mené du soleil à la terre, coupera donc sa surface en deux points différents au solstice d'été et au solstice d'hiver, les régions qui verront le soleil passer à midi à leur zénith auront à la première époque 23° 28′ de latitude boréale, et à la seconde 23° 28′ de latitude australe. Dans les points intermédiaires entre les deux solstices, on voit que le rayon vecteur ST prend successivement, par rapport à l'axe des pôles, tous les degrés d'inclinaison compris entre 90° — 23° 28′ et 90° + 23° 28′. Or, l'angle S'TP est la distance polaire du soleil vu de la terre, sa déclinaison qui est le complément de cet angle, variera donc depuis zéro jusqu'à 23° 28′ en plus ou en moins, et le soleil s'élèvera par conséquent à midi à la même hauteur sur l'horizon dans les différents lieux du globe pendant sa révolution annuelle, soit que l'on suppose la terre en repos, soit dans l'hypothèse de son mouvement autour du soleil.

Les saisons se succéderont dans le même ordre, leur durée ainsi que celle des jours, seront les mêmes dans les deux cas, et les explications que nous avons données de leurs inégalités dans le chap. IV s'appliqueront également bien aux deux hypothèses.

Si pour expliquer les apparences du mouvement diurne nous admettons le mouvement de la terre sur son axe, nous aurons levé le principal obstacle qui pouvait s'opposer à adopter le mouvement de la terre autour du soleil pour expliquer les apparences du mouvement annuel. En effet, après ce que nous avons dit sur le mouvement diurne, un simple examen des deux hypothèses qui font mouvoir le soleil autour de la terre dans un cercle incliné de 23° 28′ à l'équateur, et de celle qui attribue le même mouvement à la terre circulant autour du soleil immobile, doit suffire pour fixer nos doutes. Dans les deux cas, comme on vient de le voir, les phénomènes sont absolument les mêmes, la seule différence c'est que dans l'un c'est le soleil qui vient de lui-même occuper le lieu où nous le voyons dans le ciel, et que dans l'autre c'est la terre qui se place de manière à l'apercevoir dans le lieu du ciel où il nous apparaît ; c'est donc encore ici à la raison et à la vraisemblance à diriger notre choix. D'abord le volume du soleil étant tellement supérieur à celui de la terre qu'elle ne paraît qu'un atome auprès de lui, il serait peu rationnel de choisir entre deux corps de dimensions si différentes, celui dont la masse est à ce point inférieure à l'autre, pour le faire le centre des mouvements du second corps. L'on concevrait d'ailleurs presque aussi difficilement que lorsqu'il s'est agi du mouvement diurne, ou pourrait être le foyer

de la force immense nécessaire pour contenir dans son orbite une masse si prodigieuse et animée d'une si grande vitesse; dans le système opposé cette difficulté s'évanouit à l'instant.

L'analogie, qui, dans l'étude de la nature, est un guide qu'on doit souvent consulter à cause de l'admirable simplicité des moyens qu'elle emploie pour arriver à ses fins, vient encore à l'appui de cette hypothèse. En effet, nous verrons qu'on ne peut expliquer les mouvements observés des planètes qui sont entre le soleil et nous, qu'en leur supposant un mouvement de translation autour de cet astre, qui emporte avec lui tout le système autour de la terre. Un observateur placé à la surface de Vénus, verrait donc le soleil décrire le zodiaque dans un intervalle plus court qu'une année, et jugerait la terre et les autres planètes en mouvement autour de lui, quoiqu'il soit bien certain pour nous cependant que ce mouvement n'est qu'une apparence, et que c'est l'observateur lui-même et la planète sur laquelle il est placé qui circulent autour du soleil. N'est-il pas naturel, par conséquent, de croire que la même illusion qui le tromperait sur son mouvement réel, nous abuse également, et que le mouvement du soleil et des planètes autour de nous n'est semblablement qu'une apparence?

65. Cependant en déplaçant la terre du centre de l'univers où nous l'avions supposée immobile, nous ne devons pas éluder une difficulté que son mouvement autour du soleil doit nécessairement soulever. Nous avons vu que l'axe du monde autour duquel s'opère la révolution diurne de la sphère céleste, semblait toujours répondre

aux mêmes points du ciel. Cependant si le centre de la terre dans son mouvement de translation, parcourt une ellipse immense dont le demi-grand axe surpasse trente-trois millions de lieues, les pôles de l'équateur traceront sur la surface céleste une courbe semblable, et lorsque la terre passera du périgée à l'apogée, les pôles devront répondre à deux étoiles différentes et éloignées l'une de l'autre de *soixante-six millions* de lieues. Si nous n'apercevons donc aucun changement sensible dans la direction de l'axe de la terre, il en faut conclure que les dimensions de l'écliptique lui-même sont, comme celles de notre globe, des quantités très-petites relativement à la distance qui nous sépare des étoiles, et nous acquérons ainsi une preuve nouvelle de leur immense éloignement.

En effet, pour mesurer la distance des étoiles nous avions d'abord choisi la plus grande base que nous puissions trouver à la surface de la terre, son mouvement annuel nous en fournit une vingt-trois mille fois plus étendue dans le diamètre de l'écliptique. Soit donc (*fig.* 52) S le soleil, TET' l'orbe terrestre ou l'écliptique, et supposons que de deux points diamétralement opposés de cette courbe, on observe une étoile quelconque A, T*p* étant la direction de l'axe terrestre, l'angle *p*TA sera la distance de l'étoile au pôle lorsque la terre est en T, et *p*'T'A ce que devient cet angle six mois après lorsque la terre passe en T', la différence de ces deux angles est égale à TAT', il faut donc pour que l'angle AT*p* soit égal à l'angle AT'*p*' que la distance TT' ou l'arc *pp*' soit une quantité infiniment petite relative-

ment au rayon AS de la sphère céleste ; en effet, dans cette hypothèse les points T et T′ se confondront avec le point S qui sera leur lieu moyen, et la position de l'étoile A relativement à la terre sera à très-peu près la même que si on l'eût observée du centre S du soleil.

L'angle TAS est ce qu'on nomme la *parallaxe annuelle* de l'étoile A, ou la *parallaxe du grand orbe*, c'est l'angle sous lequel un observateur placé à son centre verrait le rayon de l'écliptique ; les observations les plus précises ont montré que cette parallaxe est insensible, et qu'elle ne s'éleverait pas même à 1″ pour les étoiles de la première grandeur, c'est-à-dire pour celles qui, selon toutes les probabilités, sont les plus rapprochées de nous. Ce résultat nous permet de reculer la limite que nous avions d'abord assignée à la distance des étoiles. En effet, dans le triangle SAT, les sinus des angles sont proportionnels aux côtés opposés, on aura par conséquent : *sin* A : *sin* S : : ST : AT. En faisant donc A de 1″ et supposant le triangle rectangle en T, ce qui donne *sin* S = *cos* A ; cette proportion montre que ST est contenu environ 206265 fois dans AT, c'est-à-dire que la distance de la terre aux étoiles les plus voisines, est de 206265 fois plus grande que la distance de la terre au soleil. Nous avons vu que le demi-grand axe de l'orbe terrestre était de 24096 demi-diamètres de la terre, la distance des étoiles à la terre serait donc 4970156800 rayons terrestres, et comme la parallaxe annuelle ne s'élève certainement pas a 1″, les étoiles sont situées encore beaucoup au delà de cette limite.

Ainsi donc, à mesure que nous faisons de nouveaux

progrès dans la connaissance du mouvement des astres, les bornes de l'univers semblent reculer devant nous, et ce n'est pas sans doute un des moins merveilleux résultats de l'étude de l'astronomie, que de voir la carrière qu'elle embrasse s'agrandir sous nos yeux à mesure que la science nous apprend à la mieux connaître. Nous dirons dans la suite comment l'observation des phénomènes de la lumière permet de porter encore l'éloignement présumable des étoiles bien au delà du terme que nous venons de lui fixer; mais habitués par une plus longue pratique des observations célestes, à étendre successivement les bornes de l'espace, notre imagination n'aura aucune peine à admettre la possibilité de ces distances qui eussent confondu toutes nos idées par leur énormité, si elles nous eussent été présentées sans cette gradation nécessaire.

66. Nous avons supposé jusqu'ici que l'axe de la terre, dans son mouvement annuel, demeurait toujours parallèle à lui-même; si l'on regardait donc les dimensions de l'orbe terrestre comme un point matériel relativement à la distance des étoiles, il en résulterait que leur position rapportée à l'équateur demeurerait inaltérable, tandis qu'au contraire elles sont sujettes à un mouvement très-sensible en déclinaison et en ascension droite. Mais en parlant du phénomène de la précession des équinoxes, nous avons vu comment on le pouvait expliquer par l'hypothèse d'un mouvement très-lent de l'axe de la terre autour des pôles de l'écliptique; aussi bien qu'en supposant un mouvement général de la sphère étoilée autour de ces mêmes points. Or, les mêmes raisons qui nous ont

fait préférer l'hypothèse du mouvement diurne de la terre à celle du mouvement général du ciel, doit nous faire adopter celle du mouvement de l'axe terrestre comme la plus simple et la plus vraisemblable. En effet, si l'axe de la terre est immobile, il faut supposer que les étoiles et tous les astres sont comme attachés à la sphère céleste qui les entraîne dans son mouvement séculaire, tandis qu'un léger déplacement de l'axe terrestre explique à la fois et le phénomène général de la précession des étoiles et des autres astres, et les variétés des mouvements qui en résultent pour chacun d'eux en particulier, suivant leur distance du pôle. Enfin la cause physique qui produit le mouvement de l'axe terrestre, est facile à assigner, et se lie à celle des autres mouvements célestes, tandis que le déplacement de la sphère entière serait un phénomène isolé et dont l'explication paraîtrait très-difficile.

67. Nous voici donc conduits par une suite de raisonnements fondés sur l'observation des phénomènes et sur l'harmonie qui doit régner dans les œuvres de la nature, à attribuer au globe que nous habitons trois mouvements différents : 1° un mouvement de rotation dirigé en sens inverse du mouvement apparent de la sphère céleste, pour expliquer la révolution diurne de tous les astres; 2° un mouvement de translation autour du soleil immobile pour expliquer les apparences du mouvement annuel; 3° un mouvement très-lent des pôles de l'équateur autour de l'axe de l'écliptique, pour expliquer les phénomènes de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe terrestre. Sans doute cette idée du triple mouvement de la terre a dû étonner par sa nouveauté

et effrayer même, par son apparente complication, les premiers esprits auxquels elle se présenta, mais elle n'offrit plus rien d'extraordinaire lorsqu'une observation suivie des phénomènes eut fait remarquer des mouvements semblables dans les autres planètes. Chaque jour nous avons sous les yeux dans un jouet d'enfant, l'exemple d'un triple mouvement pareil, produit par une impulsion très-simple; n'est-ce pas ainsi, en effet, que l'on voit une toupie tourner autour de son axe, qui prend diverses inclinaisons sur un plan horizontal, tandis que son extrémité décrit sur ce plan une courbe quelconque. Nous adopterons donc désormais une hypothèse qui s'accorde déjà si bien avec tous les phénomènes observés, et qui acquerra un nouveau degré de certitude à mesure que nous avancerons dans l'étude des phénomènes célestes. Nous admettrons, en conséquence, comme une des lois fondamentales du système du monde, que *la terre circule dans l'écliptique d'Occident en Orient, en décrivant une ellipse dont le soleil occupe un des foyers, tandis qu'elle tourne en* 24 *heures autour d'un axe qui demeure sensiblement parallèle à lui-même pendant la durée d'une révolution annuelle, mais qui change à la longue de direction, et décrit une circonférence entière en* 25,811 *ans, autour des pôles de l'écliptique.*

Ce principe qui explique, d'une manière si simple, toutes les apparences des mouvements célestes, en substituant le mouvement particulier de la terre au mouvement général de la sphère, et que l'on a nommé *système de Copernic*, n'est cependant qu'une opinion renouvelée des astronomes de l'antiquité. Elle fut autrefois enseignée par Pythagore et ses disciples, Archimède l'adopta

dans l'un de ses ouvrages, et Copernic, au XVIe siècle, n'eut que le mérite de la faire revivre et de l'appuyer sur des preuves désormais irrécusables. Que d'opposition cependant n'eut-elle pas encore à surmonter pour s'établir? Galilée expia dans les cachots de l'inquisition le crime de l'avoir soutenue, et longtemps encore on préféra, comme on l'avait fait pendant tant de siècles, à ce système si naturel, si uniforme, cette inextricable complication de courbes et de mouvements qu'il fallait admettre pour expliquer la translation de tous les corps célestes autour de la terre immobile. C'est que cette illusion flattait notre vanité. Séduit par l'idée exagérée qu'il s'était faite de son importance dans l'œuvre de la création, l'homme aimait à se croire le centre de l'univers, et il a fallu toutes les lumières de la science pour lui apprendre enfin à mieux connaître le rang qui lui était assigné. A la distance qui nous sépare des étoiles, le soleil et tout le système planétaire disparaîtraient derrière le fil d'une de nos lunettes, qu'est-ce donc que ce système tout entier dans l'ordre général de l'univers? Quelle importance peut avoir en particulier le globe que nous habitons, l'un des plus petits des corps qui le composent? et le moyen de croire que la nature ait dérogé en sa faveur à ses lois générales.

Toutefois, quoique nous ayons été forcés ici d'empiéter même sur l'ordre des phénomènes, pour établir dès l'abord ces vérités qui nous aideront à distinguer dans les mouvements planétaires dont nous allons bientôt nous occuper, les apparences qui résultent du mouvement propre du globe d'où nous les observons, nous continuerons cependant, en parlant des rapports mutuels du soleil et de la terre, à employer les termes consacrés par

l'usage, et que les astronomes eux-mêmes ont adoptés pour la simplicité du langage. Ainsi nous dirons *le lever* et *le coucher* du soleil, pour désigner l'instant où notre horizon, par l'effet du mouvement diurne, atteindra ou dépassera cet astre. Nous dirons encore quelquefois le mouvement *annuel* du soleil dans l'écliptique, quoique nous soyions assurés que cet astre est immobile et que c'est la terre qui circule autour de lui. Mais ces locutions peuvent, dans quelques occasions, abréger les explications et éclaircir les idées, et l'on peut les adopter sans crainte lorsqu'on ne s'occupe que des phénomènes qui dépendent de la position mutuelle de la terre et du soleil, et qui, par conséquent, demeurent les mêmes, quel que soit celui des deux astres qu'on suppose en mouvement autour de l'autre.

Conséquences du mouvement de la terre.

68. Nous venons d'établir le mouvement de la terre en nous appuyant sur l'exacte appréciation des phénomènes; cette question est du plus haut intérêt pour l'astronomie, non-seulement à cause de la simplicité qu'elle introduit dans les mouvements célestes, mais aussi parce qu'elle donne l'explication de plusieurs phénomènes qui, dans l'hypothèse de l'immobilité de la terre, sembleraient inabordables.

Le mouvement annuel de la terre fournit d'abord, comme on l'a vu, aux astronomes, pour mesurer les distances des corps célestes, une base plus étendue que celle qu'ils pouvaient se procurer sur la surface du globe.

Si l'éloignement des étoiles rend cet avantage illusoire pour la mesure de leurs parallaxes, il nous offre du moins

une confirmation nouvelle de l'idée que nous nous étions faite de leur immense distance. L'éloignement du soleil est aussi trop grand pour qu'on puisse employer ce moyen pour déterminer sa parallaxe, mais on peut s'en servir avec sûreté pour mesurer celles de la lune, des planètes les plus voisines de nous, et celle des comètes. Nous verrons d'ailleurs que lorsque la parallaxe d'une planète est exactement connue, on peut, par un calcul fort simple, en déduire la parallaxe du soleil et des autres planètes. On peut donc dire que la découverte du mouvement annuel de la terre dans l'écliptique a servi, quoiqu'indirectement pour le soleil et les planètes éloignées, à mesurer les distances des astres à la terre.

69. On a cherché dans les phénomènes que nous présente la chute des graves à la surface de la terre, une objection contre l'hypothèse de son mouvement de rotation. Si la terre, a-t-on dit, tourne en 24 heures sur son centre de l'Occident à l'Orient, une pierre qu'on abandonne à elle-même du haut d'une tour verticale, doit tomber à plusieurs toises du pied de l'édifice, si l'observateur est placé à l'Occident; elle doit se rapprocher de sa surface et même la frapper avant d'atteindre la terre, s'il est placé à l'Orient. On répond aisément à cet argument par l'exemple de ce qui arrive sur un vaisseau, dont on ne peut nier le mouvement, à une pierre qu'on laisse choir du haut d'un mât; sa distance du mât est la même à la fin de sa chute qu'au point de départ, quoi qu'elle dût, selon toute apparence, s'être accrue de tout le chemin que le vaisseau a parcouru dans l'intervalle. La raison en est simple, c'est que la pierre qui tombe du haut du mât, participe elle-même au mouvement du vaisseau, elle est

donc animée par deux forces, l'une la pesanteur, dirigée suivant la verticale AB (fig. 53), l'autre dirigée horizontalement, suivant BC, et dans le même sens que le mouvement du vaisseau, donc en vertu de la loi de la composition des forces, elle prendra la direction de la diagonale du parallélogramme ABCD, construit sur les deux lignes qui représentent ces forces, et tombera en B au pied du mât comme si le vaisseau était resté immobile. Ce que nous disons d'une pierre lancée du haut du mât d'un vaisseau, en marche, s'applique à un projectile qui tombe du sommet d'une tour à la surface de la terre.

Cependant, si la tour était assez élevée pour que le rayon mené du centre de la terre à son sommet, différât sensiblement du rayon terrestre, la vitesse dont la pierre lancée du haut de la tour serait animée parallèlement au mouvement de la terre, surpasserait celle des objets placés à sa surface, puisque les vitesses des corps situés à différentes distances de l'axe de rotation, sont nécessairement entre elles comme les circonférences des cercles que ces corps ont à parcourir. Si l'observateur est placé à l'Orient de la tour, la pierre doit s'écarter du pied de l'édifice au lieu de s'en approcher, comme on l'avait supposé d'abord par une fausse appréciation du phénomène. On conçoit combien des observations destinées à constater un pareil résultat, sont difficiles à exécuter à cause de la petitesse des dimensions que nous pouvons comparer à celles du globe; cependant on en a plusieurs fois tenté dans ce but, et toutes les expériences ont concouru à indiquer une déviation à l'est de la verticale, seulement les divers observateurs ont légèrement varié sur la quantité de ces écarts.

Ainsi donc l'objection même qu'on avait faite contre le mouvement diurne de la terre, en s'appuyant sur un phénomène que l'on n'avait point vérifié, est devenue un argument en faveur de ce mouvement quand les faits ont été mieux connus. Nous verrons souvent dans l'histoire de l'astronomie physique se reproduire des exemples de semblables péripéties, et c'est là sans doute la meilleure preuve que l'on puisse donner de la justesse des principes sur lesquels sa théorie est appuyée.

70. Nous avons nommé *force centrifuge* la tendance naturelle qu'a tout corps pesant mu circulairement à s'éloigner de l'axe de rotation. Nous avons vu comment cette force combinée avec l'adhésion de toutes les molécules de la terre, supposée originairement fluide, avait dû suffire pour produire son aplatissement. La figure de la terre ne serait point ainsi un phénomène purement accidentel, elle serait une conséquence forcée de son mouvement de rotation. La considération des effets produits par la force centrifuge nous conduit à une autre conséquence non moins importante. Par l'effet du mouvement de rotation de la terre, tous les corps de la nature doivent éprouver l'influence de cette force, et s'ils n'étaient retenus par l'action de la pesanteur, ils tendraient continuellement à s'écarter d'eux-mêmes de la surface terrestre; mais la force centrifuge croît avec la vitesse, elle doit donc varier sur les différents parallèles, elle est nulle aux pôles qui sont immobiles, elle est à son *maximum* pour les points de l'équateur qui décrivent les plus grands cercles possibles. Comme sa direction d'ailleurs doit toujours être perpendiculaire à l'axe de rotation,

l'angle qu'elle forme avec la verticale varie également de l'équateur aux pôles, ce qui contribue encore à affaiblir son action à mesure qu'on s'approche de ces derniers points. En effet, l'action de la pesanteur est toujours dirigée suivant la verticale, et elle tend à rapprocher les corps du centre de la terre. A l'équateur, la force centrifuge est directement opposée à la pesanteur, à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur, la force centrifuge diminue, et sa direction devient de plus en plus oblique à la verticale; son action, pour contrarier l'effet de la pesanteur, doit donc être de plus en plus affaiblie par ces deux causes, jusqu'à ce qu'aux pôles elle s'anéantisse tout à fait. Ainsi donc, si la terre tourne réellement sur son axe, les variations de la pesanteur des corps à sa surface, doivent en être une conséquence naturelle, et nous avons un moyen facile de le vérifier, puisque le même corps, transporté de l'équateur aux pôles, doit devenir de plus en plus pesant. On conçoit que, pour mesurer cet accroissement de la pesanteur, la balance ordinaire ne suffirait pas, parce que la gravité agissant de la même manière sur les corps placés dans les deux plateaux, leurs poids conserveraient toujours entre eux les mêmes rapports, et pourraient varier sans que l'observateur s'en aperçut. Mais l'application du pendule aux horloges nous offre un moyen de déterminer d'une manière très-précise les plus petites variations dans l'intensité de la pesanteur. En effet, plus le poids d'un corps augmente, plus sa chute doit s'accélérer; les oscillations du pendule doivent donc être d'autant plus rapides que la pesanteur est plus grande, et l'on pourra, par conséquent, d'après leur nombre dans un temps donné, juger des variations

qu'aura subies la pesanteur. En transportant ainsi un même pendule en différents lieux du globe, on a remarqué que la durée des oscillations allait toujours en diminuant à mesure que l'on s'éloignait de l'équateur, ou, ce qui revient au même, qu'on était obligé d'allonger continuellement le pendule pour qu'il battît toujours le même nombre de secondes par jour; car on sait n° 20 que les oscillations d'un pendule sont d'autant plus lentes que sa verge est plus longue (1). Richer, envoyé à Cayenne en 1672 par l'Académie des sciences pour y répéter quelques observations astronomiques, fit le premier cette observation importante; il s'aperçut que son horloge, réglée avant son départ, retardait d'une quantité sensible à la latitude de Cayenne, et il en conclut que l'intensité de la pesanteur était moindre dans le voisinage de l'équateur qu'à Paris.

Cette expérience souvent renouvelée depuis en différents lieux a confirmé ce résultat : elle a constamment montré que la pesanteur augmente de l'équateur au pôle, et la plus grande valeur qui a lieu au pôle, excède la plus petite qui a lieu sous l'équateur, de $\frac{1}{200}$ à peu près de la pesanteur totale (2). Il s'ensuit qu'un même

(1) Les durées des oscillations de deux pendules de longueurs différentes sont comme les racines carrées de ces longueurs, en supposant que la pesanteur qui les anime soit la même. Si au contraire les pendules sont de même longueur, et que la pesanteur qui les anime soit différente, la durée des oscillations est en raison inverse des racines carrées des pesanteurs. (*Voir* le chap. 1er de la deuxième partie.)

(2) Les variations de la pesanteur tiennent à deux causes : 1° à l'action de la force centrifuge qui s'oppose à l'action de la gravité,

corps pèse $\frac{1}{200}$ environ de moins à l'équateur qu'au pôle, en sorte que, en imaginant une balance dont le fléau soit égal au rayon de la terre, pour que deux corps homogènes situés à ces deux latitudes pussent se faire équilibre, il faudrait que le volume du corps placé à l'équateur fût de $\frac{1}{200}$ plus grand que celui qui occupe le pôle. La longueur du pendule à secondes, c'est-à-dire du pendule qui bat 86,400″ dans un jour moyen solaire, réduite au vide, à la température de la glace et au niveau des mers, est à Paris, c'est-à-dire à la latitude de 48°50′14″, d'après les dernières observations de Borda, de $440^{l}.569$ ou $0^{met}, 993849$; la longueur du même pendule dans des conditions semblables, serait à l'équateur de $439^{l}.111$ ou $0^{met}, 990560$, c'est-à-dire qu'il aurait plus d'une ligne de moins qu'à Paris, comme l'avait trouvé Richer. Tous ces phénomènes qui résultent de l'observation peuvent être considérés comme autant de preuves nouvelles du mouvement de rotation de la terre.

71. En parlant des étoiles nous avons dit qu'elles étaient sujettes à un mouvement apparent nommé *aberration*, dont nous nous sommes réservé d'expliquer plus tard les causes. Dans l'hypothèse du mouvement de translation de la terre autour du soleil, cette explication est facile, elle devient au contraire tout à fait impossible lorsqu'on suppose la terre immobile. En effet la perception que nous recevons d'un objet, paraît être produite par le choc des molécules lumineuses qui en émanent

et qui varie avec la latitude; 2° à ce que la terre n'étant pas un corps parfaitement sphérique, l'action qu'elle exerce sur les corps placés à sa surface, n'est pas la même en tous les lieux du globe.

sur les organes de la vision, et nous reportons l'objet sur le prolongement de la ligne droite suivant laquelle ces globules viennent frapper notre œil. La vitesse de la lumière n'est pas infinie comme on l'avait cru longtemps; Roëmer, astronome français, a montré que sa transmission est successive comme celle du son, quoique beaucoup plus rapide. Ainsi, lorsque nous apercevons un astre éloigné, nous ne le voyons jamais à la place qu'il occupe réellement à l'instant où sa lumière nous arrive, mais dans la position qu'il avait à l'instant qui a précédé celui-ci de l'intervalle de temps employé par la lumière à venir depuis l'astre jusqu'à nous. D'après cela, supposons (fig. 54) une étoile en E, et qu'un observateur se meuve de A en B suivant la ligne AB que nous regarderons comme un très-petit arc de l'orbite terrestre. Si la terre était immobile, l'observateur en A verrait l'étoile sur le rayon AE et la rapporterait toujours au point E, quelle que fût d'ailleurs la vitesse de la lumière, seulement il saurait qu'elle occupait la place où il la voit, plus ou moins de temps avant l'instant de l'observation, suivant l'intervalle que la lumière aura mis à parvenir de l'étoile jusqu'à lui. Mais si la terre change de position, et si la lumière a une vitesse comparable à celle de ce mouvement de translation, non-seulement il faudra avoir égard à la transmission successive de la lumière pour juger de l'instant véritable où l'étoile occupait la place où nous l'apercevons, mais la direction même du rayon lumineux qui en émane sera altérée, en sorte qu'il faudra tenir compte de cette déviation pour connaître la véritable position de l'étoile au moment de l'émanation. En effet, supposons qu'en vertu

du mouvement de la terre l'observateur passe de A en B pendant le temps que la lumière de l'étoile met à décrire la distance CB, le globule lumineux que l'œil de l'observateur pousse dans la direction AB, produit sur la vision la même sensation que s'il était poussé sur l'œil avec une vitesse égale et dans une direction opposée FBA, le globule frappe donc l'œil de l'observateur comme s'il était poussé à la fois dans la direction EB et dans la direction FB ; il doit donc suivant la loi de la composition des forces en statique, le choquer comme s'il suivait la direction BD du parallélogramme BCDF construit sur les deux lignes BF et BC, de même que sur le tapis d'un billard une bille qui vient à être rencontrée par une autre bille, prend la direction intermédiaire entre sa direction primitive et celle du mobile qui l'a choquée. L'observateur arrivé en B verra donc l'étoile sur le prolongement de BD, c'est-à-dire qu'il la rapportera au point D comme il l'aurait vue, si la terre étant immobile, l'étoile avait un mouvement EE′ parallèle à la direction de celui de la terre dans l'écliptique. Cette déviation des rayons lumineux, qui nous fait rapporter les astres à un lieu du ciel différent de celui qu'ils occupent réellement, et qui n'est qu'une conséquence du mouvement de la terre combiné avec la transmission successive de la lumière, constitue le phénomène de l'*aberration*.

L'angle CBD mesure la distance de la position observée de l'étoile à sa position véritable, pour le déterminer dans le triangle CBD on à la proportion :

sin B : sin D :: CD : BC :: vites. de la terre ; vites. de la lumière.

L'angle CBD ou l'étendue de l'aberration, dépend donc du rapport de la vitesse de la terre à celle de la lumière, et varie avec la direction du rayon lumineux par rapport à l'orbe terrestre. L'angle CBD est à son maximum quand l'angle BCD est droit, c'est-à-dire lorsque le rayon lumineux est perpendiculaire à la direction du mouvement de la terre, on a alors $D = 90° - B$, $\sin D = \cos B$ et la proportion précédente donne tang. $B = \frac{\text{vitesse de la terre.}}{\text{vitesse de la lumière.}}$. D'après les observations les plus exactes, la lumière met 8′ 13″ à nous venir du soleil dans sa moyenne distance à la terre, c'est le temps qu'elle emploie par conséquent à parcourir le rayon moyen de l'écliptique : dans cet intervalle la terre décrit un arc de 20″,25 à raison de 360° en une année sidérale de 365j 25637. Cet arc converti en partie du rayon est égal à $\frac{1}{10186}$, la vitesse de la lumière est donc 10186 fois plus rapide que celle de la terre ; en supposant BD égal au rayon moyen de l'écliptique, BF ou son égal CD sera sensiblement égal à 20″,25; cet arc sera la mesure de l'angle CBD, ainsi donc, par l'effet de l'aberration, tous *les astres que nous observons se trouvent transportés en avant de leur lieu réel, parallèlement à la direction du mouvement de la terre, sans pouvoir cependant s'en écarter au delà de* 20″, 25.

La terre change continuellement de position dans son orbite, mais nous avons vu que la distance des étoiles est assez grande pour qu'on puisse supposer que la direction des rayons lumineux qu'elle nous envoie, reste toujours parallèle à elle-même pendant toute la durée d'une révolution annuelle. On peut d'ailleurs faire ici abstraction de l'excentricité de l'orbe terrestre, et considérer le mouvement comme uniforme; le rapport entre la vitesse

de la lumière et celle de la terre ne changeant pas, l'angle que forme la direction du rayon apparent avec le rayon vrai, serait toujours le même si ce dernier rayon conservait toujours sur l'écliptique la même inclinaison. Mais l'angle CBD (*fig.* 54) varie suivant la latitude de l'étoile, et suivant le lieu de la terre sur son orbite, l'*aberration* varie donc non-seulement d'une étoile à une autre, elle est encore différente pour la même étoile chaque jour de l'année; nous ne voyons donc jamais ces astres, ni dans leur véritable place, ni même deux jours de suite dans le même lieu, et la suite des points auxquels nous les rapportons forme dans le ciel des courbes qu'il s'agit de déterminer.

Considérons d'abord une étoile placée en E (*fig.* 55) au pôle de l'écliptique, soit ABCD l'orbite de la terre que nous regarderons comme circulaire, puisque nous faisons ici abstraction de son excentricité; la lumière émanée de l'étoile E nous arrivera toujours dans une direction parallèle à ES, mais par l'effet de l'aberration, l'étoile nous paraîtra toujours portée en avant de sa position véritable dans un plan perpendiculaire à l'écliptique et dirigé suivant la tangente à l'orbe terrestre. Ainsi, lorsque la terre se trouvera au point *a*,*b*,*c*,*d*, etc., l'étoile paraîtra successivement en *e*, *e'*, *e''*, *e'''* etc., la ligne SE étant perpendiculaire à l'écliptique, la direction du rayon lumineux formera avec celle du mouvement de la terre un angle droit dans tous les points de l'orbite; l'angle de déviation *iah* où l'aberration, sera toujours le même et égal à 20″,25, mais cet angle sera estimé en sens divers selon les directions relatives du mouvement de la terre et de celui de la lumière.

En suivant ainsi la terre pendant la durée de sa révolution, il est aisé de se convaincre que les apparences que nous présente l'étoile E, sont identiquement les mêmes que si elle décrivait autour de E sur la sphère céleste, dans l'espace d'une année et dans le même sens que le mouvement de la terre, un petit cercle parallèle à l'écliptique et d'un rayon égal à 20″,25, mais en devançant toujours la terre de 90° sur cette orbite fictive. Ainsi, *abcd* (*fig.* 56) représentant cette orbite, lorsque la terre sera en A, l'étoile paraîtra en *b*, lorsque la terre sera en B, l'étoile paraîtra en *c* et ainsi de suite. Lorsque la latitude de l'étoile est comprise entre 90° et 0°, le rayon lumineux SE étant incliné sur le plan de l'écliptique, ce cercle se change en une ellipse par suite de l'obliquité du plan sur lequel nous le projetons. Le grand axe de cette ellipse situé dans un plan parallèle à l'écliptique, est toujours égal à 20″,25, et le petit axe est égal à cette même quantité multipliée par le sinus de l'inclinaison du rayon lumineux sur l'écliptique ou par le sinus de la latitude de l'étoile; en nommant donc λ cette latitude, les deux axes de la petite ellipse seront 20″,25 et 20″,25 sin λ. Si l'étoile est située au pôle de l'écliptique, on a $\lambda = 90°$ et sin $\lambda = 1$; les deux axes sont donc égaux à 20″,25 et la petite ellipse se change en un cercle comme nous l'avons vu. Le petit axe diminue ensuite à mesure que l'étoile se rapproche de l'écliptique: quand elle est située dans ce plan on a $\lambda = 0$ et sin $\lambda = 0$, la petite ellipse se réduit alors à une ligne droite, et l'étoile ne paraît plus qu'osciller de part et d'autre de sa position moyenne, en décrivant un arc dont l'étendue entière est de 40″ $\frac{1}{2}$.

En suivant le mouvement des étoiles sur ces ellipses fictives, on parvient aisément à trouver les formules qui déterminent leur aberration en ascensions droites et en déclinaisons, et qui servent à corriger leur position apparente pour avoir leur véritable lieu. Si l'on compare ces formules aux mouvements apparents des étoiles déduits de l'observation directe, on s'assure que leurs résultats concourent non-seulement dans leur marche générale, mais qu'ils s'accordent encore à donner identiquement la même quantité 20″,25 pour le coefficient principal de l'aberration. Il ne peut donc rester aucun doute sur l'exactitude de cette théorie, et les mouvements apparents des étoiles, qu'on a nommés aberration, concourent à démontrer à la fois deux phénomènes extrêmement importants dans l'astronomie physique, le mouvement annuel de la terre et la transmission successive de la lumière.

Nous n'avons eu égard jusqu'ici qu'au mouvement de la terre autour du soleil, mais le mouvement de la terre sur son centre doit produire également une déviation dans la direction de la lumière des étoiles; il s'agit de savoir seulement si cette déviation est sensible. Pour cela, considérons une étoile équatoriale; il est évident que l'aberration qui résulte du mouvement diurne sera, à celle qui provient du mouvement annuel, dans le même rapport que les vitesses de ces deux mouvements, puisque la vitesse de la lumière ne change pas, quel que soit celui des deux cas que l'on considère. Or, chaque point de l'équateur, en vertu du mouvement diurne, décrit 360° dans l'espace d'un jour; la terre, en vertu de son mouvement annuel, décrit un arc de $\frac{360^\circ}{365,25637}$ dans le

même intervalle; en nommant r le rayon de l'équateur et R le rayon moyen de l'écliptique, on a donc :

$$\text{mouv. diurne} : \text{mouv. annuel} :: r \times 360^{\circ} : R \times \frac{360^{\circ}}{365,25637}$$

d'où l'on tire $\frac{\text{mouv. annuel}}{\text{mouv. diurne}} = \frac{R}{r} \times \frac{1}{365,25637}$; si l'on nomme P la parallaxe du soleil, on aura $r = R \sin P$: nous avons supposé n° 43, $P = 8'', 6$; en substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on trouve que le mouvement annuel est plus de 65 fois plus rapide que le mouvement diurne; l'aberration due à cette dernière cause est donc 65 fois plus petite que celle qui résulte de la première; en sorte que si l'aberration annuelle est supposée de 20″25, l'aberration diurne sera de 0″,31, quantité si petite qu'elle a échappé aux observations les plus exactes, et qu'on s'est abstenu jusqu'ici d'y avoir égard. L'aberration de la lumière qui fournit l'une des preuves les plus évidentes du mouvement annuel de la terre, est donc insuffisante pour prouver son mouvement diurne.

72. Dans le chapitre où nous traitons spécialement de la figure de la terre, nous examinerons avec quelques détails l'influence qu'a dû exercer à l'origine des temps, son mouvement de rotation sur sa constitution physique; et nous verrons que ce principe, joint aux premières lois de la mécanique, suffit pour expliquer d'une manière très-vraisemblable les diverses transformations que le globe terrestre a subies depuis son état primitif jusqu'à celui où nous le voyons aujourd'hui. Mais nous ne terminerons pas ce que nous avons à dire ici sur les principales conséquences du mouvement de la terre, sans parler d'un

phénomène météorologique très-remarquable, dont le mouvement de rotation de la terre a encore donné l'explication; c'est celui des vents réguliers qui soufflent continuellement dans la même direction, dans les régions situées entre les tropiques. On sait que la cause générale des vents tient à une agitation qui se produit dans l'atmosphère par l'inégalité de température de ses parties constituantes. Suivant les lois de la statique, l'air, qui est le moins dilaté par la chaleur, et qui est par conséquent le plus pesant, doit tendre à occuper les régions atmosphériques les plus voisines de la terre, tandis que l'air plus dilaté doit s'élever dans les régions supérieures. Or le soleil, par sa présence continuelle, et par la perpendicularité de ses rayons, entretient toujours entre les tropiques une plus haute température que vers le pôle boréal ou austral; l'air échauffé des régions équatoriales s'élève, et est remplacé aussitôt par de l'air froid qui arrive des pôles; en sorte que de part et d'autre de l'équateur, il s'établit deux immenses courants, l'un venant du Nord et l'autre du Sud. La terre dans son mouvement de rotation entraîne avec elle l'air qui l'environne; si toutes les parties de l'atmosphère conservaient toujours la même densité, par leur frottement continuel sur la surface de la terre, elles se mettraient bientôt en équilibre, et chacune d'elles prenant une vitesse de rotation proportionnelle à sa latitude, elles finiraient au bout de quelque temps par tourner avec le globe, comme si elles ne formaient qu'un seul corps avec lui. Mais l'inégalité de température dans les différentes régions trouble continuellement cet état de calme; les particules d'air qui sont poussées des pôles vers l'équa-

teur ont une vitesse de rotation moindre que celle des points de la surface du globe qu'elles rencontrent sur leur passage, et le spectateur qui, entraîné par le mouvement de la terre de l'Ouest vers l'Est, vient à les rencontrer avant que l'équilibre ait pu s'établir, en reçoit la même impression que si la terre étant immobile, ces particules se portaient rapidement sur lui de l'Est à l'Ouest. C'est ainsi que des courants d'air qui ne produiraient que des vents nord ou sud, si la terre était immobile, se trouvant modifiés par son mouvement de rotation, forment en affluant dans les régions équatoriales ces vents permanents qui soufflent continuellement du nord-est dans l'hémisphère boréal, ou du sud-est dans l'hémisphère austral, et que l'on a nommés *vents alizés*.

A mesure que l'air dilaté dans les régions voisines de l'équateur, s'élève dans les parties supérieures de l'atmosphère, il repousse à droite et à gauche vers les pôles de la terre l'air qui l'environne, et il s'établit de cette manière des courants supérieurs dirigés en sens opposé à ceux qui ont lieu à la surface. Cet air des contre-courants se refroidit successivement, et redescend vers la surface de la terre pour remplir les espaces laissés vides par l'air qui s'est porté des pôles vers l'équateur; il s'établit ainsi une circulation continuelle entre les couches supérieures et les couches inférieures qui assure la permanence du phénomène. On conçoit, du reste, que les circonstances qu'il présente doivent varier avec les saisons, les circonstances locales, et les latitudes auxquelles on l'observe.

Si les molécules d'air étaient transportées tout à coup

des régions polaires vers les tropiques, l'inégalité entre leur vitesse de rotation et celle des points de la surface terrestre à cette latitude, au lieu de vents réguliers y produirait d'effroyables tempêtes, mais leur vitesse de rotation augmentant par leur contact avec la terre à mesure qu'elles s'éloignent des pôles, et les variations de cette vitesse devenant très-peu sensibles sur les parallèles voisins de l'équateur, la tendance de l'air à se porter de l'Est à l'Ouest doit diminuer à mesure qu'on se rapproche des contrées qui y sont situées, et sous l'équateur même les deux courants contraires se faisant à peu près équilibre, il y doit régner un calme constant. C'est en effet ce que confirme l'observation des *vents alizés*. Le voisinage des continents peut aussi modifier beaucoup leur force et changer même totalement leur direction; sur la côte occidentale du Mexique, de Panama à la péninsule de Californie, on a remarqué une inversion complète dans le vent alizé, et des navigateurs ont trouvé un vent d'Ouest à peu près permanent, là ou ils devaient s'attendre à voir régner le vent d'Est des régions équinoxiales. Mais tous ces faits ne doivent être regardés que comme des exceptions dues à des causes particulières, et l'explication du phénomène général fondée sur le mouvement de rotation de la terre, n'en conserve pas moins tous les caractères de la vraisemblance.

73. Nous venons de rappeler trois des plus belles découvertes qui aient été faites dans l'astronomie physique, pendant les deux derniers siècles, le mouvement de la lumière, la variation de la pesanteur, et l'aberration des

étoiles. Nous avons vu que ces deux derniers phénomènes résultaient nécessairement du double mouvement de la terre, et auraient pu parconséquent s'en déduire comme les conséquences forcées d'une vérité admise dès que le système de Copernic eut généralement prévalu dans le monde savant. Telle n'a pas été cependant la marche de ces grandes découvertes, le mouvement apparent des étoiles nommé aberration, résultat fort simple du mouvement de la terre combiné avec le mouvement progressif de la lumière, avait échappé aux savants célèbres du dix-septième siècle, et n'a été reconnu que par l'observation. Ce n'est même que cinquante ans après la découverte de ce mouvement, qu'on trouva la véritable explication du phénomène. La première idée de la diminution de la pesanteur à l'équateur; fut due uniquement à l'observation, tandis qu'elle était facile à prévoir d'après le mouvement déjà reconnu de la rotation de la terre. « C'est ainsi, dit Laplace, que la découverte des télescopes a suivi de près de trois siècles celle des verres lenticulaires et n'a été due qu'au hasard. Mais l'esprit humain, si actif dans la formation des systèmes, a presque toujours attendu que l'observation et l'expérience aient fait connaître d'importantes vérités, qu'un raisonnement fort simple eût suffi pour faire découvrir (1). »

(1) Diminution de la pesanteur à l'équateur (Richer), 1672. — Vitesse de la lumière (Roëmer), 1675. — Aberration des étoiles (Bradley), 1728.

CHAPITRE VII.

DES PLANÈTES.

Caractères qui les distinguent des étoiles fixes. — Oppositions et conjonctions. — Mouvement direct et rétrograde. — Distances des planètes au soleil. — Planètes inférieures et supérieures. — Stations et rétrogradations. — Systèmes de Copernic, de Ptolémée et de Tycho-Brahé. — Théories particulières de toutes les planètes.

74. Nous avons dit, chapitre Ier, que les planètes se distinguent des étoiles fixes par un mouvement propre, indépendant du mouvement diurne, qui leur fait occuper continuellement de nouvelles places dans le ciel. Ces astres sont au nombre de onze, savoir :

Mercure, *Vénus*, *La Terre*,
Mars, *Jupiter*, *Saturne*,
Uranus, *Pallas*, *Cérès*,
Junon, *Vesta*.

Les six premières ont été connues de la plus haute antiquité parce qu'elles sont visibles à l'œil nu, et qu'il suffit de quelques jours d'observation pour reconnaître leurs déplacements. La découverte des cinq dernières est d'une date plus récente, et elle est due à l'invention du télescope, sans le secours duquel on ne les

aurait sans doute jamais aperçues. Uranus n'a été reconnu comme planète qu'en 1781, et les premières années de ce siècle ont été signalées par la découverte successive de Cérès, Pallas, Junon et Vesta.

Les planètes, à cause de leur proximité de la terre, présentent dans les lunettes un disque marqué, tandis que les étoiles n'en ont aucun; on peut aussi les reconnaître assez facilement à la vue simple: d'abord leur lumière n'a point de scintillement comme celle de ces astres, leur éclat est plus pâle en général, plus mat que celui des étoiles, et nous reconnaîtrons en effet que les planètes ainsi que les satellites dont quelques-unes d'entre elles sont accompagnées, ne brillent que de la lumière du soleil qu'elles réfléchissent, en sorte que dans le système solaire, cet astre a seul la propriété d'être lumineux par lui-même, c'est le foyer unique d'où la clarté se répand sur le système entier.

Les planètes se distinguent entre elles par leur marche, leurs apparences physiques et leur grandeur. La plus considérable est Jupiter, dont la masse surpasse trois cent trente-trois fois celle de la terre. Vient ensuite Saturne, dont la masse est le tiers à peu près de celle de Jupiter. La masse de Vénus est à très-peu près égale à celle de la terre, enfin les deux plus petites des planètes anciennement connues sont Mercure et Mars. La masse d'Uranus ne formerait pas la huitième partie de celle de Saturne, quant aux quatre planètes nouvellement découvertes, leurs masses sont très-peu considérables, et tout porte à croire, comme on le verra, qu'elles ne sont que les fragments d'une planète plus grande, qu'une violente commotion intérieure a brisée.

Les planètes, quelque position qu'elles occupent, sont toutes renfermées, Pallas excepté, dans une zone étroite de la sphère céleste que l'on a nommée zodiaque, comme nous l'avons dit chap. 1er. Cette zone est divisée en deux parties égales par l'orbe terrestre, ou l'écliptique. Les planètes s'écartent donc toujours très-peu de ce plan, les deux points où par l'effet de leurs déplacements, chacun de ces astres traverse l'écliptique, se nomment les *nœuds* de l'orbite, la droite qui joint ces points s'appelle la *ligne des nœuds;* quand une planète perce l'écliptique en passant de la partie du ciel située au sud de ce plan, dans la partie située au nord, on dit qu'elle est dans *son nœud ascendant*, le *nœud* est appelé *descendant* quand la planète redescend de la partie septentrionale dans la partie méridionale du ciel relativement à l'écliptique.

Quand une planète se trouve avec le soleil sur le même grand cercle qui passe par les pôles de l'écliptique, et qu'elle est placée du même côté que cet astre par rapport à la terre, on dit qu'elle est en *conjonction;* elle est en *opposition* lorsque se trouvant sur le même grand cercle que le soleil, elle est placée du côté opposé relativement à la terre. Quand les cercles de latitude menés par le soleil et par une planète, forment entre eux un angle droit, la planète est en *quadrature*. Dans les conjonctions, les longitudes de la planète et du soleil sont les mêmes, mais les latitudes peuvent être très-différentes, ce qui tient à ce que les planètes ne se meuvent pas rigoureusement, comme nous venons de le dire, dans le plan de l'écliptique; la planète et le soleil passent alors en même temps au méridien, ils ont même lever et même

coucher. Dans les oppositions, les longitudes des deux astres diffèrent de 180°, la planète passe donc au méridien à minuit, et c'est alors que son éclat nous paraît le plus vif. Dans les quadratures, les longitudes de la planète et du soleil diffèrent de 90° ou de 270°, et elle passe au méridien à six heures du matin ou à six du soir.

Lorsqu'une planète vue de la terre, semble répondre successivement à divers points du zodiaque, en suivant le même ordre des signes que le soleil dans sa révolution annuelle, c'est-à-dire en allant de l'Ouest à l'Est, on dit que le *mouvement* est *direct*, le *mouvement* est *rétrograde* lorsque la planète semble avancer en sens inverse dans le zodiaque, c'est-à-dire en marchant de l'Est vers l'Ouest.

Le soleil et la lune paraissent toujours avoir un mouvement direct; mais les planètes ont toutes un mouvement direct dans une partie de leur cours et un mouvement rétrograde dans l'autre.

75. La distance au soleil n'est pas la même pour toutes les planètes. On a nommé *planètes supérieures*, celles qui sont plus éloignées de cet astre que la terre; telles sont Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et les quatre petites planètes, Cérès, Pallas, Vesta, Junon. Les planètes *inférieures* sont celles qui se trouvent situées entre le soleil et la terre, ce sont Mercure et Vénus. Voici, au reste, le tableau des différentes planètes rangées dans l'ordre de leur distance au soleil, la figure 57 nous représente la disposition du système planétaire qui en résulte.

☿	Mercure	0,387	⚳	Cérès	2,767
♀	Vénus	0,723	⚴	Pallas	2,768
⊕	La Terre	1,000	♃	Jupiter	5,203
♂	Mars	1,524	♄	Saturne.	9,539
⚶	Vesta	2,373	♅	Uranus (1)	19,183
⚵	Junon	2,667			

C'est par une étude approfondie des mouvements planétaires, et par des méthodes que nous ferons connaî-

(1) Il y a un moyen très-simple de se rappeler d'une manière suffisamment exacte, les distances des planètes au soleil.

On écrit sur une ligne horizontale la progression 3, 6, 12, etc., en la faisant précéder de zéro :

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192.

On ajoute 4 à chacun de ces nombre et on les place au-dessous des signes qui désignent les planètes principales dans l'ordre de leur distance au soleil, on aura ainsi,

4,	7,	10,	16,	28,	52,	100,	196
☿,	♀,	⊕,	♂,	⚳,	♃,	♄,	♅.

Ce tableau indique que si 10 est la distance de la terre au soleil, 4 sera celle de Mercure, 7 celle de Vénus, 16, 52, 100, 196 les distances respectives de Mars, Jupiter, Saturne et Uranus au même astre. La loi précédente avait été remarquée lorsqu'on ne connaissait encore que les anciennes planètes, et l'on avait pensé qu'il devait exister une planète inconnue entre Mars et Jupiter pour remplir la place restée vide dans la série des nombres; la découverte des petites planètes Cérès, Pallas, Junon, Vesta, est venue pleinement confirmer cette prévision.

tre, et qui ont exigé quelquefois toutes les ressources de l'astronomie théorique et pratique, que l'on est parvenu à fixer avec exactitude les nombres dont nous venons de présenter le tableau, mais il était nécessaire d'en avoir une idée avant de nous occuper de l'histoire particulière de chaque planète. On conçoit en effet que cette variété dans les distances de ces astres au soleil, et par conséquent à la terre, doit avoir une grande influence sur les idées que nous pourrions nous former de leur constitution physique, ou des lois qui les régissent, d'après leur grandeur, leur éclat ou leurs mouvements apparents. C'est là, en effet, comme on le verra, la principale cause de la diversité des phénomènes que leur marche nous présente, et qui ont si longtemps embarrassé les astronomes jusqu'au dix-septième siècle, où Copernic en donna la véritable explication.

En effet, tous les mouvements de ces astres que nous avons nommés planètes à cause de leur mobilité, vont nous paraître irréguliers, bizarres, souvent même inintelligibles, tant que nous regarderons la terre comme le centre fixe autour duquel ces mouvements s'effectuent; mais ils nous sembleront, au contraire, d'une parfaite régularité et soumis à une loi commune du moment que nous nous transporterons dans le soleil pour les observer. Il convient donc avant de nous, occuper d'aucun d'eux en particulier, de nous former à l'avance une idée exacte des phénomènes généraux que doit présenter à un observateur placé à la surface de la terre, une planète qu'on supposerait tourner autour du so-

leil dans une orbite à peu près circulaire. L'étude spéciale que nous ferons ensuite de chaque planète en deviendra plus facile, et il nous suffira alors d'exposer successivement les phénomènes observés, pour que chacun puisse aussitôt reconnaître les mouvements réels à travers les illusions que les mouvements apparents peuvent produire.

On distingue quatre espèces de révolutions planétaires: la révolution *tropique* ou l'intervalle compris entre les retours d'une planète au même équinoxe pour un spectateur placé au centre du soleil; la révolution *sidérale*, ou le temps qu'elle lui paraîtrait employer à revenir à la même étoile; la révolution *anomalistique*, ou l'intervalle que met la planète à revenir au même point de son orbite; enfin, la révolution *synodique* est l'intervalle qui ramène, pour un observateur placé au centre de la terre, la planète en conjonction avec le soleil; le mouvement propre d'une planète se nomme *géocentrique* ou *héliocentrique*, selon qu'il est vu du centre de la terre ou du centre du soleil.

76. Il existe entre les distances des planètes au soleil, et les mouvements qui les transportent dans les divers lieux du ciel, une relation générale dont nous parlerons plus tard, et qui permet de déterminer le moyen mouvement d'une planète dans un temps donné, lorsque sa distance au soleil est connue, et réciproquement; mais, pour le moment, il nous suffira d'énoncer comme un fait qui résulte des premières observations du cours des planètes, que le moyen mouvement de chacun de ces astres est d'autant plus rapide que l'astre est plus voisin du soleil, en sorte que les plus éloignés sont à la fois ceux qui se

meuvent le plus lentement, et qui ont les plus grands espaces à parcourir pour accomplir une révolution entière, ou pour revenir au même point du ciel dont ils étaient partis (1).

Cela posé, considérons d'abord une planète inférieure, c'est-à-dire une planète dont la distance au soleil est moindre que celle de la terre, Mercure ou Vénus, par exemple. L'orbite que la planète est supposée décrire autour du soleil, sera enveloppée de toutes parts par l'orbite de la terre ou par l'écliptique; soit donc S le soleil (*fig.* 58 bis), *abcd* l'orbe de la planète, ABCD celui de la terre, LMNPQ le zodiaque. La planète étant en *a*, la terre en A, l'observateur placé à sa surface rapportera la planète au point L du zodiaque ; quelques jours après, la planète étant passée au point *b*, et la terre, qui se meut plus lentement, étant parvenue au point B, la planète paraîtra avoir décrit sur le zodiaque l'arc LH d'un mouvement rétrograde, c'est-à-dire dirigé d'Orient en Occident, ou contre l'ordre des signes. Dans l'intervalle que la planète a mis à passer du point *a* au point *b*, il y a eu un moment où elle s'est trouvée sur la même ligne droite avec le soleil et la terre; la planète passait alors au méridien à midi en même temps que le soleil; son lever et son coucher coïncidaient avec ceux de cet astre; elle était donc confondue dans ses rayons et devait être invisible pour l'observateur. La planète était alors en conjonction, et

(1) Ainsi la distance de Jupiter au soleil étant 5,203 fois celle de la terre, la durée de sa révolution est de 4332 j. 58 ou de près de 12 années, et celle de Saturne au même astre étant 9,539 fois celle de la terre, la durée de sa révolution est de 10759 j. 21, ou de 29 ans et demi à peu près.

comme elle se trouvait plus voisine de la terre que le soleil, cette conjonction se nomme *conjonction inférieure*. La terre étant arrivée en C et la planète en *c*, de sorte que le rayon visuel Cc soit tangent à l'orbite de la planète, elle paraîtra pendant quelques jours se mouvoir sur cette droite qui se confond dans cet intervalle avec l'élément de la courbe que la planète décrit; l'observateur la rapportera donc pendant quelques jours au même point du ciel, elle lui paraîtra à très-peu près immobile, et l'on dit alors qu'elle est *stationnaire*. Lorsque la planète, en passant de *c* en *d*, s'est trouvée sur la même ligne droite que le soleil et la terre, et plus éloignée de la terre que le soleil, on dit qu'elle était en *conjonction supérieure*. Tandis que la planète a marché de *c* vers *d*, elle paraît avoir décrit sur l'écliptique l'arc NQ d'Occident en Orient, ou selon l'ordre des signes, elle semblera donc avoir un *mouvement direct* depuis le point où elle était stationnaire jusqu'à la conjonction supérieure, et ce mouvement *direct* continuera jusqu'à ce que la planète soit arrivée en *e* et la terre en E, en sorte que le rayon visuel E*e* soit tangent à l'orbe de la planète. Alors son mouvement, qui s'est ralenti de plus en plus, semblera avoir cessé tout à fait; la planète paraîtra *stationnaire* pendant quelques jours, puis elle repassera du mouvement direct au mouvement rétrograde en s'avançant vers la conjonction inférieure, suivant les mêmes lois que dans la révolution précédente.

Si la terre conservait toujours la même position dans l'écliptique, tandis que la planète accomplit sa révolution dans son orbite, l'observateur placé sur le globe en X, par exemple, verrait la planète décrire dans le zodiaque

un arc peu considérable, tantôt d'un côté du soleil, tantôt du côté opposé; elle lui paraîtrait donc ne point s'écarter de cet astre et ne faire autour de lui que des oscillations d'une étendue limitée, comme le balancier d'une pendule autour du point de suspension. Or, il est aisé de concevoir, d'après ce que nous venons de dire, que le mouvement de la terre ne fait que changer légèrement ces apparences et agrandir l'étendue des oscillations qu'on observerait si la terre était immobile; les planètes inférieures doivent donc nous paraître comme des satellites qui accompagnent toujours le soleil et qui ne font que de courtes excursions des deux côtés de cet astre, d'un mouvement tantôt direct, tantôt rétrograde, le passage d'un de ces états à l'autre étant toujours précédé d'un moment où la planète paraît stationnaire. Il est encore à remarquer que toutes les apparences que nous offre le mouvement des planètes inférieures, seraient exactement représentées, en supposant la terre immobile, le soleil circulant autour d'elle dans l'écliptique, et en faisant mouvoir la planète dans une orbite dont le soleil occuperait le centre. Cette dernière explication des diverses circonstances du mouvement des planètes inférieures est celle qui se présente d'abord à l'esprit, mais elle ne s'appliquerait pas au mouvement des planètes supérieures, et c'est sans doute pour établir l'uniformité entre toutes les parties du système que les premiers astronomes eurent recours à d'autres hypothèses.

77. Considérons maintenant une planète supérieure dont ABCD (*fig.* 58) représentera l'orbite, *abcd* étant celui de la terre. La terre étant en *a*, supposons la planète en A; en prolongeant jusqu'au ciel le rayon visuel A*a*, la planète

nous paraîtra au point L du zodiaque; si pendant que la planète passe de A en B, la terre demeurait immobile, elle nous paraîtrait alors correspondre au point M; mais pendant que la planète décrit l'arc AB, la terre, dont le mouvement est beaucoup plus rapide, passe du point *a* au point *b*, et la planète paraît avoir décrit sur le zodiaque l'arc LH beaucoup plus grand que LM, en sorte que le mouvement de la terre semble s'ajouter au mouvement de la planète; dans cet état la planète se meut dans l'ordre des signes, son mouvement est donc direct, et le mouvement de la terre doit nous le faire supposer plus grand qu'il ne l'est en effet. Entre les positions A et B, la droite qui joint la terre et la planète a passé par le soleil; la planète était alors dans sa conjonction, se levant et passant au méridien au même instant que le soleil; elle devait donc disparaître dans les rayons de cet astre et demeurer invisible pour l'observateur placé à la surface de la terre.

La terre étant parvenue au point *c* et la planète en C, de manière que la droite C*c* soit tangente à l'orbite *abcd*, pendant le temps que la terre décrira l'arc *cc'*, qui semble confondu avec la tangente C*c*, la planète pouvant être considérée comme immobile, nous la rapportons à peu près au même point N du ciel, et pendant quelques jours, par conséquent, la planète nous paraîtra *stationnaire*.

Mais la terre étant arrivée au point *d* et la planète en D, nous la rapporterons au point O du zodiaque, et elle nous paraîtra avoir *rétrogradé* suivant l'arc NO, quoique son mouvement, vu du centre du soleil, ait été constamment dirigé dans l'ordre des signes. Le mouvement

continue à être rétrograde les jours suivants, la terre étant en *t*, et la planète en T, elle sera en opposition avec le soleil, elle passera au méridien à minuit, et brillera de son plus grand éclat; les jours suivants la planète paraîtra rétrograder de plus en plus jusqu'à ce que la terre étant arrivée en *e*, la planète en E, la droite qui les joint devient de nouveau tangente à l'écliptique, la planète paraît alors quelques jours stationnaire, comme lorsque la terre était au point *c*, et elle reprend ensuite son mouvement direct jusqu'à ce que le rayon visuel qui la comprend, soit de nouveau tangent à l'orbite terrestre.

78. Ainsi donc par la seule disposition du système solaire, et les rapports des moyens mouvements planétaires entre eux, les planètes supérieures comme les planètes inférieures, doivent nous paraître tour à tour *directes*, *stationnaires*, ou *rétrogrades*; mais une distinction importante existe entre ces mouvements, les planètes supérieures peuvent s'écarter à toutes les distances angulaires du soleil, tandis que les planètes inférieures ne s'en éloignent jamais au delà de certaines limites; leur plus grand écart qu'on nomme *digressions* ou *élongations* est l'angle sous lequel le rayon de l'orbite qu'elles décrivent autour du soleil serait vu de la terre (1). Il suit de là qu'une planète inférieure ne peut jamais se trouver en opposition avec le soleil, c'est-à-dire placée de

(1) Dans le triangle STP (*fig.* 59) formé par les droites qui joignent les centres du soleil, de la terre et de la planète, les trois côtés sont les distances variables du soleil, de la terre et de la planète. L'angle au soleil TSP se nomme *commutation*, l'angle à la terre STP est l'*élongation*, enfin l'angle à la planète SPT est la *parallaxe annuelle* ou *parallaxe du grand orbe*, c'est l'angle sous lequel le

manière que la terre soit interposée entre elle et cet astre, ainsi que cela arriverait si la terre était le centre de son mouvement comme elle l'est de ceux de la lune.

Le mouvement rétrograde pour les planètes inférieures précède et suit la conjonction inférieure ; ces planètes sont directes dans le reste de leur cours. Les planètes supérieures sont directes dans les conjonctions et rétrogrades avant et après les oppositions.

Le passage du mouvement direct au mouvement rétrograde, et réciproquement du mouvement rétrograde au mouvement direct, est précédé d'un moment où la planète paraît immobile, c'est ce qu'on appelle sa *station*. On a vu que ce phénomène dépend uniquement de la position relative de la terre et de la planète, et ne tient à aucune circonstance particulière qui ralentisse son mouvement. L'arc compris entre les deux stations et que la planète semble décrire par un mouvement contraire à l'ordre des signes, se nomme l'*arc de rétrogradation*. Cet arc n'est pas le même pour toutes les planètes, il dépend de leur distance au soleil, et il est d'autant plus considérable que la planète est plus éloignée de cet astre.

Dans tout ce que nous venons de dire nous avons supposé que les orbites des planètes étaient des cercles, et que leurs mouvements s'effectuaient sur le plan de l'écliptique; cette hypothèse n'est pas rigoureusement

rayon de l'écliptique serait vu du centre de la planète. Dans le triangle SPT, on peut calculer toutes les parties du triangle, quand un côté et deux autres parties sont connus. Vu des étoiles, le triangle compris entre le soleil, la terre et la planète, ne paraîtrait qu'un seul et même point.

exacte, les orbes planétaires s'écartent tant soit peu de la figure circulaire, et les plans qui les renferment sont légèrement inclinés au plan de l'écliptique. Mais les petites différences entre notre supposition et la réalité n'apportent que de faibles modifications dans les phénomènes, et elles ne peuvent les altérer d'une manière très-sensible. Ainsi donc ces changements de direction que l'observateur placé sur la terre remarque dans les mouvements des planètes ne sont qu'apparents. Du centre du soleil ces mouvements paraîtraient tous dirigés dans le même sens de l'*Orient à l'Occident*; les inégalités que nous y remarquons résultent de la position et des mouvements de la terre d'où nous les observons, et ces phénomènes sont aussi simples lorsqu'on regarde avec Copernic le soleil comme le centre du système planétaire, qu'ils ont dû paraître compliqués aux premiers observateurs du point de vue d'où ils les considéraient.

79. Les anciens astronomes supposaient la terre immobile, et faisaient tourner autour d'elle le soleil et les planètes; le soleil dans un orbite circulaire, les planètes dans des cercles dont les centres mobiles roulaient eux-mêmes sur d'autres cercles qui avaient, comme l'orbe solaire, la terre pour centre. Ptolémée adopta cette hypothèse qu'il trouva établie par ceux qui l'avaient précédé, il la perfectionna et en fit un système complet auquel il a donné son nom. Il est curieux de voir comment on était parvenu à expliquer dans ce système les irrégularités apparentes des mouvements planétaires. Supposons qu'il s'agisse d'une planète supérieure que nous concevrons en mouvement sur le cercle OQ (*fig.* 60) dont le centre décrit le cercle CB. Le cercle mobile OQ est ce

qu'on nomme en géométrie un *épicycle*. Au moment de l'opposition plaçons la terre en T, le soleil en S, et la planète qui brille alors de son plus grand éclat, dont le diamètre apparent est à son *maximum* et qui est par conséquent dans sa plus courte distance à la terre, sur le prolongement de la ligne ST en O. Supposons que quelques jours après le soleil se trouve en S′ et que le centre de l'épicycle avance de C en B. Si la planète avait conservé sa première position, elle se trouverait en O′ sur la ligne TB; mais Ptolémée, pour expliquer sa rétrogradation apparente dans le voisinage de l'opposition, suppose qu'elle parcourt le cercle OC d'un mouvement dirigé dans le même sens que celui du centre de l'épicycle, c'est-à-dire, en avançant de O′P′; et pour trouver sa position il mène le rayon BP′ parallèle à TS′ et place la planète en P′, en sorte qu'elle paraît avoir décrit l'arc O′P′ dans le même intervalle que met le centre de l'épicycle à passer de C en B′. En supposant donc que le premier mouvement soit beaucoup plus rapide que le second dans le voisinage de l'opposition, l'arc OO′ étant très-petit, la planète correspondra à un point du ciel placé à l'occident du point O, elle paraîtra donc avoir rétrogradé. A mesure que la planète s'éloigne de l'opposition, la vitesse de son mouvement rétrograde semble diminuer; elle se réduit enfin à zéro, et après être restée quelques heures ou quelques jours stationnaire, la planète reprend son mouvement direct. Lorsqu'elle se trouve dans le prolongement de la droite menée du soleil à la terre et dans le point le plus élevé de son épicycle, elle est alors à sa plus grande distance de nous, et son mouvement propre, s'ajoutant à celui du

centre de l'épicycle pour former son mouvement apparent, ce mouvement est direct et le plus grand possible. Il diminue ensuite progressivement à mesure que la planète redescend vers le point O. devient nul, et se change en un mouvement rétrograde lorsqu'elle revient vers l'opposition. Or, pour qu'à chaque nouvelle opposition la planète se retrouve au point le plus bas de son orbite, ou dans sa plus grande proximité de la terre, conformément à ce qu'indique l'observation de sa lumière et de ses diamètres, il faut supposer qu'elle décrit l'épicycle dans l'intervalle de deux oppositions; si le centre de l'épicycle était immobile, il est clair que cet intervalle serait celui d'une révolution du soleil; mais, comme ce centre varie dans cet espace de temps, il faudra que le mouvement de la planète soit l'excès du mouvement du soleil sur celui du centre de son épicycle, pour qu'elle se retrouve toujours au point le plus bas de son orbite, au moment de l'opposition. Ptolémée donnait au centre de l'épicycle le mouvement qui ramène la planète à la même position sidérale; son mouvement sur l'épicycle était donc la différence du mouvement moyen du soleil au mouvement moyen de la planète, et c'est ce qui résulte en effet de la construction par laquelle il détermine sa position; car en prolongeant BT jusqu'en B′ on a P′BO′=S′TB′=STS′—STB′=S′TS—BTC.

Dans le système de Copernic, le soleil étant immobile en S, soient au moment de l'opposition la terre en T, la planète en O; au bout d'un temps quelconque supposons la terre en T′ et la planète en P, formons en joignant ces trois points le triangle ST′P, l'angle PST′ est égal au mouvement de la terre, moins celui de la planète

dans leurs orbites respectives, cet angle est donc précisément égal à l'angle TBP′, et l'on voit que le triangle TP′S′ a ses trois côtés parallèles à ceux du triangle SPT′, en sorte qu'ils sont semblables, et même identiquement égaux si l'on suppose ST=BO′, c'est-à-dire le rayon de l'épicycle qui est arbitraire, égal au rayon de l'orbite terrestre. Ainsi, l'angle à la terre S′TP′, dans le système de Ptolémée, devait être continuellement égal à l'angle STP dans le système de Copernic, et déterminé par conséquent par les mêmes formules.

Pour les planètes inférieures, on peut expliquer de même leurs stations et leurs rétrogradations, il suffit de supposer (fig. 61) que les centres des épicycles qu'elles décrivent, se meuvent sur des cercles tracés de la terre comme centre et avec des vitesses égales à celle du soleil dans son mouvement annuel. On voit que, par cette supposition, le centre C de l'épicycle, le soleil S et la terre T, se trouvent toujours sur la même ligne droite, et la planète est continuellement renfermée dans l'angle compris entre les deux tangentes menées de la terre à son épicycle, la grandeur de cet angle dépendant du rapport qu'on établit entre le rayon de l'épicycle et le rayon du cercle sur lequel son centre se meut. On voit ainsi pourquoi les planètes inférieures ne font qu'osciller autour du soleil dans des limites qu'elles ne peuvent franchir, et l'on explique avec la même facilité leurs mouvements alternativement directs et rétrogrades, en supposant que, placées au point le plus bas au moment de la conjonction, elles décrivent l'épicycle avec une vitesse égale à l'excès de leur mouvement propre sur le mouvement du soleil.

Les anciens astronomes ont donc pu rendre compte

d'une manière satisfaisante des mouvements apparents des planètes, de leurs stations, de leurs rétrogradations, etc., et déterminer, même par des formules exactes, les durées et l'étendue de ces mouvements. Pour cela, il suffisait de connaître le rapport du rayon de l'épicycle à celui du cercle sur lequel il se meut, rapport qui est le même que celui des distances moyennes de la planète au soleil et à la terre, et que Ptolémée détermina par l'observation des mouvements avec une exactitude suffisante. Mais comme il n'avait en sa puissance aucun moyen de mesurer les distances absolues, il choisit arbitrairement les rayons des épicycles, en ayant soin seulement de disposer les planètes entre elles dans l'ordre de la durée de leur révolution, jugeant avec raison que les plus éloignées étaient celles dont les conjonctions revenaient à de plus grands intervalles. Il plaça donc Mercure et Vénus au-dessous du soleil et au-dessus de la lune, qui en occultant fréquemment les étoiles, le soleil et les planètes, montrait assez qu'elle était plus rapprochée de nous que ces astres, vinrent ensuite Mars, Jupiter et Saturne; cet arrangement satisfaisait à l'explication de tous les phénomènes connus de son temps, mais l'observation des phases des planètes que l'invention des lunettes a fait découvrir, rend ce système non-seulement insuffisant, mais encore tout à fait inadmissible. Ainsi en plaçant les épicycles de Vénus et Mercure entre le soleil et la terre, il est clair que, dans les conjonctions supérieures comme dans les conjonctions inférieures, ces deux planètes doivent passer comme des points noirs sur le disque du soleil, nous avons vu au contraire qu'il n'y a de passage que dans les conjonctions inférieures, et que dans les conjonctions su-

périeures le disque solaire nous paraît entièrement éclairé, ce qui prouve que les orbites de ces deux planètes embrassent nécessairement le soleil, et que par conséquent il est le centre de leurs mouvements.

80. On a remarqué toutefois qu'une correction bien simple suffirait pour rendre au système de Ptolémée une exactitude exigée par les observations modernes; il suffirait de donner pour rayons aux cercles que décrivent les centres des épicycles de chacune des planètes inférieures, la distance du soleil à la terre, et aux épicycles eux-mêmes la distance de la planète au soleil. Quant aux planètes supérieures, on supposerait les rayons de leurs épicycles égaux à la distance de la terre au soleil, et l'on donnerait pour rayons aux cercles sur lesquels ils se meuvent, la distance de la planète au soleil; ce changement est permis, puisque, dans son système, Ptolémée fixe seulement le rapport des rayons des épicycles aux distances de leur centre à la terre, et n'indique pas leur grandeur absolue. On voit que, par cette correction, les planètes inférieures circulent autour du soleil qui les emporte avec lui dans son mouvement annuel, et nous avons fait observer n° 76 que les phénomènes que nous présentent leurs mouvements pouvaient s'expliquer aussi bien dans cette hypothèse ou dans celle où l'on suppose, avec Copernic, le soleil immobile et la terre en mouvement autour de lui. Quant aux planètes supérieures, rien de ce que nous avons dit sur les mouvements alternativement directs et rétrogrades des planètes dans ce système ne sera changé, et l'on peut voir d'ailleurs que cette correction revient à supposer que les planètes supérieures se meuvent comme les planètes in-

férieures autour du soleil qui les entraîne dans son mouvement autour de la terre, ce qui établit une parfaite analogie entre tous les mouvements. En effet, le rayon de l'épicycle (*fig.* 60) étant supposé égal à la distance de la terre au soleil, si la planète est en P′ le soleil en S′, BP′ sera parallèle et égal à TS′, et la figure S′TBP′ sera un parallélogramme dont la diagonale TP′ représentera la distance de la planète à la terre regardée comme immobile. En supposant donc que, lorsque le soleil passe de S en S′, la planète se trouve sur le prolongement de la droite S′P′ qui forme avec le rayon TS un angle TS′P′ =TBP′, c'est-à-dire égal à l'excès du mouvement du soleil sur celui de la planète, ou, en d'autres termes, à son mouvement relatif, et en prenant S′P′ égal à la distance moyenne de la planète au soleil, on aura sa position en P′. On voit donc que par cette construction on pourra fixer à chaque instant le lieu de la planète sur l'orbite qu'elle sera censée décrire autour du soleil qui l'emportera dans son mouvement autour de la terre, et par cette construction l'extrémité P′ du rayon S′P′ décrit réellement l'épicycle autour du point mobile B. On voit encore que dans cette hypothèse le triangle S″TP′ devient parfaitement égal à SPT′, puisque S′P′ étant égal à SP, ces deux triangles ont alors un côté égal adjacent à deux angles égaux, tandis que dans l'hypothèse de Ptolémée, le rayon BP′ de l'épicycle étant arbitraire, le triangle P′B′T n'était que semblable au triangle SPT′.

Le système qui fait mouvoir le soleil avec toutes les planètes qui l'environnent autour de la terre immobile, est celui qu'imagina Tycho-Brahé et qui porte son nom, on voit donc que par une correction très-simple on y

ramène immédiatement celui de Ptolémée, et l'on fait disparaître alors le principal reproche qu'avait encouru ce dernier système, celui de faire mouvoir dans des cercles arbitraires des corps aussi pesants que les planètes autour de centres imaginaires et dépourvus, par conséquent, d'aucune force capable de balancer la force centrifuge résultant d'un pareil mouvement de translation. Mais le système de Tycho-Brahé a des inconvénients d'une autre espèce, il fait mouvoir autour de la terre le soleil et tout son cortége de planètes, c'est-à-dire des corps qui, réunis entre eux, forment une masse qui surpasse de près de 1,400,000 fois celle de la terre, ce qui choque toute idée de vraisemblance. Les courbes que décrivent les planètes supérieures et les planètes inférieures n'ont plus entre elles aucune relation commune, l'harmonie qui doit résulter de l'homogénéité et former le premier caractère des vraies lois de la nature n'existe plus dans ce système; enfin on est encore obligé, pour ne pas tomber dans des suppositions trop absurdes, de donner à la terre son mouvement de rotation diurne autour de son axe, et alors on ne voit pas pourquoi on ne lui accorderait pas le mouvement annuel autour du soleil qui paraît au premier abord beaucoup moins choquant. Enfin, si l'hypothèse de l'immobilité de la terre a pu être admise par les premiers astronomes comme la plus simple pour expliquer les mouvements apparents des corps célestes, la complication qu'il a fallu successivement donner aux différentes parties du système qui en résulte pour rendre raison des circonstances nouvelles que l'observation a fait découvrir, lui a fait perdre même cet avantage, et la supposition qui fait mouvoir

la terre et les autres planètes autour du soleil immobile, est à la fois celle qui satisfait le mieux à l'ensemble des phénomènes, et qui les explique de la manière la plus claire et la plus vraisemblable.

Après ces considérations sur les mouvements planétaires en général, nous allons étudier chacune des planètes en particulier; nous commencerons par les planètes principales que nous placerons dans l'ordre de leurs distances au soleil. Comme l'étude de ces astres est l'un des objets les plus importants de l'astronomie théorique et pratique, nous entrerons sur ce sujet dans tous les développements que la question exige.

PLANÈTES INFÉRIEURES.

MERCURE.

81. Lorsqu'à certaines époques de l'année on porte ses regards vers l'Occident, on aperçoit un astre qui se couche peu après le soleil. Le jour suivant on le voit se dégager graduellement des rayons du crépuscule où d'abord il était plongé, s'écarter de plus en plus du soleil jusqu'à ce qu'il en soit éloigné d'environ 22° ½; arrivé à cette limite, il revient vers lui; quand il n'en est plus qu'à 18° de distance, il paraît un moment stationnaire, puis continue sa marche rétrograde et finit par se replonger le soir dans la lumière crépusculaire. Après y être demeuré quelques jours invisible on revoit le même astre le matin, précédant de quelques instants le soleil, il s'en éloigne de nouveau les jours suivants jusqu'à ce

qu'il en soit écarté d'environ 18°, il paraît alors un moment stationnaire, puis après avoir atteint la limite de 22° ½, on le voit revenir vers le soleil, disparaître dans les rayons du crépuscule et reparaître du côté opposé les jours suivants. L'intervalle entre les retours de la planète à la même position, par rapport au soleil, est de 106 à 130 jours, la durée moyenne de la rétrogradation de 22 j. 12 h. et l'arc parcouru de 12°33'.

L'astre dont nous venons de suivre la marche, c'est Mercure. Cette planète paraît donc comme une espèce de satellite qui oscille de chaque côté du soleil, mais qui s'en éloigne peu, ce qui le rend très-difficile à observer, parce qu'il est presque toujours caché dans ses rayons ou confondu dans la lumière crépusculaire. L'apparente irrégularité de la marche de Mercure n'a rien qui puisse nous étonner, car ces apparences sont celles que doit nous présenter une planète dont la distance au soleil est moindre que celle de la terre au même astre. En effet, nous avons vu que par l'effet du mouvement de la terre, les planètes inférieures devaient nous paraître comme des satellites qui ne font que de légères oscillations autour du soleil, visibles le soir à l'occident, après son coucher, ou le matin à l'orient avant son lever, tantôt directes, tantôt stationnnaires, tantôt rétrogrades, quoique ces changements de direction n'aient rien de réel. Vus du centre du soleil les mouvements de toutes les planètes seraient directs ou dirigés dans le même sens que celui du soleil. Dans de fortes lunettes, Mercure présente des phases analogues à celles de la lune; sa forme ordinaire est celle d'un croissant dont les cornes sont opposées au soleil. Les observations micrométriques mon-

trent que son diamètre est variable, et que par conséquent cette planète n'est pas toujours à la même distance du soleil. Ces variations dépendent de sa position par rapport à cet astre et de la direction de son mouvement. La distance de Mercure au soleil est la plus grande possible quand il se confond le matin dans les rayons crépusculaires, ou que le soir il s'en dégage ; elle est à son *minimum* quand il disparaît le soir dans ces rayons ou qu'il en paraît sortir le matin. Le diamètre apparent varie avec les distances ; sa valeur à la distance moyenne est de 6″02.

Quelquefois dans l'intervalle qui s'écoule entre la disparition et la réapparition de cette planète, on aperçoit sur le disque du soleil une tache qui est formée par l'ombre qu'elle y projette, et qui montre ainsi que ses phases, qu'elle n'est point lumineuse par elle-même et qu'elle emprunte à cet astre la clarté dont elle brille. Toutefois ce phénomène ne se reproduit pas à chaque révolution, parce qu'il exige le même concours de circonstances que celui des éclipses du soleil par la lune ; il faut que les deux astres aient la même latitude, ou qu'ils se trouvent à très-peu près sur le même rayon visuel parti de la terre. Les périodes qui le ramènent sont de 6, de 7, de 13, de 46 et 263 ans. Il est facile d'ailleurs de fixer l'instant d'un passage d'après la latitude de la planète qu'on trouve dans toutes les éphémérides.

En rapprochant ces faits fournis par l'observation, de ce que nous avons dit n° 76, on reconnaît que Mercure circule autour du soleil dans une orbite qui est enveloppée de toutes parts par celle que décrit la terre dans son mouvement annuel. Dans ses conjonctions supérieu-

res, la planète reçoit toute la lumière du soleil, et elle doit nous paraître dans son plein, mais c'est alors qu'elle est le plus éloignée de nous ; dans les quadratures nous n'apercevons qu'une moitié de son disque éclairé, c'est alors qu'elle apparaît le matin et le soir avant le lever ou après le coucher du soleil sous la forme d'un croissant ; enfin, dans les conjonctions inférieures, la planète étant placée entre cet astre et nous, son disque éclairé est tout entier tourné du côté opposé à la terre, et c'est alors qu'on la voit parfois passer comme un point noir sur le disque solaire. Ces passages rendent plus facile l'observation des conjonctions inférieures, et les astronomes s'en servent pour arriver à une connaissance de plus en plus exacte de toutes les circonstances du mouvement de la planète; quant aux conjonctions supérieures, elles sont presque impossibles à observer.

C'est par ce moyen, et par une étude suivie d'un grand nombre de ses révolutions, qu'on est parvenu à s'assurer que l'orbite de Mercure est une ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers Le demi-grand axe de cette ellipse ou la distance moyenne de la planète au soleil, forme les $^2/_5$ environ de la distance de la terre au même astre ; son excentricité surpasse celle des orbites de toutes les autres planètes anciennement connues, elle est égale à 0,2055141 de la distance moyenne de la planète au soleil ; le plan qui la renferme est incliné de 7° à l'écliptique; enfin la durée d'une révolution entière de Mercure est de $87^{j}\cdot 23^{h}\cdot 14' 34''$.

On a dû chercher à reconnaître si cette planète avait comme la terre, le soleil et la lune, un mouvement de rotation sur elle-même; mais c'était là un

point que sa proximité des rayons solaires, rendait difficile à constater. Cependant on a remarqué qu'une des pointes du croissant qu'elle nous présente, manquait quelquefois, ce qui semble annoncer l'existence de hautes montagnes à sa surface, comme nous l'avons expliqué relativement à la lune. L'intervalle entre deux disparitions de la pointe du croissant, indiquerait dans ce cas le temps que la montagne emploie à revenir à la même position ; et c'est de cette manière que l'on a reconnu que la durée de la révolution de Mercure autour de son centre, était de 24 h. 5′ à peu près. L'axe de rotation fait avec l'écliptique un angle considérable.

Quant à la constitution physique de cette planète, elle doit être très-différente de celle de notre globe, car, si la terre se trouvait à la même distance du soleil, l'eau de la mer se dissiperait en vapeur, et tous les métaux qui sont à la surface de la terre entreraient en fusion. Mercure paraît être enveloppé d'une atmosphère assez dense ; l'observation des ombres que semblent projeter les montagnes qui couvrent son disque, montre qu'elles sont énormes comparativement à celles de la terre ; ainsi, pour en donner une idée, la hauteur du Chimboraço est $\frac{1}{1017}$ du rayon de la terre, les montagnes de la lune sont $\frac{1}{914}$ du rayon lunaire, celles de Mercure s'élèveraient à $\frac{1}{126}$ du demi-diamètre de la planète. Ces montagnes sont placées dans l'hémisphère austral comme sur la terre et sur Vénus. Mercure ne paraît point avoir d'aplatissement sensible, le plan de son équateur fait un angle considérable avec celui de l'orbite, il en doit résulter par conséquent de grandes différences dans les jours et dans les saisons à la surface de cette planète.

Mercure est difficile à apercevoir à l'œil nu dans les climats septentrionaux comme le nôtre, Delambre dit ne l'avoir aperçu à la vue simple que deux fois ; et Copernic qui en a dressé des tables, n'avait jamais pu le voir. Les observations de cet astre, même avec le secours des instruments, présentent beaucoup de difficultés à cause de sa petitesse, de son éloignement de la terre, et de sa proximité des rayons solaires.

VÉNUS.

82. Après Mercure, vient Vénus, dans l'ordre des distances des planètes au soleil. Cet astre est le plus brillant de ceux que nous présente la sphère céleste. On l'a désigné sous différents noms qui rappellent cette propriété ; on le nomme l'*étoile du berger*, l'*étoile du soir* ou *Vesper*, quand on l'aperçoit le soir quelques instants après le coucher du soleil; l'*étoile du matin* ou *Lucifer*, quand il paraît le matin peu de temps avant le lever de cet astre qu'il semble précéder.

La marche de Vénus offre à peu près les mêmes phénomènes que celle de Mercure, seulement ses oscillations de part et d'autre du soleil, sont plus étendues et leur durée est plus considérable. En l'observant plusieurs jours de suite, lorsqu'on commence à l'apercevoir à l'Occident un peu après le coucher du soleil, on voit la planète s'éloigner de plus en plus de cet astre, jusqu'à ce qu'elle s'en soit écartée d'environ 45°42'; arrivée à cette limite elle reste un moment stationnaire, et paraît ensuite revenir vers le soleil, se replonge le soir dans ses rayons, et après y être demeurée quelque temps invisible, reparaît le matin de l'autre côté de cet astre, qu'elle ne précède

d'abord que de peu d'instants sur l'horizon, mais dont elle s'éloigne de plus en plus les jours suivants, jusqu'à ce qu'elle s'en soit écartée de 45°42′; elle paraît alors un moment stationnaire, puis revient vers le soleil, se lève chaque jour plus tard, et finit par se perdre dans les rayons du crépuscule. Après y être restée cachée quelques jours, on voit la planète reparaître comme la première fois à l'Occident à quelque distance du soleil, et recommencer son cours accoutumé en reproduisant les mêmes phénomènes.

Ces apparences sont celles que doit nous présenter le mouvement d'une planète dont la distance au soleil est moindre que celle de la terre au même astre.

La durée d'une oscillation entière ou des retours de Vénus à la même position relative au soleil, est de 584 j.; ses plus grandes digressions ou distances angulaires au soleil varient de 45° à 48°; la rétrogradation commence lorsqu'en se rapprochant le soir du soleil, elle n'en est plus éloignée que de 29°, elle se termine lorsque la planète est arrivée à la même distance de l'autre côté du soleil en s'en écartant le matin. La durée moyenne de la rétrogradation est de 42 j., l'arc parcouru de 15° 53′.

Vénus revient en conjonction tous les 584 j., et sa longitude augmente dans l'intervalle de 216°; après cinq conjonctions consécutives, sa longitude est donc augmentée de $5 \times 216° = 3 \times 360°$, c'est-à-dire d'un nombre entier de circonférences, elle est donc la même qu'au commencement de l'intervalle qui est de $5 \times 584^j = 8 \times 365_j$, ou de huit années. Ainsi, tous les huit ans, à très-peu près, les conjonctions de Vénus et du soleil correspondent au même point du ciel, et tous les phéno-

mènes qui dépendent de leur position respective doivent se reproduire dans le même ordre.

Les phases de Vénus sont beaucoup plus sensibles que celles de Mercure. Lorsque le soir elle se rapproche du soleil, ou que le matin elle s'en éloigne, son disque vu dans le télescope, a la forme d'un croissant lumineux, dont la convexité est toujours tournée vers cet astre; le croissant augmente de plus en plus les jours suivants, et lorsque Vénus revient le matin vers le soleil, son disque présente un cercle entièrement éclairé; elle est alors dans son plein. Elle se trouve par conséquent au delà de cet astre, dont elle reçoit toute la lumière. Lorsqu'elle repasse le soir de l'autre côté du soleil, ce cercle s'échancre de plus en plus, et la partie lumineuse diminue à mesure que la planète s'éloigne du soleil, par les mêmes degrés qu'elle avait augmenté. Vénus est donc comme Mercure, un corps opaque qui emprunte sa lumière au soleil.

L'observation des diamètres apparents de Vénus montre qu'elle n'est pas toujours à la même distance de la terre, et leurs variations sont liées aux phénomènes de ses phases, d'une manière très-propre à nous éclairer sur la nature de son orbite. Quand le disque entier est illuminé, et qu'elle nous paraît pleine, son diamètre, qui a diminué à mesure que le disque s'arrondissait, a atteint son *minimum*. Il est réduit à 10″ environ, et comme les diamètres sont en raison inverse des distances, la planète se trouve dans son plus grand éloignement de la terre; elle est située alors au delà du soleil par rapport à nous, et en reçoit toute la lumière; à mesure que la partie éclairée diminue, le diamètre apparent augmente, et quand Vénus, après sa digression occidentale, rejoint

le soir le soleil, et qu'à peine son croissant paraît comme un léger filet de lumière, elle entre en conjonction inférieure; son diamètre apparent a atteint alors son *maximum*, il est de 24″, la planète se trouve à sa plus courte distance de la terre, et elle est placée entre le soleil et nous. Lorsqu'ensuite on la voit reparaître le matin quelques instants avant le soleil, son diamètre diminue et son croissant se développe, la planète continue à s'éloigner de plus en plus de la terre, jusqu'à ce qu'elle soit revenue en conjonction supérieure. Ainsi donc par la comparaison des diamètres apparents et des phases de Vénus, on reconnaît qu'elle décrit autour du soleil une courbe qui tourne à la terre sa convexité; cette courbe n'embrasse pas notre globe; car si cela était, il s'interposerait quelquefois entre Vénus et le soleil; cette planète se trouverait alors en opposition, ce qui n'a jamais lieu; cette courbe n'est pas non plus située tout entière de l'autre côté du soleil par rapport à nous, puisque Vénus, comme nous l'avons vu, passe à chaque révolution entre nous et le soleil. On ne peut donc expliquer toutes ces apparences que de deux manières; le soleil est nécessairement le centre des mouvements de Mercure et de Vénus, or de deux choses l'une, ou le soleil en tournant autour de la terre dans son mouvement annuel emporte avec lui les orbites de ces deux astres, comme les planètes qui ont des satellites les entraînent avec elles dans tous leurs déplacements, ou bien c'est la terre qui circule autour du soleil en parcourant l'écliptique de la même manière que Mercure et Vénus circulent dans leurs orbites; le sens du mouvement est le même pour les trois planètes, il n'y a de

différence que dans les distances au soleil, et dans les vitesses respectives. L'analogie nous porterait seule à préférer cette dernière hypothèse comme la plus simple. Nous avons vu d'ailleurs, chap. VI, les raisons qui doivent nous faire croire que le véritable système du monde est celui qui suppose le soleil immobile relativement à la terre, et ce que nous avons dit n° 76, montre que dans cette supposition les irrégularités des mouvements de Vénus, ses phases, les variations de ses diamètres, ses rétrogradations, etc., s'expliquent de la manière la plus simple, et ne sont plus qu'une conséquence forcée de la combinaison de sa vitesse dans son orbite, avec celle de la terre dans l'écliptique. Concluons donc que Vénus est comme Mercure une planète inférieure par rapport à la terre, et que ces trois astres circulent à des distances inégales, mais dans le même sens autour du soleil, qui les éclaire de sa lumière, et demeure immobile au centre de leurs mouvements.

L'observation suivie de la marche de *Vénus* pendant un grand nombre de révolutions, a fait connaître que son orbite n'est point exactement circulaire, c'est une ellipse beaucoup moins excentrique que celle de Mercure ; les variations de la latitude montrent que le plan qui la renferme forme un angle considérable avec l'écliptique. La moyenne distance de Vénus au soleil, ou le demi-grand axe de son orbite, est égale à 0,723 de la distance moyenne de la terre au même astre, l'excentricité est la 0,006855e partie de cette longueur; l'inclinaison de son plan sur l'écliptique est de 3° 23′ 35″, la longitude du nœud ascendant de 74° 52′ 40″, la durée d'une révolution entière de 224 j. 16 h. 42′ 29″.

Vénus brille quelquefois d'un si vif éclat qu'elle devient visible en plein jour à la simple vue. Ce phénomène dont le retour ne manque jamais d'exciter l'étonnement du vulgaire, dépend uniquement de la position qu'occupe la planète relativement au soleil et à la terre. Il n'a lieu que lorsque Vénus est dans son premier ou dans son dernier quartier; quand elle est pleine, elle se trouve trop près des rayons du soleil, et trop éloignée de nous pour que son éclat n'en soit point affaibli; l'intervalle des retours de la planète à cette position favorable pour nous renvoyer la lumière du soleil, est de 584 j.; les circonstances qui permettent d'apercevoir Vénus en plein jour se reproduisent donc assez souvent, mais l'éclat de sa lumière ne revient à son *maximum* que tous les huit ans. Nous avons vu en effet que cet intervalle ramène exactement Vénus à la même position par rapport au soleil.

83. Les observations de Vénus présentent un phénomène qui mérite de fixer notre attention par les précieuses notions que les astronomes en ont tirées, sur des points très-importants de la constitution du système solaire. Quelquefois en se projetant sur le disque du soleil, cette planète y forme une tache qui décrit une corde de ce disque. Nous avions déjà vu le même phénomène produit par le passage de Mercure, et nous en avions conclu que cette planète est un corps opaque situé plus près que la terre du soleil, puisqu'il s'interpose entre cet astre et nous, les mêmes conclusions conviennent à Vénus, mais son plus grand éloignement du soleil, et les facilités qui en résultent pour l'observation du phénomène, permettent d'en déduire de plus importantes.

La durée d'un passage de Vénus sur le disque solaire, n'est pas la même pour deux observateurs placés en différents lieux du globe, par la même raison qui fait varier les durées d'une même éclipse de soleil observée à de grandes distances sur la terre. En effet, la planète étant beaucoup plus voisine de nous que le soleil, il en résulte que l'observateur la projette en différentes places du disque solaire, selon la position qu'il occupe sur le globe, en sorte qu'elle lui paraît décrire des cordes plus ou moins longues sur ce disque selon leur éloignement du centre. Les différences entre le temps que met Vénus à les parcourir, sont assez sensibles pour être observées avec précision, et de là résulte un moyen très-sûr pour déterminer sa distance à la terre et même celle du soleil, ce qui rend l'observation de ces passages d'un très-grand intérêt pour l'astronomie. Pour se faire une idée de cette méthode, il faut remarquer que les durées d'un passage seraient les mêmes, si tous les observateurs étaient placés au centre de la terre, or, la trigonométrie fournit le moyen de rapporter à ce point l'observation d'un astre faite en un point quelconque du globe, du moment que la distance de cet astre à la terre, ou ce qui revient au même, sa *parallaxe*, c'est-à-dire l'angle sous lequel le rayon terrestre serait vu du centre de cet astre, sont supposées connues. Concevons donc qu'on ait observé les durées d'un même passage en deux lieux différents du globe, la durée du passage qu'on en conclura pour le centre de la terre, devra être la même. Qu'on se donne par conséquent une valeur arbitraire pour la parallaxe de Vénus, et que d'après cette valeur on rapporte au centre de la terre les deux durées observées,

si les résultats qu'on en déduira coïncident, c'est que la valeur de la parallaxe qu'on a choisie est exacte, s'il y a une différence, elle indique qu'on a commis une erreur dans la supposition, et en recommençant le calcul avec une nouvelle parallaxe, on arrivera au bout de quelques essais à en déterminer la vraie valeur.

Le dernier passage de Vénus sur le disque solaire, eut lieu en 1769, les astronomes, prévenus par Halley de son importance, se transportèrent à l'avance dans différents lieux du globe, pour le suivre dans les positions les plus favorables à l'observation. La différence des durées observées à *Otaïti* dans la mer Sud, et à *Cajanebourg* dans la Laponie suédoise, surpassait 15′, et l'on en a conclu la parallaxe de Vénus de 31″,0033, et celle du soleil, dans sa moyenne distance à la terre, de 8″5776 (1). La parallaxe d'un astre étant connue, il est facile d'en

(1) La parallaxe de Vénus fait connaître celle du soleil. En effet, les parallaxes de deux astres sont entre elles en raison inverse de leurs distances à la terre n° 27, en nommant donc D et D′ les distances respectives de la terre et de Vénus au soleil, P la parallaxe de cet astre, P′ celle de Vénus, on aura la proportion :

$$P : P' :: D - D' : D, \text{ d'où } P = P'\left(1 - \frac{D'}{D}\right)$$

Le rapport $\frac{D'}{D}$ des distances de la terre et de Vénus au soleil, est donné par les lois de leurs mouvements, on aura donc la valeur de P quand celle de P′ sera connue. En prenant pour unité la distance moyenne de la terre au soleil, on a $D' = 0.7233228$, d'où l'on conclut la parallaxe du soleil égale à 8″,5776. Cette valeur est celle qui résulte de la révision faite en dernier lieu par M. Encke, du calcul des observations du passage de Vénus sur le disque du soleil en 1769. Delambre supposait la parallaxe solaire de 8″,7 et c'est celle qu'avaient adoptée la plupart des astronomes.

déduire sa distance à la terre; en effet, en nommant P la parallaxe, D cette distance, et R le demi-diamètre de la terre, on a la proportion 1 : sin P :: D : R, d'où l'on tire :

$$D = \frac{R}{\sin P}$$

En supposant donc le rayon terrestre de 1500 lieues, et en faisant P = 8″,5776 pour le soleil, et P = 31″,0033 pour Vénus, on trouvera 35,976,425 et 9,980,554 lieues pour les distances respectives du soleil et de Vénus à la terre; le rapport 0,27668 de ces deux nombres exprime par conséquent la distance de Vénus à la terre, celle du soleil étant 1, ainsi cette planète est à peu près quatre fois plus rapprochée de nous que cet astre. De là, il est aisé de conclure la distance de toutes les planètes au soleil, car nous verrons par la suite qu'il existe entre ces distances, et les durées des révolutions des planètes autour du soleil, une relation générale qui donne les distances relatives lorsque les révolutions sont connues, il suffit donc d'une seule de ces distances pour en déduire toutes les autres.

Si la parallaxe de Vénus est de 31″,003, c'est que le demi-diamètre de la terre à la distance 0,27668 soustendrait un angle de 31″,0, le demi-diamètre de Vénus à la même distance nous paraît de 30″,4, ces deux planètes diffèrent donc très-peu en volumes.

Les passages de Vénus, par la facilité de les observer, offrent comme on voit, un phénomène très-précieux pour l'astronomie, malheureusement il se présente rarement. Si Vénus était en mouvement dans le plan de

l'écliptique, le phénomène du passage de la planète sur le disque solaire se renouvellerait à chaque révolution; mais l'orbite de Vénus étant inclinée de 3° 23′ 35″ à l'écliptique, il ne peut y avoir de passage pour l'observateur placé à la surface de la terre, que lorsque les centres de Vénus et du Soleil sont situés pour lui à peu près sur la même ligne droite, c'est-à-dire que lorsque cette planète traverse l'écliptique au moment où le soleil se trouve dans une position voisine de ses nœuds. Nous avons vu que Vénus revenait à la même position sidérale relativement au soleil, tous les huit ans, lors donc qu'un passage a eu lieu à une certaine époque, on peut en attendre un autre avec certitude huit années après, mais après un nouvel intervalle de huit ans; la latitude qui a toujours augmenté depuis la première époque, étant devenue trop grande, le disque de la planète n'atteint pas le disque solaire, il y a conjonction inférieure sans superposition des deux astres; en sorte qu'on n'observe jamais trois passages de suite, et après deux passages consécutifs, il faut attendre 113 ans avant d'en observer un nouveau. La période qui ramène ces phénomènes est de 113 ± 8 ans; le dernier passage de Vénus ayant eu lieu en 1769, les passages les plus voisins seront en 1874 et 1882 (1). Les nœuds de Vénus sont situés par 75° et 225° de longitude, c'est donc lorsque le soleil a les mêmes longitudes, c'est-à-dire vers les mois de juin et

(1) Le premier passage observé dont on ait connaissance, eut lieu le 4 décembre 1639, le second le 5 juin 1761, le troisième le 3 juin 1769, le quatrième aura lieu le 8 décembre 1874, le cinquième le 6 décembre 1882, il y en aura un le 7 juin 2004, et enfin un autre le 5 juin 2014.

de décembre, que ces passages ont lieu ordinairement. Les longitudes des nœuds de Mercure étant de 46° et 226° environ, les passages de Mercure doivent s'observer vers les mois de mai et de novembre.

84. L'observation de quelques taches remarquées sur la surface de Vénus, a fait reconnaître que cette planète était douée d'un mouvement de rotation, elle tourne sur elle-même dans $23^h\,21'\,19''$, c'est-à-dire dans un intervalle un peu moindre qu'un jour. L'axe de rotation, dans tous les mouvements de la planète, reste constamment parallèle à lui-même, et le plan de l'équateur qui lui est perpendiculaire, fait avec l'écliptique un angle de 75° environ. L'aplatissement de Vénus est imperceptible ; on remarque à sa surface des montagnes très-hautes relativement aux dimensions de celles de la terre, mais moins considérables cependant que celles de Mercure.

Nous avons vu que le rapport de l'élévation des montagnes au demi-diamètre de la planète était de $\frac{1}{1017}$ pour la terre, de $\frac{1}{214}$ pour la lune, de $\frac{1}{126}$ pour Mercure; il serait, selon Schröter, astronome allemand qui s'est beaucoup occupé de ce genre d'observations, de $\frac{1}{144}$ pour Vénus. Ces montagnes seraient donc près de sept fois plus élevées que celles de la Terre. — On a calculé que la chaleur et la lumière doivent être deux fois plus grandes à la surface de Vénus que sur la terre, à raison de sa plus grande proximité du soleil; mais cette planète paraît en même temps enveloppée d'une atmosphère très-dense qui, sans doute, affaiblit beaucoup l'influence calorifique des rayons de cet astre.

Il existe du reste, comme nous l'avons vu, une grande

ressemblance entre Vénus et la terre, sous le rapport de la forme et de la grandeur; mais l'inclinaison considérable de l'équateur à l'écliptique doit rendre, pour les habitants de cette planète, les inégalités entre les jours et les saisons beaucoup plus sensibles. Les apparences que leur présentent les autres corps célestes doivent être à peu près les mêmes que pour nous; ils voient Mercure et la Terre dans des conditions analogues à celles où nous voyons Vénus et Mars.

PLANÈTES SUPÉRIEURES.

MARS.

85. La marche des deux planètes Mercure et Vénus nous a offert beaucoup d'analogie; elles ne s'écartaient jamais qu'à de faibles distances du soleil dont elles semblaient comme les satellites. Mars, au contraire, et les autres planètes supérieures, s'éloignent du soleil à toutes les distances angulaires, et il en résulte que, tandis que les planètes inférieures, Mercure et Vénus, se lèvent et se couchent toujours, à quelques heures près, en même temps que le soleil, les planètes supérieures peuvent demeurer sur l'horizon pendant toute la nuit, et leur passage au méridien varier depuis minuit jusqu'à douze heures d'intervalle.

La lumière de Mars est moins éclatante que celle de Vénus, elle est d'une couleur rougeâtre qui le fait aisément reconnaître. Si on observe cette planète à partir d'une opposition, c'est-à-dire lorsqu'elle commence le

matin à se dégager des rayons du soleil dans lesquels elle était demeurée quelque temps invisible, on la verra les jours suivants devancer de plus en plus le soleil, et passer au méridien plus tôt que cet astre; son mouvement est direct, c'est-à-dire dirigé d'Occident en Orient comme celui du soleil; cependant comme le mouvement propre du soleil est plus rapide que celui de Mars, quoiqu'ils marchent dans le même sens leur distance augmente continuellement. Le mouvement de la planète se ralentit ensuite peu à peu, et il devient nul lorsqu'elle se trouve à 136° 48′ du soleil. Mars demeure alors pendant quelques jours stationnaire, son mouvement se change ensuite en un mouvement rétrograde, c'est-à-dire dirigé d'Orient en Occident, sa vitesse va en augmentant, et comme le soleil continue sa marche directe, les deux astres s'éloignent rapidement l'un de l'autre jusqu'au moment où leur distance angulaire étant de 180°, ils se trouvent en opposition par rapport à la terre. La planète se lève alors quand le soleil se couche, et sa vitesse est parvenue à son *maximum*. Le mouvement continue ensuite à être rétrograde, mais la vitesse diminue progressivement et devient nulle lorsque Mars, en se rapprochant du soleil, n'en est plus éloigné que de 136° 48′. Il demeure quelques jours stationnaire, puis son mouvement redevient direct, et la distance au soleil continuant à diminuer, il finit par se retrouver en conjonction avec cet astre, et, après être demeuré quelques jours invisible dans ses rayons, il reparaît le matin pour recommencer un nouveau cours.

Le mouvement de Mars est rétrograde pendant soixante-treize jours, et l'arc de rétrogradation est de

16° environ. La durée d'une révolution sidérale, ou des retours de la planète aux mêmes étoiles, est de 686° 98′, celle d'une révolution synodique, ou l'intervalle de ses retours à la même position par rapport au soleil, est d'environ sept cent quatre-vingts jours. Ces différents phénomènes se reproduisent dans le même ordre à chaque révolution, seulement il y a des variations assez grandes dans la durée et dans l'étendue des rétrogradations.

Les apparences que l'observation de Mars nous présente, sont faciles à expliquer, puisque ce sont celles qui doivent résulter de la combinaison de son mouvement propre et de celui de la Terre dans leurs orbites respectives, si la distance de cette planète au soleil est plus grande que celle de la terre au même astre, comme nous le supposons. En effet, nous avons vu que les planètes supérieures, avant et après l'opposition, doivent paraître un moment stationnaires, leur mouvement est rétrograde entre les deux stations, et direct dans le reste de leur cours. La durée et l'étendue de la rétrogradation varie d'ailleurs pour les différentes planètes.

Les phases de Mars ne sont point sensibles comme celles de Mercure et de Vénus, ce qui semble annoncer que sa distance au soleil est beaucoup plus grande. En effet, si les planètes étaient indéfiniment éloignées du soleil et de nous, elles ne nous offriraient aucune apparence de phases, et nous apercevrions toujours tout leur disque éclairé, parce que nous les verrions à peu près comme si nous étions placés pour les observer sur le soleil même. Les phases d'une planète seront donc d'autant moins sensibles que sa distance au soleil sera plus

grande, relativement à celle de la terre au même astre. Cependant en observant Mars avec soin dans de grands télescopes, on voit que son disque ne conserve point toujours la forme circulaire, il devient légèrement ovale dans certaines positions de la planète relativement au soleil, ce qui suffit pour montrer que Mars, comme les autres planètes, reçoit sa lumière de cet astre.

86. Les grandes variations de ses diamètres apparents montrent que les distances de Mars à la terre subissent des altérations considérables, le diamètre apparent est à son *maximum* dans les oppositions, où il peut s'élever à 19″; Mars est alors dans sa plus grande proximité de la terre; dans les conjonctions le diamètre n'est que de 4″, et Mars se trouve à sa plus grande distance de nous. Dans les distances moyennes, le diamètre apparent est de 6″,29. Le rapport des distances étant inverse de celui des diamètres, les distances de Mars à la terre, dans les conjonctions et dans les oppositions, sont donc entre elles comme 19 : 4, ou comme 5 : 1 à peu près; c'est-à-dire que, dans les conjonctions, Mars est cinq fois plus éloigné de nous que dans les oppositions. Cette inégalité dans les distances paraît inexplicable, tant qu'on suppose que Mars circule autour de la terre, mais elle n'a rien d'extraordinaire quand on rapporte les mouvements de Mars au centre du soleil, puisque, en effet, sa distance à cet astre étant plus grande que celle de la terre, les différences CB et CD (*fig.* 62) de ses distances à la terre, dans les conjonctions et les oppositions, doivent être le double de la distance AC de la terre au soleil, ou le diamètre entier CE de l'écliptique. Dans les oppositions, la proximité de la planète est assez grande pour que sa

parallaxe soit sensible et puisse être déterminée par des moyens analogues à ceux qu'on a employés pour avoir la parallaxe de la lune. La distance moyenne de Mars au soleil, comme nous le verrons par la suite, est de 1,52, celle de la terre étant 1, la distance de Mars à la terre, dans l'opposition, sera donc 0,52, c'est-à-dire moitié à peu près de celle du soleil. Le rapport des parallaxes étant inverse de celui des distances, il s'ensuit que la parallaxe de Mars doit être à très-peu près double de celle du soleil. Les oppositions de Mars sont donc, comme les passages de Vénus, des phénomènes très-propres à déterminer cet important élément de la théorie des planètes, aussi voyons-nous que Cassini et ensuite Lacaille s'en étaient servi pour le fixer avant qu'on eût observé le dernier passage de Vénus. Ils avaient trouvé ainsi que la parallaxe du soleil devait être de 9 à 10″, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de la véritable valeur fixée à 8″,6 environ par quelques astronomes et à 8″,7 par d'autres; mais les observations des passages de Vénus sont préférables pour cette détermination, parce que la parallaxe étant beaucoup plus grande, les effets en sont plus sensibles, et que d'ailleurs le rapport de cette parallaxe à celle du soleil étant plus considérable, les erreurs de l'observation auront d'autant moins d'influence sur l'exactitude de cette dernière valeur.

Mars ne se meut pas dans le plan de l'écliptique, il s'en écarte quelquefois de plusieurs minutes, ce qui tient à ce que le plan de son orbite est incliné de 1° 51′ sur le premier plan. La longitude du nœud ascendant est de 48° 0′. La distance moyenne au soleil, qui se déduit du temps de la révolution sidérale par la même loi que

celle de Vénus et de Mercure est de 1,52 de la distance moyenne de la terre au même astre. L'excentricité de l'orbite de Mars est considérable et s'élève à 0,0933 du demi-grand axe.

87. On remarque à la surface de Mars des taches d'une grande étendue ; on y observe aussi des bandes ou filets qui se montrent et disparaissent quelquefois totalement dans l'espace de quelques mois, ce qui a dû faire penser que cette planète était d'une nature toute particulière, puisqu'elle subissait des changements si fréquents et qui sont assez considérables pour être aperçus à une aussi grande distance. Quoi qu'il en soit, l'observation des taches a fait connaître que Mars tourne sur lui-même d'Occident en Orient en $24^h 39' 21''$, c'est-à-dire dans le même sens et dans le même intervalle à peu près que la terre.

L'axe de rotation est incliné de 59° 24′ à l'écliptique, et son équateur fait avec le plan de l'orbite un angle de 28° 42′ ; les variations des saisons y sont donc à peu près les mêmes que sur la terre, puisque l'obliquité de l'écliptique pour nous est de 23° 30′ environ. Mars paraît enveloppé d'une épaisse atmosphère. On observe alternativement dans le voisinage des deux pôles des espaces blanchâtres, selon celui des deux hémisphères que le soleil éclaire ; on a supposé que ces taches pouvaient résulter de la présence des neiges et des glaces qui s'amassent dans ces régions pendant les longs hivers qui doivent y régner. Le diamètre de Mars, comparé à celui de la terre, est 0,517 ; les volumes de ces deux corps, en les supposant sphériques, sont entre eux comme les cubes de leurs diamètres ou comme $(0,517)^3 : 1$, ou à très-

peu près dans le rapport de 1 à 7. Le volume de Mars est donc un septième environ de celui de notre globe. Son aplatissement est peu considérable, cependant son diamètre paraît un peu plus petit dans le sens des pôles que dans celui de l'équateur. Ces deux diamètres, selon M. Arago, sont dans le rapport de 189 à 194.

JUPITER.

88. Jupiter est après Vénus la plus brillante de toutes les planètes, quelquefois même il la surpasse en éclat. Sa grosseur, la grandeur de sa masse, son influence sur les autres corps du système solaire, l'utilité dont peuvent être pour nous les quatre satellites qui l'accompagnent, ont attiré d'une manière speciale sur cette planète l'attention des astronomes.

La marche de Jupiter, pendant chaque révolution synodique, offre des phénomènes analogues à celle de Mars. La planète à partir de la conjonction, c'est-à-dire de l'instant où elle se levait en même temps que le soleil, s'éloigne de cet astre par un mouvement propre dirigé d'Occident en Orient; mais ce mouvement se ralentissant peu à peu, la planète, avant d'arriver en opposition lorsqu'elle est éloignée du soleil de 115° à peu près, semble s'arrêter tout à fait, et après qu'elle est demeurée quelques instants stationnaire, le mouvement direct se change en un mouvement rétrograde dont la vitesse va en augmentant jusqu'au moment où Jupiter se trouve en opposition avec le soleil. Le mouvement diminue ensuite progressivement, devient nul, la planète paraît un moment

stationnaire, et reprend l'état direct lorsqu'après s'être rapprochée du soleil, elle n'en est plus qu'à 115° de distance.

Ainsi, Jupiter est rétrograde avant et après l'opposition, les deux points où commence et finit la rétrogradation, ou les deux stations, sont situés de part et d'autre du soleil à 115° de distance de cet astre. Ces apparences sont conformes à celles qui doivent résulter pour nous du mouvement de la terre relativement à une planète supérieure.

La durée et l'étendue des rétrogradations sont d'autant moindres que la planète est plus éloignée de la terre; l'éllipticité des orbites planétaires doit donc apporter, pour la même planète, des variations dans ces phénomènes, puisque les oppositions ont lieu chaque fois dans différents points de l'orbite. La durée du mouvement rétrograde pour Jupiter est, terme moyen, de 121 jours, et l'arc de rétrogradation de 9° 54′, mais le temps et l'étendue des diverses rétrogradations varient à chaque révolution.

Le mouvement propre de Jupiter est très-lent. La durée de sa révolution sidérale, ou de ses retours à la même étoile, est de $4332^{j},584$. Jupiter a parcouru, dans cet intervalle, le cercle entier du zodiaque, ce qui fait à peu près 1° en douze jours, et 30° 20′ 32″, c'est-à-dire un peu plus d'un signe, en un an. La durée de sa révolution synodique est de $398^{j},867$; c'est l'intervalle compris entre deux de ses conjonctions consécutives. Jupiter se retrouve donc après une année écoulée dans la même position à peu près à l'égard du soleil, mais sa longitude est augmentée de 30°; il a passé d'une con-

stellation dans celle qui la suit vers l'Orient, et au bout de douze années on aura pu observer douze oppositions différentes dans chacun des signes du zodiaque.

Jupiter s'écarte peu du plan de l'écliptique, ce qui indique que l'inclinaison de son orbite à ce plan est peu considérable. En effet, on a trouvé que cette inclinaison est de 1° 18′ 52″ 3; la longitude du nœud ascendant de 98° 25′ 34″; le rapport de l'excentricité au demi-grand axe 0,04818; enfin en prenant pour unité la moyenne distance du soleil à la terre, la distance moyenne de Jupiter au soleil, conclue de la durée de sa révolution, est 5,2028 ou environ 190 millions de lieues.

Jupiter est donc cinq fois plus éloigné que nous du soleil, son orbite embrasse l'orbite de Mars, et, par conséquent, celle de la Terre, de Vénus et de Mercure. Pour un observateur placé à sa surface, ces planètes doivent être à peu près invisibles, ou, s'il les aperçoit, elles doivent paraître comme de très-petits astres qui oscillent de part et d'autre du soleil en faisant de légers écarts.

Les phases de Jupiter sont peu sensibles, ce qui tient à son éloignement du soleil. En effet, d'après ce que nous avons dit en parlant de Mars, les phases deviennent moins apparentes à mesure que la distance au soleil augmente, en sorte qu'elles sont à peu près nulles pour Saturne et Uranus; mais nous verrons qu'il y a pour Jupiter, comme pour ces planètes, un moyen certain de nous assurer que ce ne sont point des corps lumineux par eux-mêmes.

Vu au télescope, Jupiter a la forme d'un disque aplati. Son diamètre apparent varie avec les distances. Dans les

oppositions où il est à son *maximum*, il peut s'élever à 46″,7, dans les conjonctions il n'est quelquefois que de 30″. Dans les distances moyennes de la planète à la terre, il est de 36″,75; le diamètre apparent de la terre, à la même distance, ne serait que de 3″,38, en supposant donc que Jupiter et la terre soient deux globes sphériques, leurs volumes seront entre eux comme les cubes de ces nombres, ou à très-peu près, dans le rapport de 3627, 7 à 3, par conséquent, le volume de Jupiter est plus de 1209 fois celui de notre globe. On peut juger encore mieux sa grandeur en observant que Jupiter surpasse à lui seul, en volume, tous les autres corps planétaires qui circulent autour du soleil pris ensemble.

89. On aperçoit à la surface de Jupiter plusieurs bandes obscures qui ont une direction constante; elles sont presque toutes parallèles à l'écliptique. On y remarque aussi des taches par l'observation desquelles on est parvenu à déterminer sa rotation. Ce mouvement est dirigé d'Occident en Orient, sa durée est de 9^h 55′ 49″, moindre, par conséquent, que la moitié du jour; l'axe autour duquel il s'effectue est incliné de 86° 54′ 30″ à l'écliptique, c'est-à-dire qu'il est presque perpendiculaire à ce plan. Cependant, comme quelques-unes de ces taches et de ces bandes parallèles, qui traversent le disque de Jupiter, ont paru souvent changer rapidement et de forme et de place, et même quelquefois ont cessé entièrement d'être visibles, on en a conclu qu'elles n'étaient point adhérentes à la surface de la planète, et qu'elles ne faisaient que la traverser comme des nuages emportés par le vent dans l'atmosphère dont on suppose que Jupiter est enveloppé. De là les différences qu'on remarque entre

les durées du mouvement de rotation selon les divers observateurs, et l'incertitude qui peut rester encore à cet égard.

Jupiter est sensiblement aplati vers ses pôles, le rapport du diamètre de l'équateur à l'axe des pôles est, selon M. Arago, de 177 à 167. Le rapport des mêmes axes serait, pour la terre, de 177 à 176; l'aplatissement de Jupiter est donc beaucoup plus considérable que celui de la terre, ce qui paraît une conséquence naturelle de la vitesse de sa rotation qui, d'après les lois de la force centrifuge, a dû soulever les parties situées sous l'équateur, et abaisser les parties situées vers les pôles avec d'autant plus d'énergie que ce mouvement était plus rapide.

L'axe de rotation de Jupiter étant presque perpendiculaire à l'écliptique, et son orbite ne faisant qu'un très-petit angle avec ce dernier plan, il en résulte que le soleil s'écarte peu de l'équateur de Jupiter; la température est donc toujours à très-peu près la même à la surface de cette planète; les jours et les nuits sont presque constamment d'égale durée, et leurs inégalités, ainsi que celles des saisons, y sont comme sur la lune, à peu près insensibles. Mais l'éloignement de Jupiter doit apporter, sans doute, entre la constitution de cette planète et celle de la terre, des différences considérables. Le disque solaire, vu de sa surface, paraîtrait vingt-sept fois plus petit que nous ne le voyons, et la lumière ainsi que la chaleur de ses rayons doivent y être, par conséquent, vingt-sept fois plus faibles qu'à la surface de la terre.

Des satellites de Jupiter.

90. Jupiter paraît accompagné de quatre petits astres qu'on aperçoit même avec de faibles instruments, et qui semblent circuler autour de lui comme la lune autour de la terre. Ainsi, leur position relative à la planète et leur position mutuelle changent à tout moment. On les voit quelquefois passer sur le disque de la planète, et l'ombre qu'ils projettent derrière eux y forme une tache obscure, ce qui prouve que Jupiter et ses satellites sont des corps opaques qui empruntent, comme les autres planètes, leur lumière au soleil. Le mouvement des quatre satellites est dirigé dans le même sens que celui des planètes, c'est-à-dire d'Occident en Orient; mais on remarque qu'ils décrivent des cercles inégaux. et que les durées de leur révolution ne sont pas les mêmes; celui dont l'orbite a le plus d'étendue est aussi celui dont la révolution est la plus longue, ce qui est conforme aux lois générales des mouvements des planètes autour du soleil, n° 76.

Les rangs des quatre satellites se distinguent par leur distance au centre de la planète, le premier est celui qui en est le plus rapproché, c'est-à-dire qui décrit le cercle le moins étendu, et dont la révolution est la plus courte, le quatrième ou le dernier est celui qui décrit la plus grande courbe.

En passant derrière Jupiter, les satellites s'éclipsent et disparaissent à notre vue, souvent la disparition a lieu lorsqu'ils semblent encore éloignés du disque de la pla-

nète, c'est qu'alors ils entrent dans le cône d'ombre qu'elle forme derrière elle relativement au soleil, de même que dans les éclipses de lune, cet astre disparaît en entrant dans le cône d'ombre formé par la terre. Les satellites disparaissent toujours du côté du disque de la planète opposé au soleil. Lorsqu'elle est voisine de l'opposition, ils s'éclipsent plus près du disque, c'est-à-dire qu'ils ne disparaissent que lorsque le rayon visuel est presque tangent à la planète, enfin en déterminant par le calcul le temps que chaque satellite doit employer à traverser le cône d'ombre projeté par Jupiter, on reconnaît que c'est exactement celui de sa disparition donné par l'observation. Il ne peut donc rester aucun doute sur les véritables causes de ce phénomène.

C'est par l'observation des éclipses des satellites qu'on détermine les durées de leurs révolutions et les éléments de leurs orbites. En effet, l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux éclipses successives du même satellite, est à très-peu près celui qu'il emploie à revenir à la même position sur son orbite. En répétant donc souvent les observations d'éclipses, surtout lorsque la terre se trouve dans la même position relativement à Jupiter, on pourra déterminer avec beaucoup de précision la durée des révolutions de chacun des satellites. On a trouvé ainsi que le premier fait sa révolution en $1^j\ 18^h\ 28'\ 36''$, le second en $3^j\ 13^h\ 17'\ 54''$, le troisième en $7^j\ 3^h\ 59'\ 36''$, le quatrième en $16^j\ 18^h\ 5'\ 7''$. Les trois premiers satellites reviennent à la même situation relative tous les 437 jours, le quatrième n'y revient que $33^h\ 47'$ plus tard.

91. En comparant les résultats précédents, on voit que

la durée des révolutions du second satellite est à peu près double de celles du premier, et que la durée de la révolution du troisième satellite est environ le double de celle du second. Ainsi, les moyens mouvements angulaires de ces trois satellites forment à très-peu près entre eux une progression sous-double. S'ils suivaient exactement cette loi, le moyen mouvement du premier satellite plus deux fois le moyen mouvement du troisième serait constamment égal à trois fois celui du second. L'observation a encore montré que depuis que les satellites sont découverts, la longitude moyenne *du premier satellite plus deux fois celle du troisième, moins trois fois celle du deuxième, n'a jamais différé de deux angles droits que d'une quantité presque insensible.* Les mêmes relations ont également lieu entre les moyens mouvements et les longitudes moyennes *synodiques,* c'est-à-dire rapportées au soleil.

Les rapports remarquables qui existent entre les mouvements de révolution des satellites, ont conduit à une singulière conséquence, c'est qu'ils ne peuvent s'éclipser tous les quatre à la fois, et qu'il en reste toujours un sur l'horizon de Jupiter, en sorte qu'aucun lieu sur cette planète ne se trouve jamais totalement privé de lumière.

En comparant les positions respectives des satellites données par l'observation, aux positions qu'ils auraient, si on supposait leurs mouvements uniformes et leurs orbites circulaires, on s'est assuré que ces positions coïncident à très-peu près, et l'on en a conclu que les courbes qu'ils décrivent s'éloignent peu de la figure du cercle. Les trois premiers satellites se meuvent à très-

peu près dans le plan de l'équateur de la planète, l'inclinaison de l'orbite du quatrième satellite sur ce plan est plus considérable, et peut s'élever à 8° environ, son excentricité surpasse aussi celle des trois autres orbites.

Le mouvement des satellites s'écartant peu des lois du mouvement uniforme, on peut déterminer aisément, et d'une manière fort approchée, la position des satellites, vus du centre de Jupiter, et fixer ainsi à l'avance, d'après les tables de leurs mouvements, les instants et les durées de leurs éclipses. La durée d'une éclipse est pour le premier satellite de $2^h\ 15'$ environ, pour le second de $2^h\ 51'$ à peu près, celle du troisième de $3^h\ 33'$, et les éclipses du quatrième, plus longues que celles des trois autres, durent près de $4^h\ \frac{3}{4}$. Cette inégalité de la durée des éclipses résulte de l'inégalité des mouvements des satellites qui sont, comme on l'a vu, d'autant plus rapides que la distance au centre de Jupiter est moins considérable. Les éclipses se renouvellent à chaque révolution pour les trois premiers satellites, le quatrième seul ne s'éclipse pas toutes les fois qu'il passe derrière Jupiter, son éloignement du centre de la planète et l'inclinaison de son orbite, font qu'il se trouve quelquefois trop écarté pour entrer dans le cône d'ombre intercepté aux rayons solaires.

Les distances des satellites au centre de Jupiter se concluent, comme les distances des planètes au soleil, de la durée de leurs révolutions; on peut aussi les déterminer assez exactement par l'observation directe, en comparant l'angle des plus grands écarts d'un satellite à l'angle sous lequel on voit le rayon de Jupiter, la distance du satellite à la planète se trouve ainsi exprimée

en demi-diamètres de Jupiter. On a trouvé, de cette manière, pour la distance moyenne du premier satellite 5,70, pour celle du second 9,07, pour celle du troisième 14,46, et pour celle du quatrième 25,44, le demi-diamètre de Jupiter étant pris pour unité.

92. Les éclipses des satellites ont encore offert aux astronomes, pour fixer la distance de Jupiter à la terre, un procédé d'autant plus précieux que la parallaxe de Jupiter étant tout à fait insensible, on n'aurait eu aucun autre moyen direct de la déterminer. En effet, supposons que l'on ait observé avec soin le commencement et la fin de l'éclipse d'un satellite, vers le milieu de l'intervalle cet astre, vu du centre de Jupiter, était à très-peu près en opposition avec le soleil, c'est-à-dire que les centres du satellite, de la planète et du soleil, se trouvaient à très-peu près sur la même ligne droite; la position sidérale du satellite, vu du centre de Jupiter, était donc absolument la même que celle de Jupiter vu du centre du soleil. Or, nous avons dit qu'on pouvait, d'après les mouvements connus des satellites, fixer à chaque instant la place qu'ils doivent occuper dans le ciel par rapport au centre de la planète, on connaîtra donc, par conséquent, la position sidérale de Jupiter, vu du centre du soleil, pour l'instant qui correspond au milieu de l'éclipse. On connaît, d'après les tables du soleil, la position sidérale de la terre, vu du même point et dans le même instant, on en conclura donc l'angle au soleil qui mesure la distance angulaire de Jupiter à la terre, vu du centre de cet astre.

Cela posé, concevons un triangle rectiligne TSJ formé par les droites qui joignent les centres de la terre,

du soleil et de Jupiter, l'angle T à la terre est la distance angulaire de Jupiter au soleil donné par l'observation, S est l'angle au soleil qui mesure la distance de Jupiter à la terre, vue du soleil; cet angle se détermine comme nous l'avons dit plus haut, ST est la distance de la terre au soleil que l'on peut regarder comme connue; on connaîtra donc dans le triangle STJ deux angles S et T et le côté adjacent ST, on peut donc calculer le deux autres côtés SJ, et JT en fonction de ST. On aura ainsi la distance de Jupiter au soleil et sa distance à la terre, exprimées en parties de la distance de la terre au soleil. On trouve par ce calcul que cette planète est au moins cinq fois plus éloignée de nous que le soleil, lorsque son demi-diamètre apparent est de 36″,75, c'est-à-dire dans sa moyenne distance à la terre. La comparaison des diamètres apparents a montré que le volume de Jupiter est plus de mille fois plus grand que celui de la terre. Pour en conclure le rapport des masses, il faudrait connaître la densité des deux corps ou la nature des éléments qui les composent; nous verrons dans la suite que c'est encore par l'observation des satellites de Jupiter qu'on est parvenu à déterminer d'une manière très-exacte sa masse, élément très-important pour les calculs de l'astronomie théorique.

93. Quoique les satellites paraissent dans les lunettes comme des étoiles de sixième grandeur, qu'on distingue à la vue simple, on n'a jamais pu les apercevoir qu'avec le secours d'instruments, ce qu'il faut attribuer, sans doute, à l'éclat de la planète dont ils ne s'écartent que de quelques minutes. On a quelquefois annoncé qu'on les avait aperçus à l'œil nu, mais il s'est toujours trouvé

ou que le fait ne s'est pas confirmé, ou qu'il ne s'agissait que de quelqu'illusion d'optique.

Les anciens astronomes n'ont donc point connu ces astres, et ce fut Galilée, qui, à l'aide des premières bonnes lunettes que l'on ait construites, et dont il fut l'inventeur, eut la gloire de les découvrir. Ce grand astronome observa non-seulement les différents phénomènes que leurs mouvements présentent, mais il prévit encore de quelle utilité ils pourraient être pour les progrès de la géographie et de la navigation, en les employant à la détermination des longitudes terrestres. En effet, en comparant l'instant où s'éclipse l'un des quatre satellites dans le lieu où l'on se trouve, à l'époque de la même observation calculée d'avance pour Paris, dans la *connaissance des temps*, la différence des temps réduite a raison de 15° par heure, fera connaître la différence des longitudes ou la position du méridien du lieu où l'on observe relativement au méridien de Paris, et comme les éclipses des satellites de Jupiter sont fréquentes, puisqu'il en arrive une (au moins pour les trois premiers satellites) à chacune de leurs révolutions, c'est-à-dire, à des intervalles de 42 h., 48 pour le premier, de 85 h., 3 pour le second, et de 7 j., 4, ou 17 j. pour le troisième, et le quatrième, on aura pour déterminer les longitudes sur terre un moyen bien préférable sous ce rapport aux éclipses de lune.

94. Les diamètres des satellites sont insensibles même dans les meilleures lunettes, et l'on ne peut recourir à ce moyen pour mesurer leur grosseur. On a cherché à la déduire de la comparaison des temps qu'ils mettent à pénétrer dans le cône d'ombre de la planète, mais les

observations de ce genre dépendent de trop de circonstances étrangères pour qu'on y puisse compter, et les résultats trouvés par divers astronomes, ont présenté toujours des différences considérables. On a essayé de découvrir si les satellites avaient comme les planètes principales un mouvement de rotation. Herschel qui s'est occupé de cette recherche, a reconnu, par des observations délicates sur l'intensité de leur lumière, lorsqu'ils traversent le disque de la planète, qu'ils tournent sur eux-mêmes d'un mouvement qui a même direction, et même durée que le mouvement de révolution dans son orbite; résultat qui confirme celui que Meraldi, astronome italien, avait déjà conclu relativement au quatrième satellite, du retour d'une même tache observée sur son disque. De là, en suivant les raisonnements du n° 60, on conclurait que les satellites de Jupiter tournent toujours le même hémisphère vers le disque de la planète, ce qui établirait une nouvelle analogie entre ces astres et la lune qui nous présente un phénomène semblable provenant de la même cause. On pourrait donc admettre comme une loi générale de la constitution du système planétaire *l'égalité parfaite entre les mouvements de rotation des satellites et leurs mouvements de révolution autour des planètes auxquelles ils appartiennent*. Mais, comme le dit Laplace, la distance qui nous sépare des corps célestes, rend trop incertaine l'observation de phénomènes qui ne se manifestent que par des variations dans la distribution de l'ombre et de la lumière à leur surface, pour qu'on puisse en admettre les conséquences autrement que comme des probabilités, et leur accorder la confiance que méritent les résultats

fournis par l'astronomie pratique, lorsqu'elle ne sort pas de son domaine, la mesure des angles et du temps.

DE SATURNE.

95. Saturne est, dans l'ordre des distances au soleil, la dernière des planètes anciennement connues. On l'aperçoit à la vue simple ; la lumière qu'elle nous envoie paraît pâle et plombée, ce qui tient à son grand éloignement.

La marche de Saturne est la même que celle de Mars et Jupiter; elle est sujette aux mêmes irrégularités. La planète, à partir de la conjonction, s'avance d'Occident en Orient, jusqu'à ce qu'elle se trouve à 109° 54′ du soleil; elle paraît un moment stationnaire, son mouvement direct se change en un mouvement rétrograde, jusqu'à l'instant où, après s'être trouvée en opposition, elle arrive à 109° 54′ du soleil, alors elle reprend de nouveau le mouvement direct jusqu'à la conjonction, et recommence d'après les mêmes lois la révolution suivante. Toutes ces apparences sont conformes à celles que doivent nous présenter les mouvements d'une planète supérieure circulant autour du soleil. La durée totale de la rétrogradation est d'environ 137 j., et l'arc parcouru de 6° 48′; mais la durée et l'étendue de la rétrogradation varient à chaque révolution. Nous en avons donné les raisons en parlant de Jupiter.

Saturne se déplace dans le ciel avec une extrême lenteur. La durée d'une révolution synodique ou l'intervalle entre deux conjonctions consécutives est de 378 j.,

la durée d'une révolution sidérale de 10758 j., 97 ou 29 ans 5 mois et 14 jours. Saturne parcourt ainsi 1° par mois environ, ou un signe dans l'espace de 2 ans et demi. Il s'écarte très-peu du plan de l'écliptique, l'inclinaison de son orbite sur ce plan est de 2° 29′ 38″, la longitude du nœud ascendant de 111° 55′ 47″, le rapport de l'excentricité au demi-grand axe 0,05617, la distance moyenne ou le demi-grand axe conclu de la durée de la révolution 9,5388, la distance moyenne du soleil à la terre étant prise pour unité.

96. Saturne est donc 9 fois et demie plus éloigné que nous du soleil; lorsqu'il en approche le plus près, il en est encore à 320 millions de lieues. A cette distance, le disque solaire paraît 80 fois plus petit qu'à la surface de la terre; sa chaleur et sa lumière y sont affaiblis aussi dans la même proportion. Un observateur placé à sa surface, ne doit point apercevoir les quatre premières planètes Mercure, Vénus, la Terre et Mars, parce que leurs écarts du soleil paraissent si petits à cette distance, qu'ils doivent rester confondus dans ses rayons, de même qu'une planète qui serait plus voisine de cet astre que Mercure, pourrait demeurer longtemps invisible pour nous. Un habitant de Saturne ne peut donc connaître positivement que l'existence de Jupiter, et soupçonner tout au plus celle de Mars, dont les digressions sont plus fortes que celles des trois premières planètes, mais qui, par sa petitesse et son faible éclat, doit être très-difficile à distinguer.

L'observation des diamètres de Saturne montre qu'il change de distance par rapport à la terre. Au moment de l'opposition où le diamètre apparent a la plus grande

valeur, il s'élève à 20″, il n'est plus que de 16″ dans les conjonctions. Dans les distances moyennes de la planète à la terre, il est de 18″ à peu près. A la même distance le diamètre de la terre ne serait pas de 2″, les volumes de ces corps sont entre eux comme les cubes de ces nombres, on trouve ainsi que Saturne est 984 fois plus grand que la terre. Vu dans une lunette, son disque paraît sensiblement aplati, le diamètre dans le sens de l'aplatissement, selon M. Arago, est d'environ $\frac{1}{11}$ plus petit que le diamètre dans le sens opposé.

L'éloignement de Saturne, et la difficulté d'observer sa surface, avaient empêché longtemps de reconnaître s'il avait un mouvement de rotation comme les autres planètes, mais W. Herschel à l'aide de son puissant télescope s'est occupé de cette recherche et il a reconnu que cette rotation existe en effet, qu'elle s'effectue comme tous les mouvements planétaires d'Occident en Orient, autour d'un axe incliné de 61° 54′ à l'écliptique, et que sa durée est de 10 h. 16′ environ, c'est-à-dire qu'elle est la même à très-peu près que celle de Jupiter. Il a paru remarquable que les deux plus grosses planètes soient ainsi douées d'un mouvement de rotation deux fois plus rapide que celui des planètes qui leur sont inférieures, celles-ci tournant toutes quatre sur elles-mêmes dans la durée d'un jour à peu près.

Des satellites de Saturne.

97. Saturne est accompagné de sept satellites qui circulent autour de lui d'Occident en Orient dans des orbes à peu près circulaires. Leurs distances au centre de la

planète se déduisent des durées des révolutions par le rapport commun à tous les corps planétaires. Leur configuration mutuelle change à chaque instant, mais la grande distance qui nous en sépare rend trop difficiles les observations de leurs éclipses, pour qu'on puisse les employer soit à déterminer les longitudes terrestres, soit à fixer la distance de Saturne à la terre, comme on l'a fait pour Jupiter. Il faut d'excellents instruments pour parvenir seulement à reconnaître les satellites de Saturne, cependant on a cru apercevoir des taches à la surface de l'un d'eux, et ces taches se représentant constamment lorsque le satellite revient à la même position relativement à la planète, on en a conclu qu'il nous présente toujours le même hémisphère, ce qui exige que comme la lune et les satellites de Jupiter, il tourne sur lui-même dans le même temps qu'il emploie à faire une révolution autour de Saturne. Ce serait là une confirmation nouvelle de la loi générale d'une identité parfaite entre le mouvement de rotation et de révolution des satellites, mais tous ces résultats sont trop incertains, comme nous l'avons dit, pour qu'on puisse admettre cette conséquence autrement que comme une hypothèse très-probable.

De l'anneau de Saturne.

98. Sans doute on doit penser que les satellites, dont le nombre augmente à mesure que les planètes qu'ils accompagnent s'éloignent du soleil, leur ont été donnés pour compenser l'affaiblissement de lumière que leur distance à cet astre leur fait éprouver; mais Saturne a

été traité, à cet égard, d'une manière plus favorable encore que les autres corps planétaires. Outre les sept satellites dont elle est accompagnée, cette planète nous présente un phénomène unique dans le système du monde. Elle est entourée d'un anneau situé dans le plan de son équateur, et qui forme comme une auréole lumineuse autour de son disque. Cet anneau est très-mince; son épaisseur ne paraît pas être d'une demi-seconde; sa largeur, au contraire, est considérable, et elle occupe le tiers de l'espace de sa circonférence au centre de la planète. Il a la forme d'une ellipse (*fig.* 63) dont la largeur, lorsqu'elle est la plus grande, est à peu près moitié de la longueur. Dans les moyennes distances de la planète, le rayon intérieur de l'anneau est de 15″, et le diamètre extérieur de 21″; le rayon de la planète est de 9″, on a donc ainsi $sa = 21''$, $sb = 15''$, $sc = 9''$, d'où l'on conclut $ab = sa - sb = 6''$ et $cb = sb - sc = 6''$, c'est-à-dire que la largeur de l'anneau serait de 6″, ainsi que la distance de sa surface intérieure au disque de la planète.

Un astronome anglais affirme qu'on a vu une étoile dans cet intervalle; quoi qu'il en soit, il est facile de s'assurer que l'anneau n'adhère pas à la surface de la planète. D'abord la lumière ne paraît pas la même sur son disque et sur le plan de l'anneau, ensuite la planète qui déborde l'anneau dans la partie supérieure, et qui en est débordée dans la partie inférieure, y projette une ombre que l'on distingue dans de fortes lunettes, et qui prouve à la fois que les deux corps sont isolés l'un de l'autre et qu'ils ne sont pas lumineux par eux-mêmes. Un autre phénomène nous montre mieux encore que l'anneau est un corps opaque qui emprunte sa lumière

du soleil, c'est qu'il disparaît totalement à certaines époques, quand il tourne vers nous la partie de sa surface qui n'est pas éclairée par le soleil; nous ne commençons à l'apercevoir que lorsque la terre et le soleil sont situés du même côté de son plan.

99. Dans son mouvement sur son orbite, Saturne entraîne avec lui son anneau qui conserve toujours une situation parallèle, et ce mouvement, combiné avec les déplacements de la terre par rapport au soleil, rend raison des apparences qu'il nous présente. Soient EDC (*fig.* 64) l'écliptique, *ceg* l'orbite de Saturne dont le rayon est neuf fois et demi plus grand, S le soleil. Lorsque la planète est en *c*, si l'on suppose que *cx* soit l'intersection du plan de l'anneau avec l'écliptique, on voit que ce plan prolongé ne rencontre pas l'orbe terrestre, le soleil et la terre se trouvant d'ailleurs placés du même côté, nous apercevons la face éclairée sous la forme d'une ellipse, et comme Saturne se meut très-lentement, cette situation pourra se prolonger pendant plusieurs années; mais à mesure que la planète avance dans son orbite de *c* en *g*, la ligne *cx*, qui reste toujours parallèle à elle-même, se rapproche de l'écliptique que son prolongement finit par couper successivement aux points D, T, C. Si la terre se trouve en E sur le prolongement de l'anneau, nous cessons de l'apercevoir et si elle passe sur la surface opposée au soleil, l'anneau demeure invisible tant que la ligne *cx* passe entre le soleil et la terre. Cet intervalle peut être de plusieurs mois. Si la terre et le soleil se trouvent ensuite placés en même temps au-dessus ou au-dessous du plan de l'anneau, il redevient visible et nous paraît sous la forme d'une ellipse qui

s'agrandit à mesure que le rayon visuel, mené de la terre à Saturne, fait un plus grand angle avec le plan de l'anneau. Quelquefois la partie supérieure de cette ellipse se trouve cachée derrière la planète, tandis que la partie inférieure se confond avec sa surface, Saturne nous paraît alors comme supporté par deux espèces d'anses qui s'étendent de chaque côté de son globe avec une largeur variable.

L'anneau disparaît complétement, quelle que soit la position de la terre lorsque la droite *cx* prolongée passe par le centre du soleil; cet astre se trouvant alors dans le plan de l'anneau, il n'en éclaire que l'épaisseur, et la surface lumineuse étant trop mince pour être aperçue de la terre à une si grande distance, Saturne nous paraît alors comme un globe arrondi semblable aux autres planètes.

L'orbe *cdefg* de Saturne étant beaucoup plus étendu que celui de la terre, le diamètre CE de l'écliptique sous-tend sur cet orbe un arc d'environ 10°, c'est à peu près le mouvement de Saturne en dix mois, c'est donc dans cet espace de temps que la ligne *cx'* passera du point E au point E' où elle est tangente à l'écliptique, et c'est, par conséquent, dans le même intervalle qu'on observera une disparition et une réapparition de l'anneau, toutes les fois que Saturne reviendra dans les points de son orbite voisins des nœuds de son anneau (1).

(1) Les longitudes des nœuds de l'anneau sont 170° et 350°, c'est donc lorsque Saturne approche de ces deux points que son anneau devient invisible pour nous, au contraire nous le voyons dans la position la plus avantageuse pour l'observer, quand la planète est

Ce phénomène se reproduira donc deux fois à chaque révolution, et comme la durée d'une révolution de Saturne est de trente ans, on observera régulièrement une disparition et une réapparition tous les quinze ans, l'anneau restera ensuite visible pendant près de quinze années.

Outre cette disparition causée par le passage du soleil dans le plan de l'anneau, il peut en arriver une seconde résultant du passage de la terre par le même plan, celle-ci ne sera point générale comme la première, et dépendra à chaque révolution de la position de Saturne relativement à la terre et au soleil. Ainsi, en 1789, on observa deux disparitions et deux apparitions dans la même année; la première disparition eut lieu le 4 mai, et la première réapparition le 4 août; la seconde disparition eut lieu le 9 octobre, et l'on observa une seconde réapparition à l'autre face le 31 janvier suivant.

Voici pendant la révolution actuelle les époques où l'anneau a éprouvé une disparition complète, et celles où il s'est trouvé dans la position la plus favorable pour être observé de la terre.

par 80° ou 160° de longitude; toutefois la position respective de la terre influe beaucoup comme nous l'avons dit, sur l'aspect du phénomène.

ÉPOQUES.	LONGITUDE MOYENNE DE SATURNE.	PHASES DE L'ANNEAU.
1825 novemb.	80°	Face australe éclairée.
1833 avril. . .	170°	Invisible.
1838 juillet. .	260	Face boréale éclairée.
1847 décemb.	350	Invisible.
1855 avril. . .	80	Face australe éclairée.

Ces apparences, qui sont un résultat fort simple des divers degrés d'inclinaison que prennent les rayons lumineux qui nous viennent de Saturne et de son anneau, en vertu des mouvements respectifs de cette planète et de la terre, ont d'abord beaucoup embarrassé les astronomes qui n'avaient point d'assez bons instruments pour les bien observer; mais Huygens, ayant construit de meilleures lunettes, reconnut la véritable cause qui les produisent, et l'explication qu'il en a donnée a été généralement adoptée.

100. Puisque la disparition de l'anneau, à certaines époques, ne provient que de l'affaiblissement de la lumière qu'il nous envoie, il est clair que si nos instruments étaient plus perfectionnés, nous ne cesserions jamais de l'apercevoir; c'est, en effet, ce que Herschel, le père, a confirmé à l'aide de ses grands télescopes. Dans ses disparitions, il voyait encore l'anneau comme un fil très-

délié qui aurait traversé la surface de la planète. L'observation de quelques points brillants, remarqués à la surface de l'anneau, lui a indiqué aussi qu'il avait un mouvement de rotation dirigé d'Occident en Orient comme tous les mouvements planétaires. Ce mouvement s'exécute autour d'un axe perpendiculaire à son plan et passant par le centre de Saturne, sa durée est de 0^j 437 ou 10^h environ, tandis que la planète tourne autour du même axe dans le même sens et dans la période de 0^j, 428. Ce qui est très-remarquable, c'est que ce résultat que W. Herschel a trouvé par l'observation directe, avait été déduit par Laplace des formules de la théorie. L'inclinaison de l'anneau sur le plan de l'écliptique est de 28 à 30°, la longitude de son nœud ascendant de 167° 20′.

La surface de l'anneau est sensiblement plane, sans cela, ainsi que l'a remarqué Huygens, il y aurait des parties de cette surface qui seraient éclairées avant les autres, comme le sont sur la terre les sommets des montagnes. Cette surface n'est pas continue, on y remarque une bande noire circulaire qui semble partager l'anneau en deux parties distinctes et concentriques, dont l'extérieure est plus large que l'intérieure. Quelques observateurs ont cru même apercevoir d'autres bandes noires qui partagent l'anneau en un plus grand nombre de parties.

101. Les six premiers satellites de Saturne se meuvent à peu près dans le plan de l'anneau, le septième seul s'en écarte sensiblement en parcourant un plan plus rapproché de l'écliptique. Enfin Herschel a cru avoir aperçu encore deux nouveaux satellites qui circulent autour de Saturne d'Occident en Orient, dans le plan de l'anneau.

Ces satellites n'ont pas une seconde de diamètre, et sont par conséquent très-difficiles à distinguer.

Nous avons dit n° 97 que la difficulté d'observer les éclipses des satellites de Saturne n'a pas permis d'en faire usage pour déterminer ses distances à la terre et au soleil, comme on l'avait fait pour Jupiter, mais on y a suppléé d'une manière ingénieuse au moyen des éclipses de l'anneau. En effet, il y a un cas où l'anneau disparaît parce que le soleil est situé dans son plan, la planète se trouve alors sur la ligne des nœuds de l'anneau, ou sur l'intersection de son plan avec l'écliptique, et comme la position de cette ligne est connue, n° 99, on aura l'angle sous lequel la planète serait vue du centre du soleil. On connaît d'ailleurs la position de la terre relativement au même point : en joignant donc par trois droites les centres de Saturne, de la terre et du soleil, on formera un triangle rectiligne STP (*fig.* 65) dans lequel on connaîtra l'angle à la terre STP, l'angle au soleil PST, l'on en conclura par conséquent le rapport des côtés PT, SP à ST, c'est-à-dire la distance de Saturne à la terre et au soleil, en parties de la distance de la terre au soleil. On a trouvé ainsi que Saturne est environ 9 fois et demie plus éloigné de nous que le soleil quand son diamètre apparent est de 16″, ce qui s'accorde assez bien avec le résultat déduit de la comparaison des temps périodiques.

URANUS.

102. Uranus est, de toutes les planètes connues, la plus éloignée du soleil ; placée aux limites du système solaire,

elle n'a que l'apparence d'une étoile de sixième ou de septième grandeur, et on ne l'aperçoit guère qu'avec le secours des lunettes. Aussi était-elle inconnue des anciens, ce fut Herschel qui en fit la découverte en 1781 ; il paraît cependant qu'elle avait été observée par divers astronomes à des époques antérieures, mais ils n'avaient point aperçu son mouvement propre, et ils l'avaient rangée parmi les étoiles. Uranus suit exactement la même marche que les autres planètes supérieures; il est sujet à des stations et à des rétrogradations semblables lorsqu'il approche de l'opposition, son mouvement est seulement beaucoup plus lent.

La durée d'une révolution d'Uranus est de 84 ans, 8 jours, 18 heures, sa distance moyenne au soleil est de plus de 19 fois la distance du soleil à la terre, et surpasse de moitié, par conséquent, celle de Saturne au même astre, la découverte de cette planète a donc doublé les dimensions de notre système planétaire. Son orbite n'est point exactement circulaire, son excentricité est de 0,04661 du demi-grand axe; son inclinaison sur le plan de l'écliptique n'est que de 46′ 26″, c'est par conséquent de toutes les planètes celle qui s'écarte le moins du plan de l'écliptique; la longitude de son nœud ascendant en 1800 était de 72° 59′ 21″.

103. Herschel, au moyen de son grand télescope, a reconnu à cette planète six satellites, il sont beaucoup plus difficiles encore à apercevoir que les satellites de Saturne. Aussi les autres astronomes, avec leurs instruments ordinaires, n'ont-ils pu constater avec évidence que l'existence de deux d'entre eux, le second et le quatrième. Jusqu'ici, il paraît que Herschel est le seul qui

les ait observés avec une attention suivie ; il résulte de ses observations qu'ils se meuvent dans des orbites presque circulaires et perpendiculaires au plan de l'écliptique. Le second satellite fait sa révolution en 8 j. 17 h. 1′ 19″, le quatrième en 11 j. 11 h. 5′ 1″. Mais une circonstance remarquable, c'est que leur mouvement projeté sur l'écliptique, au lieu d'être *direct*, comme celui de toutes les planètes et des autres satellites, est *rétrograde*, c'est-à-dire qu'au lieu d'être dirigé d'Occident en Orient, il s'exécute en sens contraire. Ces deux satellites sont les seuls dont les éléments soient établis sur des observations positives, on n'a sur les éléments des quatre autres que des notions conjecturales, et leur existence même est douteuse.

Herschel a cru encore découvrir à Uranus les traces de deux anneaux perpendiculaires l'un à l'autre, mais rien n'a depuis confirmé ce soupçon.

Le peu d'éclat et la grande distance d'Uranus rendent cette planète très-difficile à observer ; son diamètre dans les lunettes n'est pas de 4″, aussi n'a-t-on pu constater comme pour les autres planètes son mouvement de rotation, on peut seulement le supposer par analogie et comme une loi générale des mouvements planétaires. La même analogie doit faire penser que ce mouvement a lieu dans le même sens que celui des autres planètes, et que les satellites s'écartent peu du plan de l'équateur, en sorte que l'axe de rotation est à très-peu près contenu dans le plan de l'écliptique.

Le diamètre du soleil que nous voyons sous un angle de 31′ 54″, à la distance d'Uranus qui est d'environ 660 millions de lieues, ne serait que de 1′ 40″, le disque de

cet astre y doit donc paraître près de 400 fois moindre que sur la terre, et à peu près comme une étoile de première grandeur. L'intensité de la lumière et de la chaleur solaires y sera donc diminuée dans le même rapport, et l'on peut juger par là de l'intensité du froid qui doit régner à la surface de cette planète. Le diamètre d'Uranus est 4 fois et demie celui de la terre, et son volume 67 fois et demie celui de notre globe.

PLANÈTES TÉLESCOPIQUES.

CÉRÈS, PALLAS, JUNON ET VESTA.

104. L'introduction de ces quatre astres dans le système planétaire ne date que du commencement de ce siècle. Cérès a été reconnue en 1801, par Piazzi; Pallas, en 1802, par Olbers; Junon, en 1804, par Harding; enfin Vesta, en 1807, par Olbers.

La découverte de ces quatre planètes est remarquable en ce qu'elle est due à une espèce d'induction rationnelle et non pas au hasard comme celle des autres corps du système solaire. En effet, nous avons déjà vu que Kepler, frappé du grand intervalle resté vide entre Mars et Jupiter, avait imaginé qu'il devait être partagé par l'orbite d'une planète jusqu'alors inconnue, et dont l'existence rétablirait l'harmonie des distances des planètes au soleil. La découverte d'Uranus rappela l'attention des astronomes sur cette idée de Kepler, et dans les diverses tentatives qu'il fit pour la vérifier, Piazzi fut conduit à observer un astre dont il reconnut bientôt le mouvement

propre par rapport aux étoiles qui l'environnaient et qu'il nomma *Cérès*.

Cette planète est extrêmement petite, elle est enveloppée d'une nébulosité qui empêche d'en distinguer le véritable disque. Sa distance au soleil est de 2, 78, la distance du soleil à la terre étant prise pour unité, c'est-à-dire qu'elle est trois fois à peu près plus éloignée de nous que cet astre, ce qui la place en effet entre Mars et Jupiter, conformément à l'idée de Kepler.

Les travaux entrepris par Olbers pour suivre les mouvements de cette planète, lui en firent découvrir une seconde qu'il nomma *Pallas*, sa distance au soleil est à peu près la même que celle de Cérès, mais elle fait au nord et au sud de l'écliptique des écarts beaucoup plus considérables et qui peuvent dépasser 24°; il faudrait par conséquent agrandir beaucoup la largeur du zodiaque ou de la zone qui renferme les orbites de toutes les planètes, pour l'y pouvoir comprendre, mais comme les dimensions de cette zone sont absolument arbitraires, que sa largeur n'avait été fixée à 16° que pour y renfermer Vénus, celle des planètes anciennement connues qui s'écarte le plus du plan de l'écliptique, rien ne s'oppose à cet agrandissement du zodiaque ni même à ses empiétements futurs sur le reste de la sphère céleste.

Enfin Junon et Vesta, dont la découverte suivit celle de Cérès et Pallas et en fut, pour ainsi dire, la conséquence, sont situées à peu près à la même distance du soleil. La distance moyenne de Junon est de 2,6 et celle de Vesta de 2,3, la distance moyenne de la terre au soleil étant prise pour unité.

Ces quatre planètes ne sont visibles qu'avec le secours

de très-bonnes lunettes. Vesta, quoique la plus petite des quatre, paraît cependant la plus brillante, elle a l'éclat d'une étoile de cinquième ou de sixième grandeur; les trois autres ne présentent que les apparences d'étoiles de neuvième ou dixième grandeur. Cérès a une lumière très-variable, tantôt elle est vive et rougeâtre, tantôt pâle et blanchâtre.

Le diamètre de Pallas, la plus considérable de ces quatre planètes n'est pas de 4″, et son volume, selon Schröter, ne dépasserait pas celui de la lune. On a calculé que le volume des quatre astres réunis ne formerait pas la vingt-cinquième partie de celui de notre globe. Quelques astronomes voulaient, à raison de leur petitesse, leur refuser le titre de planètes, et les désigner par le nom particulier d'*astéroïdes*, mais l'usage de les comprendre parmi les corps planétaires a prévalu; seulement, pour les distinguer des planètes principales, on les a nommées *planètes télescopiques*.

Leurs mouvements, comme tous les mouvements planétaires, sont dirigés d'Occident en Orient, ils sont tour à tour directs et rétrogrades comme ceux des planètes supérieures. Ces astres ont été observés avec assez de soin, particulièrement par les astronomes allemands, pour que les éléments de leurs orbites et les lois de leurs mouvements soient maintenant très-bien connus. Les plans qui les renferment sont, en général, fortement inclinés sur le plan de l'écliptique, les inclinaisons et les excentricités des orbites de Junon et Pallas se font surtout remarquer par leur grandeur.

On ne peut juger de leur distance au soleil que par la durée de leur révolution. Cette durée est à peu près la

même et de 4 ans $\frac{2}{3}$ environ pour les trois premières La durée de la révolution de Vesta paraît plus courte d'une année, c'est-à-dire qu'elle est de 3 ans $\frac{2}{3}$ à peu près. Nous donnerons plus loin un tableau général qui contiendra les éléments de toutes les planètes et ceux des astéroïdes.

105. Ainsi, au lieu d'une planète située entre Jupiter et Mars selon l'idée de Kepler, il s'en est trouvé quatre pour combler cet intervalle. Mais leur analogie entre elles, leur petitesse, l'égalité à peu près parfaite de leurs distances au soleil, ont fait penser qu'elles pourraient bien n'être que les débris d'une seule et même planète brisée par une secousse intérieure. En effet, on a reconnu par la théorie que, dans ce cas, les fragments de cet astre pourraient circuler, il est vrai, dans des orbites plus ou moins excentriques et diversement inclinées à l'écliptique, mais que toutes les distances au soleil devaient rester les mêmes à très-peu près, et que toutes les orbites devaient se couper au même point. Or, c'est ce qui a lieu pour les quatre planètes Cérès, Junon, Pallas et Vesta. Cette conjecture a d'ailleurs reçu un nouveau degré de probabilité dans un beau mémoire de Lagrange, où ce géomètre démontre par la théorie qu'il eût suffi d'une commotion qui aurait communiqué aux débris d'une planète une vitesse moindre que *vingt* fois celle du boulet de canon, pour que ces débris pussent décrire des orbites elliptiques comme celles des quatre planètes télescopiques.

Quoi qu'il en soit, il est bon d'observer que le ciel nous est aujourd'hui assez bien connu pour que la découverte de nouvelles planètes soit au moins très-rare, et comme

il faudrait supposer que les masses de ces planètes sont extrêmement petites pour avoir échappé si longtemps aux regards des observateurs, on peut présumer que s'il y en a en effet qui soient encore inconnues, leur existence est sans aucune importance pour nous et ne peut exercer aucune influence sensible sur les autres corps du système solaire.

CHAPITRE VIII.

LOIS GÉNÉRALES DES MOUVEMENTS PLANÉTAIRES.

Toutes les planètes se meuvent dans le même sens autour du soleil. — Tracé graphique de leurs orbites. — Ces courbes sont des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers. — Lois de Kepler. — Éléments des orbites planétaires. — Moyen de les déterminer. — Construction des tables des planètes. — Configurations remarquables du système solaire. — Perturbations du mouvement elliptique des planètes. — Inégalités séculaires. — Inégalités périodiques. — Mouvement elliptique des satellites autour de leurs planètes respectives. — Éléments de leurs orbites. — Relations remarquables entre les mouvements sidéraux des trois premiers satellites de Jupiter. — Vitesse de la lumière conclue de l'observation des éclipses du quatrième satellite. — Tableau des éléments des satellites.

106. Nous avons présenté dans le chapitre précédent les résultats qu'a produits une observation longue et attentive des mouvements planétaires. Ce qui a d'abord étonné les premiers observateurs, ce sont les stations et les changements de directions auxquels toutes les planètes sont assujetties quand elles arrivent dans les par-

ties inférieures de leurs orbites, c'est-à-dire lorsqu'elles sont les plus brillantes, que leurs diamètres apparents sont les plus grands et qu'elles sont, par conséquent, le plus rapprochées du soleil. Nous avons vu que ces apparences résultent de ce que la terre n'est point au centre du monde, et qu'elles sont les conséquences simples et rigoureuses de ses déplacements dans l'écliptique, combinés avec les mouvements des autres planètes. Cette nécessité d'admettre les mouvements de la terre autour du soleil résulte aujourd'hui d'un si grand nombre de faits, qui sans cela demeureraient inexplicables, qu'on ne peut le révoquer en doute sans se refuser à l'évidence; mais les premiers astronomes, trompés comme le vulgaire par les illusions de leurs sens, crurent longtemps la terre placée au centre des mouvements célestes, et dans cette hypothèse, l'explication des irrégularités des planètes si simple pour nous, leur paraissait un problème aussi difficile qu'intéressant. Nous avons vu par quel ingénieux échafaudage de cercles et d'épycycles ils étaient parvenus à le résoudre de manière à satisfaire à tous les phénomènes qu'avaient indiqués leurs observations imparfaites. Cette complication a disparu du système du monde lorsque sa véritable constitution a été connue; ce qui était obscur s'est éclairci, les explications pénibles sont devenues faciles, et l'hypothèse de Copernic a eu l'immense avantage de rendre aux mouvements célestes le premier caractère des œuvres de la nature, l'harmonie et la simplicité.

La difficulté pour nous de reconnaître les véritables lois de ces mouvements tient donc uniquement à ce que nous ne sommes pas placés au centre autour duquel ils

s'exécutent, et que les lieux d'où nous les observons changent eux-mêmes continuellement de position dans l'espace. Il nous a été très-facile, en effet, de reconnaître et de tracer les orbites de la lune autour de la terre et de la terre autour du soleil, parce que dans le premier cas, les observations directes nous ont fourni tout ce qui était nécessaire pour cet objet, et qu'il nous a été permis dans le second de transporter à la terre vue du centre du soleil, les observations de cet astre faites à la surface du globe. Essayons pour les planètes une opération analogue, et proposons-nous de reconnaître ainsi la nature des orbites qu'elles paraîtraient décrire si on les observait du centre du soleil. Pour cela remarquons qu'il y a pour les planètes des observations qui doivent donner des résultats absolument les mêmes, qu'elles soient faites à la surface de la terre ou à la surface du soleil; ce sont celles qui se rapportent aux oppositions et aux conjonctions, puisqu'au moment du phénomène, la terre, le soleil et la planète se trouvent sur la même ligne droite, et correspondent au même point du ciel. Supposons donc qu'on suive dans son cours une planète supérieure à partir d'une opposition, les conjonctions étant plus difficiles à observer parce que la planète est alors confondue dans les rayons du soleil, qu'on note exactement l'instant du phénomène et qu'on remarque à quel point du ciel correspondait alors la planète, il est clair que ce lieu est le même que celui que cet astre semblerait occuper pour un observateur placé dans le soleil. Qu'à l'opposition suivante, on observe de même l'instant précis auquel elle arrive, et le point au ciel auquel répond alors la planète l'arc compris entre ce lieu et celui qu'elle occupait à la

première opposition, donnera l'espace angulaire qu'elle a parcouru dans l'intervalle comme s'il avait été mesuré du centre du soleil, et la différence des instants observés sera le temps qu'elle a mis à le décrire. Le mouvement de la planète étant plus rapide que celui de la terre, les oppositions correspondront successivement à divers points de son orbite, en réunissant donc toutes les oppositions observées pendant une révolution sidérale de la planète, on formera autour du point S (*fig.* 66) une suite d'angles PSP′, P′SP″, etc., qui représenteront les mouvements angulaires de la planète dans l'intervalle de deux oppositions consécutives.

La comparaison de ces angles et de ces intervalles suffira pour montrer que les arcs parcourus ne sont pas égaux en temps égaux, ce qui doit nous faire présumer que l'orbite n'est pas circulaire. Mais pour s'en assurer et pour décrire cette courbe, il faudrait connaître les distances SP, SP′, etc. de la planète au soleil. On ne peut les déterminer dans les oppositions et les conjonctions puisque la planète se trouve sur le même rayon visuel que le soleil, mais si l'on observe la planète dans une position intermédiaire et préférablement au moment de la quadrature parce que c'est alors que son rayon vecteur se présente à l'observateur sous le plus grand angle, en établissant une proportion entre les intervalles de temps qui séparent la première opposition de la quadrature et de l'opposition qui la suivent, et les arcs que la planète décrit dans ces intervalles, on déterminera approximativement la position du rayon vecteur S*p* sur lequel doit se trouver la planète à l'instant de la quadrature. Si l'on considère donc le triangle S*p*T formé par les droites qui

joignent les centres du soleil, de la planète et de la terre, l'angle à la terre compris entre la planète et le soleil sera donné par l'observation, l'angle au soleil sera l'angle p ST déterminé par la construction précédente, on pourra donc en conclure le rapport de Sp à ST, c'est-à-dire la valeur du rayon vecteur de la planète en parties du rayon vecteur de la terre, qui sera lui-même exprimé en parties de la distance moyenne de la terre au soleil. En répétant la même opération pour chacune des quadratures successives pendant la durée d'une révolution sidérale de la planète et même si l'on veut pour des époques intermédiaires entre celles des conjonctions et des quadratures, et en reportant les valeurs qui en résulteront sur les droites tracées autour du point S, on aura autant de points p, p', p'' etc., par lesquels on fera passer une courbe qui représentera l'orbite de la planète. On conçoit d'ailleurs qu'en comparant entre elles une série d'observations faites pendant plusieurs révolutions de la planète, on pourra donner à cette première ébauche de l'orbite un plus grand degré d'exactitude et parvenir enfin à la tracer avec toute la précision convenable.

107. C'est en appliquant un procédé semblable au mouvement de Mars, que Kepler fut conduit par l'allongement de la courbe qui en était résultée, à la comparer à une figure elliptique et à s'assurer que l'orbite de Mars était en effet une ellipse dont le soleil occupait l'un des foyers (1). Kepler avait heureusement choisi la planète

(1) Cette vérification était facile. En effet, on sait que trois points donnés de position sur un plan suffisent pour déterminer complétement une ellipse dont l'un des foyers est connu. En calculant donc l'ellipse qui satisfait à trois observations de la planète, on verra si

Mars pour le conduire à cette importante découverte, parce que son excentricité étant très-grande, la forme de son orbite s'écarte davantage de la figure du cercle, ce qui rend la nature de cette courbe beaucoup plus facile à reconnaître. Il était naturel de supposer par analogie la même figure aux orbes des autres planètes, et Kepler n'eut point de peine à s'assurer en effet que toutes les observations se trouvaient exactement représentées dans cette hypothèse. Nous avons vu n° 67, que l'orbite que la terre décrit autour du soleil dans son mouvement annuel est une courbe du même genre. On peut donc en conclure ce premier principe général des mouvements planétaires.

1° *Les orbites des planètes sont des ellipses dont le centre du soleil occupe un des foyers.*

Il s'agissait ensuite de découvrir la loi du mouvement de translation sur ces courbes. En comparant les arcs décrits par le mouvement journalier de Mars en différents points de son orbite, aux puissances successives des rayons vecteurs qui leur correspondent, Kepler, après quelques essais, reconnut que ces arcs multipliés par le carré des rayons vecteurs, donnent un produit constant. Or nous avons vu, en parlant du soleil, que ce produit est le double du petit secteur elliptique compris entre deux positions successives du rayon vecteur séparées par l'intervalle d'un jour. On peut donc conclure que les surfaces décrites autour du soleil par les rayons vecteurs de Mars

toutes les autres observations y sont également comprises. Les résultats de la construction graphique indiquée, et qui pouvaient laisser des doutes, acquièrent ainsi toute la précision des résultats numériques.

sont égales en temps égaux ou qu'elles croissent comme le nombre de jours employés à les tracer; nous avons reconnu que la même loi s'observait relativement au mouvement annuel de la terre, Kepler s'assura d'ailleurs qu'elle se vérifie relativement à toutes les autres planètes, on peut donc en conclure ce second principe général :

2° *Les surfaces tracées par les rayons vecteurs des planètes autour du soleil sont proportionnelles aux temps employés à les décrire.*

Ces deux principes suffisent pour assigner à chaque instant la position d'une planète relativement à une droite invariable menée par le centre du soleil; mais Kepler, conduit par la nature de son esprit à établir des rapports entre tous les phénomènes qui lui semblaient avoir entre eux de l'analogie, et frappé comme l'avaient été les astronomes de l'antiquité, de voir que les mouvements des planètes étaient d'autant moins rapides qu'elles étaient plus éloignées du soleil, entreprit de chercher le rapport qui pouvait exister entre les temps des révolutions des différentes planètes et leurs distances au soleil. Cette recherche l'occupa *dix-huit ans*, tant il attachait de prix à la découverte, et lorsqu'enfin après beaucoup de vaines tentatives il fut parvenu à une hypothèse qui lui réussit, il resta, dit-on, quinze jours sans oser vérifier son calcul, dans la crainte que le succès n'eût encore trompé son attente. Le rapport qu'il venait de découvrir entre les temps des révolutions et les distances au soleil, et qui lie entre eux par une loi commune les mouvements des différentes planètes, constitue ce troisième principe général.

3° *Les carrés des temps des révolutions planétaires*

sont entre eux comme les cubes des grands axes des orbites.

Tels sont les trois principes fondamentaux qui régissent les mouvements des planètes autour du soleil, et qui, constamment vérifiés par l'accord des observations, sont devenus la base de toute l'astronomie théorique. Ces principes, nommés *lois de Kepler*, immortaliseront le nom de leur inventeur. L'utilité des deux premières lois qui permettent à un astronome de fixer à chaque instant les positions mutuelles de toutes les planètes, soit entre elles, soit relativement aux étoiles, du moment que les positions qu'elles occupaient à un instant donné lui sont connues, et d'assigner ainsi la configuration du système planétaire dans les temps passés et futurs, se fait assez sentir par elle-même pour qu'il soit superflu d'insister sur son importance; pour apprécier l'utilité de la troisième, il suffit de remarquer que de tous les éléments du mouvement d'une planète, le temps qu'elle met à revenir à la même position sidérale est le plus facile à observer; le rapport qui permet de conclure de la durée de la révolution d'une planète, sa distance au soleil, donne donc cette distance avec beaucoup plus d'exactitude qu'on ne pourrait en attendre de toute espèce d'observations directes. Au moyen de ce rapport, en prenant pour unité la distance moyenne de la terre au soleil, selon l'usage adopté par les astronomes, on déterminera les distances de toutes les planètes en parties de cette unité; on en conclura ensuite leurs distances absolues en multipliant les nombres qui exprimeront leurs distances relatives, par la valeur numérique de la distance de la terre au soleil exprimée en parties de la quantité que l'on a

choisie pour mesurer les distances. Enfin, ce sont ces belles lois que Kepler a trouvées par le seul secours de l'observation, qui conduisirent cinquante ans après Newton à la découverte du principe de la *pesanteur universelle* dont elles ne sont, comme on le verra, qu'une conséquence mathématique.

108. Nous avons nommé périhélie n° 36, le point de l'orbite d'une planète où elle est le plus rapprochée du soleil; aphélie, le point où elle en est à sa plus grande distance. D'après la construction de l'ellipse, (*fig.* 34) ces deux points sont situés à l'extrémité du grand axe dont la moitié est la distance moyenne de la planète au soleil.

L'excès de la plus grande sur la plus petite distance détermine l'aplatissement de l'orbite, et le rapport de la moitié de leur différence au demi-grand axe donne son excentricité. Lorsqu'on connaît le demi-grand axe et l'excentricité, on peut décrire l'ellipse d'une planète, mais pour déterminer la position de cette courbe relativement à l'orbite terrestre, il faut connaître encore son inclinaison sur le plan de l'écliptique et la position de la ligne des nœuds.

La situation de l'orbite étant ainsi complétement fixée, on pourra aisément trouver en tout temps le lieu de la planète dans le ciel, pourvu que l'on connaisse la position de la planète sur son orbite à une époque donnée.

La détermination des mouvements des planètes autour du soleil dépend donc en général de six quantités que l'on a nommées les *éléments du mouvement elliptique*. Cinq de ces éléments fixent la nature et la position de l'orbite, ce sont: 1° *le demi-grand axe*, ou la distance moyenne de la planète au soleil; 2° *l'excentricité*; 3° *la*

position du périhélie sur l'orbite; 4° *la position de la ligne des nœuds* ou de l'intersection de l'orbite avec le plan de l'écliptique; 5° *l'inclinaison* du premier plan sur le second. Enfin le sixième élément uniquement relatif au mouvement de la planète, est le lieu qu'elle occupe sur son orbite à un instant déterminé, ou sa longitude comptée sur cette orbite à partir d'une droite fixe passant par le centre du soleil, cette quantité a été nommée pour abréger *longitude de l'époque*.

En ne considérant donc que les sept planètes principales, il y aura en tout 49 quantités nécessaires à connaître pour être en état d'assigner la position de chaque planète autour du soleil à un instant donné. La détermination de ces éléments forme l'un des objets les plus importants des travaux des astronomes, ils sont incessamment occupés à les perfectionner.

Le grand axe et l'excentricité ne peuvent être déterminés par des observations directes, mais on les déduit sans peine des lois du mouvement elliptique.

Ainsi l'observation des intervalles que met une planète à revenir au même nœud, fait connaître avec précision la durée de sa révolution sidérale, et au moyen de la troisième loi de Kepler, par une simple proportion, on en conclut la distance moyenne de la planète au soleil en parties de la distance moyenne de la terre au même astre (1).

Les observations des diamètres apparents et des mou-

(1) Ainsi la durée d'une révolution sidérale de Mercure est de 87 j., 96925804, et celle de l'année sidérale de 365j,256384, les carrés des grands axes des orbites de Mercure et de la terre, seront donc par la troisième loi de Kepler proportionnels aux cubes de

vements diurnes qui nous ont donné une première idée de l'excentricité des orbites de la lune et du soleil, ne peuvent servir pour les planètes, parce que nous ne sommes pas placés au foyer de leurs orbites ; mais en supposant connu le moyen mouvement de la planète, et en comparant trois longitudes observées à leurs valeurs sur une ellipse dont l'excentricité et le périhélie sont arbitraires, on parvient aisément à déterminer ces deux éléments.

109. Cette méthode est simple et générale, mais quelquefois des circonstances particulières peuvent faciliter la détermination de l'excentricité et du périhélie. On a nommé généralement n° 78, élongation l'angle compris entre deux rayons visuels menés de la terre à une planète et au soleil. La plus grande distance angulaire d'une planète au soleil, pour un observateur placé à la surface de la terre, ou la valeur de l'élongation qui a lieu lorsque l'angle à la planète SPT (*fig.* 67) est droit, ou lorsque le vecteur TP, mené de la terre à la planète, est tangent à le l'orbite *abcd*, se nomme sa *digression*, ce mot s'emploie spécialement pour les planètes inférieures Mercure et Vénus. Si la terre était constamment à la même distance du soleil, et si les orbites planétaires étaient circulaires, les digressions d'une planète seraient toujours de même grandeur. Mais les orbes planétaires étant des ellipses, la digression doit varier selon les positions de la planète

ces nombres; et en les désignant le premier par a, le second par a', on aura :

$$(365{,}256384)^2 : (87{,}96925804)^2 :: a'^3 : a^3$$

d'où, en prenant pour unité de longueur la distance moyenne de la terre au soleil ce qui donne $a' = 1$, l'on tire : $a = \left(\frac{87{,}96925804}{365{,}256384}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}387099$ et de même pour les autres planètes.

et de la terre dans leurs orbites respectives. La digression est à son *minimum* et à son *maximum* lorsque la planète se trouve dans les *absides;* la droite TP (*fig.* 68), menée de la terre à la planète, est alors perpendiculaire au grand axe PP′ et tangente par conséquent à l'ellipse.

Cela posé, si parmi les observations d'une planète on choisit la plus grande et la plus petite digression, elles feront connaître ses distances au soleil; lorsqu'elle se trouve au périhélie ou à l'aphélie de son orbite, l'excès de la première sur la seconde divisé par la distance moyenne est le double de l'excentricité. On détermine à la fois de cette manière l'excentricité et la position du périhélie, mais cette méthode ne s'applique qu'à Mercure et Vénus et ne peut s'étendre aux planètes supérieures pour lesquelles les élongations varient depuis zéro jusqu'à 180° (1).

110. Occupons-nous de la position des nœuds et de l'inclinaison de l'orbite à l'écliptique.

Pour déterminer les *nœuds*, on observera plusieurs jours de suite la planète; lorsque sa latitude est très-petite et va en décroissant, il sera facile de fixer l'instant où la latitude étant nulle, la planète a traversé le plan de l'écliptique. Elle se trouvait alors dans son nœud ascendant ou descendant, selon qu'elle se dirigeait vers la partie

(1) Soient v la plus grande et v' la plus petite digression d'une planète, r et r' ses deux rayons vecteurs correspondants, R et R′ ceux de la terre, dans les triangles PST, P′ST′, (*fig.* 68), on aura :

$$r = R \sin. v \quad ; r' = R' \sin. v'.$$

La différence $r'-r$ divisée par la distance moyenne de la planète au soleil, sera le double de l'excentricité de l'orbite.

boréale ou vers la partie australe du ciel; si la planète était au même instant en opposition avec le soleil, sa longitude, vue de la terre, sera en même temps la longitude du nœud vue du soleil. Cette circonstance est la plus favorable de celles qu'on peut rencontrer, parce qu'elle permet de déterminer la position du nœud par le seul secours des observations et indépendamment des autres éléments de l'orbite. Si la planète s'écarte de l'opposition au moment où sa latitude est nulle, on calcule avec le moyen mouvement, l'excentricité et la longitude du périhélie qui sont connues, le lieu de la planète sur l'écliptique vue du soleil à l'instant de l'observation donnée, et ce lieu est celui du nœud (1).

La méthode la plus simple pour déterminer l'inclinaison serait d'observer la planète vers les points de son orbite où elle s'écarte le plus du plan de l'écliptique, sa latitude mesurerait alors l'inclinaison de cette orbite, si nous étions placés au centre du mouvement, mais avec les éléments elliptiques déjà connus, on peut toujours convertir une latitude *géocentrique*, c'est-à-dire vue du centre de la terre, en une latitude *héliocentrique*, c'est-à-dire vue du centre du soleil (2).

(1) Le phénomène des passages permet de déterminer avec exactitude pour les planètes inférieures, la position du nœud, parce qu'alors la planète se trouve dans son nœud au moment de la conjonction inférieure.

(2) En effet, soit (*fig.* 69) S le soleil, T la terre, P la planète et P′ sa projection sur le plan de l'écliptique. Nommons H la latitude héliocentrique, et G la latitude géocentrique, on aura : $H = PSP'$ et $G = PTP'$; les triangles PSP′, PTP′ donnent d'ailleurs :

$$PP' = SP' \text{ tang. } H = TP' \text{ tang. } G.$$

d'où l'on tire :

On déterminera de cette manière une suite de valeurs de la latitude héliocentrique vers le moment où la latitude géocentrique approche de son *maximum*, et la plus grande de toutes ces valeurs mesurera l'inclinaison de l'orbite de la planète sur l'écliptique.

Les occasions d'observer une planète, lorsqu'elle est dans sa plus grande ou dans sa plus petite latitude, se renouvellent lentement pour les planètes supérieures, pour Saturne par exemple, qui met trente ans à parcourir son orbite, elles ne reviennent que tous les quinze ans; les méthodes précédentes ne peuvent donc être d'un usage continuel, mais la trigonométrie offre d'autres moyens de déterminer l'intersection de l'orbite d'une planète avec l'écliptique et son inclinaison sur ce plan par des observations faites à un instant quelconque (1).

$$\text{tang. } H = \frac{TP'}{SP'} \text{ tang. } G.$$

Mais dans le triangle P'ST on a :

$$SP' : TP' :: \sin. T : \sin. S.$$

L'angle T est donné par l'observation, c'est la différence de la longitude de la planète à la longitude du soleil, l'angle S est donné par la théorie du mouvement elliptique, c'est la différence de la longitude de la planète vue du soleil à celle de la terre, vue du même astre, on a donc enfin :

$$\text{tang. } H = \frac{\sin. S}{\sin. T} \text{ tang. } G.$$

(1) Supposons qu'on ait observé une planète P au moment d'une conjonction ; dans le triangle SPT (*fig.* 70) on aura :

$$SP : ST :: \sin. T : \sin. TPS = \left(\frac{ST}{SP}\right) \sin. T.$$

On a d'ailleurs NPS = T + S et sin. TPS = sin. NPS = sin. (T + S) en faisant donc SP = r, ST = R, on aura :

$$\sin. (T + S) = \left(\frac{R}{r}\right) \sin. T.$$

111. Quelques observations des positions successives qu'occupe une planète dans le ciel pendant l'une de ses révolutions, peuvent donc suffire pour donner tous les éléments de son mouvement elliptique, mais l'on n'aurait de cette manière qu'une idée imparfaite de son orbite, et l'on ne doit regarder les éléments que l'on a ainsi déterminés que comme une première approximation de leurs véritables valeurs. L'analyse mathématique offre plusieurs méthodes pour perfectionner ces premiers éléments, elles sont fondées, en général, sur la comparaison des formules de la théorie et des résultats des observations. On conçoit en effet que si les éléments de l'orbite elliptique d'une planète étaient connus avec précision, le lieu de la planète dans le ciel déduit des lois de son mouvement dans

L'angle T est la latitude géocentrique au moment de l'opposition, elle est donnée par l'observation, les distances R et r du soleil à la terre et à la planète, ou leurs rayons vecteurs dans leurs orbites elliptiques sont donnés par la théorie, puisque les éléments de ces orbites sont supposés connus, l'équation précédente donnera donc l'angle T + S, et en retranchant T on en conclura S, ou la latitude héliocentrique à l'instant de la conjonction.

Soit v la longitude de la planète mesurée sur l'écliptique, A la longitude de la terre vue du soleil; au moment de la conjonction on aura $A = v$; soit Ω la longitude du nœud ascendant de l'orbite, $A - \Omega$ sera la longitude de la planète comptée du nœud ascendant; si l'on conçoit le triangle sphérique rectangle PP'I compris entre l'écliptique P'I, le plan de l'orbite PI et le cercle de latitude PP', on aura dans ce triangle :

$$\text{tang. I} = \frac{\text{tang. PP'}}{\text{sin. P'I}} = \frac{\text{tang. lat. hélio.}}{\text{sin. } (A - \Omega)}$$

Cette équation donnera l'angle I, ou l'inclinaison de l'orbite i.

On peut encore déterminer l'inclinaison par des formules assez simples lorsque la planète a été observée à l'instant où le soleil était dans le nœud de son orbite.

l'ellipse, devrait répondre exactement à sa position déterminée par les observations astronomiques. La différence ne peut donc provenir que de l'inexactitude des éléments, et les altérations qu'il faudra faire subir à leurs valeurs pour faire disparaître ces différences, fourniront des équations de condition qui serviront à déterminer ces corrections avec toute la précision désirable. On pourra donc parvenir ainsi à connaître les éléments d'une planète de manière à satisfaire aussi exactement que l'on voudra aux observations données, et l'on conçoit par conséquent que leur précision s'accroîtra continuellement à mesure que l'on fera concourir à leur détermination un plus grand nombre de bonnes observations (1).

Les éléments des orbites planétaires sont connus aujourd'hui avec une grande précision, c'est en corrigeant successivement leurs premières valeurs qu'on est parvenu à les obtenir, mais en renouvelant cette opération à des époques éloignées, on a remarqué que les résultats n'étaient pas identiquement les mêmes, et que les éléments elliptiques des différentes planètes, les distances moyennes exceptées qui demeurent toujours inaltérables, étaient sujets à de petites variations qui paraissent croître progressivement avec le temps. Ainsi les périhélies et les nœuds des orbites n'occupent plus au bout de cent ans la même place dans le ciel, la différence peut s'élever à un demi-degré, les excentricités et les inclinaisons subissent aussi de légers changements. Malheureusement, les observations anciennes sont trop incertaines et les observations modernes sont encore trop

(1) *Voir* les notes.

rapprochées de nous pour qu'on ait pu fixer par leur moyen l'étendue et les lois de ces altérations, mais nous verrons dans la suite comment le principe de la gravitation qui en a fait connaître la cause, a permis de les déterminer par l'analyse mathématique avec toute la précision désirable, et de devancer par la pensée des phénomènes qui n'acquerront leur entier développement que par une longue succession de siècles.

Comme ces variations sont très-petites et ne deviennent sensibles qu'en s'accumulant pendant un grand nombre d'années, on les a par cette raison nommées *inégalités séculaires*. Les grands axes et les moyens mouvements qui s'en déduisent, sont les seuls éléments du mouvement elliptique qui en soient exempts, l'observation et la théorie s'accordent à démontrer qu'ils sont inaltérables.

112. Lorsque les éléments d'une planète sont donnés, on peut, au moyen des principes du mouvement elliptique, trouver en tout temps sa position dans le ciel. En effet, il suffit pour cela de connaître à chaque instant la position du rayon vecteur sur lequel elle se trouve; or, par la seconde loi de Kepler, les secteurs décrits croissent proportionnellement au temps, on pourra donc fixer pour un instant quelconque la situation du rayon vecteur d'une planète, relativement à celle que ce rayon vecteur occupait à l'instant que l'on a choisi pour *époque*. On déterminerait ainsi par de simples observations graphiques, la situation de la planète sur son orbite à un moment donné, mais la théorie fournit des formules plus exactes et plus commodes dans lesquelles il suffit de substituer la valeur du temps à la place de la quantité

qui le représente, pour déterminer à chaque instant le rayon vecteur, la longitude et la latitude de la planète, et par conséquent sa position exacte relativement au soleil (1). Une suite de ces valeurs calculées pour des intervalles de temps égaux, et réunies dans l'ordre le plus propre à faciliter la détermination du lieu d'une planète, forme ce que l'on nomme *les tables de la planète*.

Lorsque la position d'une planète par rapport au soleil est déterminée, on peut aisément en conclure sa position relative à la terre.

On peut donc, au moyen des tables d'une planète, déterminer d'avance ses longitudes et ses latitudes géocentriques pour chaque jour de l'année, les instants précis de ses conjonctions et de ses oppositions, comme on les obtiendrait par l'observation directe. C'est de cette manière que sont formées les tables calculées dans *la Connaissance des temps* pour l'usage des astronomes et des marins.

113. La configuration sans cesse variable du système planétaire, peut aussi offrir des circonstances remarquables dont on peut fixer d'avance les époques. Ainsi, la réunion de deux ou de plusieurs planètes en un même point du ciel, offre aux astronomes un spectacle curieux et quelquefois utile. C'est en employant une conjonction de Saturne et de Jupiter observée par Ibn-Jubis, le 30 octobre 1007, que Laplace a corrigé les mouvements séculaires de ces deux planètes. On cite une conjonction des cinq grandes planètes observée en Chine sous l'empereur Tcheoun-Hio, plus de 2,500 ans avant notre ère.

(1) Voir les notes.

La première année de ce siècle a été remarquable par la réunion en un même lieu du ciel, près du cœur du Lion, de la Lune, Vénus, Jupiter et Saturne ; cette conjonction arriva le 3 octobre 1801. Au reste, les conjonctions simultanées de plusieurs planètes sont rares, et Lalande a calculé que dix-sept millions d'années séparent les conjonctions des six premières planètes principales, en n'ayant pas même égard aux heures dans cette détermination (1).

Le mouvement synodique d'une planète fait connaître l'intervalle qui la ramène à la même distance angulaire du soleil, mais il peut être utile de connaître la période après laquelle elle reprend sur son orbite la même position par rapport au soleil. Nous avons déjà vu l'usage que l'on faisait de ces sortes de périodes dans la détermination des éclipses de lune et de soleil. Pour en obtenir de semblables pour les planètes, il suffit d'avoir le rapport approché de leur moyen mouvement dans un temps

(1) Le mouvement de Vénus dans une année julienne de 365 j. et un quart est de 2166641″ 52, celui du soleil dans le même intervalle de 109256″ j. 29, et l'on trouve que le rapport de ces deux nombres est celui de $\frac{13}{8}$, ou plus exactement $\frac{473}{291}$; les espaces parcourus par les deux astres sont dans le même rapport ; la planète décrira donc 13 circonférences, tandis que le soleil en décrira 8, ou 473 circonférences quand le soleil en décrira 291, c'est-à-dire qu'après 8 ou 291 années solaires, ayant décrit tous deux un nombre exact de circonférences, ils seront revenus aux mêmes positions sur leurs orbites respectives. Mais comme les nombres qui expriment les moyens mouvements des planètes et celui du soleil, sont des nombres premiers, les rapports de commensurabilité que nous avons supposés entre eux, ne sont qu'approchés, et l'on peut former, par conséquent, pour la même planète, une infinité de périodes plus ou moins voisines de l'exactitude selon les quantités qu'on négligera dans le calcul.

donné à celui du soleil. En effet, ce rapport fait connaître l'intervalle pendant lequel le soleil et la planète accomplissent un nombre exact de révolutions et se retrouvent par conséquent dans la même position réciproque par rapport à la terre. On peut ainsi déterminer sans calcul pour un temps donné les passages d'une planète inférieure, les conjonctions ou les oppositions moyennes d'une planète supérieure, lorsque ces phénomènes ont été fixés par le calcul ou l'observation, pour l'un quelconque des intervalles. Mais toutes ces périodes, autrefois très-employées par les astronomes, sont d'un médiocre intérêt aujourd'hui que les tables planétaires se sont multipliées, et que l'on trouve dans les éphémérides publiées par les principaux observatoires, les positions sidérales et synodiques de toutes les planètes pour chaque jour de l'année.

114. Si les planètes décrivaient des orbites rigoureusement elliptiques, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, les formules dont nous venons de parler et les tables qui en sont déduites représenteraient exactement tous leurs mouvements; mais l'observation a fait voir qu'elles sont sujettes à de petites irrégularités qui les écartent, tantôt dans un sens, tantôt dans le sens, opposé, de la position que leur assignent les lois du mouvement dans l'ellipse; on en a conclu qu'il devait exister une cause générale qui trouble ce mouvement, et qu'on ne devait le regarder par conséquent que comme une première approximation des mouvements planétaires. Cependant, comme les perturbations sont toujours très-petites, relativement au mouvement principal de la planète, l'hypothèse du mouvement elliptique fait connaître un lieu moyen au-

tour duquel elle ne peut faire que de faibles écarts; si l'on ajoute donc aux tables elliptiques, comme de légères corrections, les petites inégalités auxquelles chaque planète est assujettie, on déterminera sa position avec une grande exactitude, sans que le travail de sa recherche en soit augmenté.

Ces inégalités qui altèrent légèrement la position elliptique des corps planétaires, diffèrent de celles que nous avons nommées inégalités séculaires et qui s'attachent spécialement aux éléments de leurs orbites. Elles ne croissent point comme celles-ci progressivement avec le temps, elles sont alternatives, c'est-à-dire qu'après avoir été en augmentant dans un sens pendant un certain nombre d'années, elles vont en diminuant dans les années suivantes, deviennent nulles et augmentent ensuite dans le sens contraire, en restant toujours renfermées dans leurs accroissements entre certaines limites qu'elles ne peuvent pas dépasser. Par cette raison, et pour les distinguer des premières, on les a nommées *inégalités périodiques*. Leur détermination a beaucoup occupé les géomètres et les astronomes, et c'est en effet l'un des points les plus difficiles et les plus importants de l'astronomie théorique et pratique. Nous y reviendrons quand nous nous occuperons des moyens que donne l'analyse mathématique pour déterminer les lois des mouvements célestes.

Voici, d'après les meilleures tables, les éléments de toutes les planètes pour le 1er janvier 1801.

Durées des révolutions.

☿	Mercure.	87j,9692580
♀	Vénus.	224,7007869
♁	La Terre.	365,2563612
♂	Mars.	686,9796458
⚶	Vesta.	1325,743100
⚵	Junon.	1592,660800
⚳	Cérès.	1681,393100
⚴	Pallas.	1686,538800
♃	Jupiter.	4332,5848212
♄	Saturne.	10759,2198174
♅	Uranus.	30686,8208296

On a déduit de ces valeurs les distances moyennes par la troisième loi de Kepler.

Tableau des éléments des orbites planétaires,

Au 1er janvier 1801, à minuit.

	PLANÈTES.	DISTANCES moyennes, ou demi-grands axes.	EXCENTRICITÉS.	LONGITUDES MOYENNES, OU ÉPOQUES.	LIEU DU PÉRIHÉLIE.	LIEU DU NŒUD.	INCLINAISON.
☿	Mercure. . .	0,38709888	0,2055149	100° 13′ 17″,9	74° 21′ 41″	45° 57′ 39″	7° 0′ 9″
♀	Vénus. . . .	0,72333228	0,0068531	145 56 52 ,1	128 43 6	74 52 39	3 23 20
♁	Terre. . . .	1,00000000	0,01685359	100 23 32 ,6	99 29 53	0 0 0	0 00 0
♂	Mars.	1,52369210	0,0933061	232 49 50 ,5	332 23 40	48 00 26	1 50 6
⚶	Vesta.	2,36787000	0,0891300	278 30 0 ,4	249 33 24,4	103 13 18,2	7 8 9
⚵	Junon. . . .	2,66900900	0,25784800	1820 200 16 19 ,1	53 33 46,0	171 7 40,4	13 4 9,7
⚳	Cérès.	2,76724500	0,07843900	123 16 11 ,9	147 7 31,5	80 41 24,0	10 37 26,2
⚴	Pallas. . . .	2,77288600	0,24164800	108 24 57 ,9	121 7 4,3	172 39 26,8	34 34 55
♃	Jupiter. . . .	5,20115524	0,0481621	81 52 10 ,3	11 7 36	98 25 45	1 18 52
♄	Saturne. . .	9,53797320	0,0561505	123 05 29 ,4	89 8 20	111 56 7	2 29 38
♅	Uranus. . . .	19,18251740	0,0466108	173 30 16 ,6	167 30 24	72 59 21	46 26

115. On peut appliquer au mouvement des satellites autour de leurs planètes respectives, tout ce que nous venons de dire relativement au mouvement des planètes autour du soleil. Nous avons exposé dans le chapitre V, les lois du mouvement du satellite de la terre ou de la lune, l'observation des satellites de Jupiter, de Saturne, et d'Uranus, montre que leurs mouvements sont également soumis aux belles lois découvertes par Kepler.

L'observation des éclipses d'un satellite donne les intervalles de ses oppositions moyennes au soleil, ou la durée de sa révolution synodique, c'est-à-dire relative au soleil, et il est facile d'en conclure celle de sa révolution sidérale, du moment que la révolution de la planète est connue. L'observation des plus grandes élongations des satellites fait connaître, n° 92, leurs distances au centre de leurs planètes respectives; en comparant ensuite ces distances aux révolutions sidérales, on trouve qu'elles satisfont à la troisième loi de Kepler, c'est-à-dire que *les carrés des temps des révolutions dans chaque système de satellites, sont entre eux comme les cubes des moyennes distances au centre de la planète.*

Ce beau rapport qui se généralise en s'étendant des planètes aux corps secondaires du système solaire, se vérifie aisément pour les satellites de Jupiter et de Saturne, et pour le *second* et le *quatrième* satellite d'Uranus, les seuls dont on ait pu jusqu'ici déterminer les révolutions par des observations directes; il a servi ensuite à déterminer les durées des révolutions des quatre autres satellites d'Uranus, d'après une estimation approximative de leurs distances au centre de la planète.

116. C'est encore par l'observation des éclipses des satel-

lites qu'on est parvenu à déterminer les éléments de leurs orbites. En effet, ces orbites s'éloignant peu de la forme circulaire, les variations des distances angulaires des satellites au centre de la planète sont très-petites et très-difficiles à observer, il serait donc impossible de déterminer de cette manière les véritables lois de leurs mouvements, tandis que le phénomène des éclipses se renouvelant très-fréquemment, offre aux astronomes le moyen de corriger continuellement les éléments approchés qu'ils ont obtenus par de premiers essais, et d'arriver ainsi à leur détermination aussi exacte que peut le comporter l'imperfection de nos instruments d'observation.

La comparaison de la durée des éclipses à leurs valeurs calculées, en supposant d'abord les orbites circulaires et les mouvements uniformes, indique les modifications qu'il faut faire subir à cette hypothèse pour représenter les phénomènes, et c'est ainsi que l'on a reconnu que les orbites des satellites sont des ellipses dont la planète occupe le foyer, et que les aires décrites par leurs rayons vecteurs sont porportionnelles au temps.

On obtient par le même procédé une première valeur de l'excentricité des orbites. Nous avons vu comment l'observation des éclipses de la plus courte et de la plus longue durée, faisait connaître approximativement l'inclinaison et la longitude des nœuds; le temps des révolutions et les distances moyennes sont déterminées par ce qui précède; en calculant au moyen de ces premières valeurs les positions des satellites, et en les comparant à un grand nombre d'observations d'éclipses, on détermine les corrections qu'il faut donner à ces éléments pour satisfaire aux observations avec toute l'exactitude qu'on peut désirer.

Nous présenterons à la fin de ce chapitre le tableau complet des éléments elliptiques de tous les satellites, celui de la terre excepté, pour lequel nous renverrons au chapitre V.

L'orbite du troisième satellite de Jupiter a une très-petite excentricité, l'orbite du quatrième en a une beaucoup plus considérable. On n'a pu, jusqu'à présent, reconnaître aucune excentricité sensible dans les orbites des deux autres satellites.

L'orbe du premier satellite se confond à très-peu près avec le plan de l'équateur de Jupiter, dont l'inclinaison sur le plan de l'orbite de la planète est de 3° 5′ 30″. Les inclinaisons des orbes du second et du troisième satellite sur le même plan sont peu considérables. L'inclinaison de l'orbe du quatrième satellite sur le plan de l'orbite de Jupiter est de 2° 58′ 48″, et c'est comme on l'a vu, en vertu de cette inclinaison et de son éloignement du centre de la planète, que ce satellite passe souvent derrière elle sans être éclipsé. Les trois premiers satellites, au contraire, doivent toujours s'éclipser.

Le grand éloignement des satellites de Saturne ne permet pas de suivre leurs mouvements avec la même facilité que ceux des satellites de Jupiter. Cependant les observations des éclipses ont indiqué dans l'orbe du *sixième* satellite une excentricité très-sensible. On a reconnu encore que les orbites des six premiers satellites coïncident presque avec la plan de l'anneau, en sorte qu'ils paraissent se mouvoir à très-peu près dans ce plan, le septième satellite est le seul qui s'en écarte sensiblement, son orbite est située à distance égale environ entre l'équateur de Saturne et le plan de

son orbite. Nous indiquerons par la suite la cause probable de cette coïncidence dans le même plan de l'anneau et de la plupart des satellites de Saturne, coïncidence trop remarquable pour être simplement attribuée au hasard.

Les satellites d'Uranus sont encore beaucoup plus difficiles à observer que ceux de Saturne, il faut pour les distinguer des télescopes extrêmement puissants. Nous ne savons donc à peu près rien sur les lois de leurs mouvements, et encore moins sur les éléments de leurs orbites. Herschel, à qui l'on en doit la découverte, supposait qu'ils se meuvent tous comme le second et le quatrième, les seuls qu'il ait pu bien observer, dans un plan presque perpendiculaire à l'orbite de la planète.

117. Les éléments des orbites des satellites sont assujettis à des variations semblables à celles qui affectent les éléments des orbes planétaires.

L'excentricité et la position du grand axe du troisième satellite de Jupiter varient d'une manière très-sensible. Le *périjove* du quatrième satellite, c'est-à-dire le point de l'orbite où le satellite se trouve le plus rapproché du centre de la planète, a un mouvement direct de 42′58″, 7.

Les inclinaisons des orbites des satellites de Jupiter sont également variables, et leurs nœuds ont sur le plan de l'orbite de la planète des mouvements très-rapides.

Des variations semblables se feraient sans doute remarquer dans les éléments des satellites de Saturne et d'Uranus, si leur éloignement permettait de les reconnaître.

Indépendamment des variations qui affectent les éléments de leurs orbites, les satellites sont assujettis, comme les planètes, à des inégalités périodiques qui troublent leurs mouvements elliptiques. Elles sont surtout sen-

sibles dans les mouvements des trois premiers satellites de Jupiter, dont la théorie est ainsi beaucoup plus compliquée que celle du quatrième. Ces trois satellites sont très-voisins les uns des autres et forment comme un système particulier dont les mouvements sont liés par des rapports communs très-remarquables.

Le moyen mouvement sidéral du premier satellite, plus deux fois celui du troisième, pris ensemble, forment une somme qui est constamment égale à trois fois celui du second.

La même relation existe entre les moyens mouvements synodiques des trois satellites. En effet, le mouvement synodique de chaque satellite est égal à son mouvement sidéral diminué du mouvement du soleil en substituant donc, dans le rapport précédent, au lieu des mouvements sidéraux leurs valeurs, le mouvement du soleil disparaîtra, et l'on retrouvera entre les mouvements synodiques la condition énoncée (1).

Ces deux théorèmes sont dus à Laplace qui les a déduits d'une relation plus générale qui existe entre les longitudes sidérales et synodiques de ces mêmes satellites, et que l'observation avait fait découvrir. Elle consiste en ce que la longitude du premier, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième,

(1) Soient n', n'', n''' les moyens mouvements sidéraux du premier, du second et du troisième satellite, dans une année julienne. En nommant s le moyen mouvement sidéral du soleil dans le même intervalle, les mouvements synodiques des trois satellites seront $n'-s$, $n''-s$, $n'''-s$. Si l'on suppose qu'entre n, n', n'' on ait l'équation de condition

$$n' + 2\,n''' - 3\,n'' = 0,$$

On aura aussi :

$$n'-s + 2\,(n'''-s) - 3\,(n''-s) = 0.$$

est toujours égale à 180°, ou à la moitié de la circonférence. La théorie montre que ce rapport est rigoureux, et qu'il subsistera dans tous les temps : nous avons déjà eu l'occasion d'en parler, et nous avons vu comment on en avait tiré la conséquence que les trois satellites ne pourront jamais être éclipsés à la fois. Nous reviendrons dans la suite avec plus de détails sur les inégalités qui doivent en résulter dans leurs mouvements, lorsque nous exposerons la cause qui produit toutes les perturbations planétaires.

Lorsque par les observations des éclipses des satellites, on fut parvenu à reconnaître les lois de leurs mouvements, on en a formé des tables fondées d'abord sur les seules observations et assez imparfaites, mais qui se sont ensuite améliorées à mesure que les observations sont devenues plus exactes, et que la théorie a développé les inégalités auxquelles ces mouvements sont assujettis. L'usage dont ces tables peuvent être pour la détermination des longitudes terrestres, rendait leur perfectionnement très-désirable; les meilleures que nous ayons aujourd'hui sont celles qu'a publiées, dans ces derniers temps, M. Damoiseau, et qui sont fondées sur la théorie des satellites donnée par Laplace.

118. Sans doute, l'exactitude de ces tables est bien supérieure à celle des premières tables des satellites de Jupiter publiées en 1668, en Italie, par Cassini, et qui valurent à leur auteur d'être appelé en France, par Colbert; mais ces premiers essais firent faire à l'astronomie physique un pas immense dont la science se montrera toujours reconnaissante. C'est aux erreurs de ces tables ou plutôt aux différences que présentait

leur comparaison aux observations, que l'on doit la découverte d'un phénomène bien important, la transmission successive de la lumière. En effet, on avait remarqué que l'entrée et la sortie des satellites dans le cône d'ombre que Jupiter projette derrière lui, arrivait toujours plutôt que ne l'indiquaient les tables quand la planète était dans ses plus courtes distances à la terre, et qu'on les apercevait, au contraire, plus tard, quand la distance de Jupiter à la terre surpassait la distance moyenne. Ces différences constamment les mêmes pour tous les satellites, ne pouvaient être attribuées à des inégalités qui troublent leurs mouvements elliptiques, et il était naturel par conséquent de supposer qu'elles tiennent à ce que la lumière du soleil, réfléchie par les satellites, ne se transmet pas instantanément jusqu'à nous, et qu'elle met à nous parvenir un temps plus ou moins long selon la distance de Jupiter à la terre. Les tables des satellites étant construites sur un très-grand nombre d'observations, dans lesquelles les plus courtes et les plus grandes distances de la planète à la terre se sont compensées, doivent donc s'accorder d'autant mieux avec les observations, que les distances de la planète à la terre au moment de chaque observation, s'écartaient moins de leur valeur moyenne.

Soit S (*fig.* 71) le soleil, J Jupiter et *a* un de ses satellites. Si la vitesse de la lumière était instantanée, nous verrions le satellite à l'instant où il sort du cône d'ombre qui suit la planète; mais si la vitesse de la lumière est successive, l'instant où nous l'apercevrons différera de l'instant véritable de l'émersion, du temps qu'emploie la lumière à parvenir de Jupiter à la terre.

Si l'on suppose donc que l'on observe deux éclipses du même satellite, l'une lorsque la terre est en *e*, c'est-à-dire au moment d'une opposition de Jupiter au Soleil, l'autre lorsque la terre est en E, c'est-à-dire lorsque Jupiter est en conjonction, comme la planète est dans le premier cas plus rapprochée de nous que dans le second, le retard de l'émersion apparente sur l'instant précis du phénomène, sera aussi beaucoup plus considérable dans ce dernier cas que dans le premier, et la différence des deux retards sera le temps que la lumière emploie à parcourir la distance *e*E ou le diamètre de l'orbe terrestre. En comparant un grand nombre d'éclipses, on a trouvé que cette différence était de 986″, la moitié de cette quantité ou 8′13″ est donc le temps que la lumière met à décrire le rayon de l'écliptique ou à venir du soleil à la terre. La distance moyenne du soleil à la terre est de 34,500,000 lieues, ce qui suppose à la lumière une vitesse de 70,000 lieues par seconde.

Ainsi donc, nous ne voyons jamais le soleil qu'à la place qu'il occupait 8′13″ avant l'instant où nous l'observons, et lorsque nous l'apercevons à l'horizon, il y a déjà 8′13″ qu'il est levé ou qu'il a disparu. Une remarque semblable s'applique à tous les autres astres.

119. Nous avons déjà vu comment cette belle découverte de la transmission successive de la lumière, faite par Roëmer, astronome français, avait conduit Bradley à l'explication du phénomène de l'aberration des étoiles, c'est-à-dire de leurs mouvements apparents. Elle peut nous servir encore à acquérir, sur leurs distances et sur leur grandeur, des notions plus précises que celles que nous possédons déjà. Nous avons dit, n° 65, que la distance de

la terre aux étoiles les plus voisines, était au moins 200,000 fois plus grande que celle de la terre au soleil : la lumière emploierait donc 200,000 fois plus de temps à venir de ces étoiles à la terre qu'elle n'en met à venir du soleil, c'est-à-dire qu'il lui faudrait au moins trois ans $\frac{1}{2}$ pour franchir l'intervalle qui nous en sépare. Or, si la lumière emploie autant de temps à nous venir des étoiles de 1re grandeur, telles que Sirius ou la Lyre, combien en mettrait-elle donc à arriver des étoiles plus éloignées selon toutes les apparences, des étoiles de 16e grandeur par exemple ? D'après les lois de la dégradation de la lumière, on peut admettre, sans exagération, que ces étoiles sont au moins 300 fois plus éloignées de nous que les étoiles de 1re grandeur ; il en résulte que leur lumière met au moins 300 fois plus de temps à nous parvenir. Il y a donc des étoiles dont la lumière met plus de 1000 ans pour venir jusqu'à nous. Quelle idée d'après cela devons-nous nous faire de l'immense étendue des espaces célestes, et combien les dimensions de notre système planétaire paraissent petites quand on les compare à celles de l'univers.

Les propriétés de la lumière nous permettent encore former quelques conjectures sur la grandeur réelle des étoiles, qu'il nous serait impossible d'apprécier par des observations directes puisqu'elles ne présentent aucun diamètre sensible dans les meilleurs télescopes. Des expériences que l'on dit très-exactes, ont conduit à conclure que la lumière qui nous vient de Sirius est à celle du soleil dans le rapport de 1 à 20,000 millions. En supposant donc que l'intensité de la lumière décroît en raison du carré des distances, il faudrait que l'éloi-

gnement du soleil fût 141,000 fois plus grand qu'il ne l'est aujourd'hui pour que sa lumière ne nous parût pas plus brillante que celle de Sirius. Or, nous avons dit que cette étoile était au moins 200,000 fois plus éloignée que le soleil, l'éclat de la lumière intrinsèque de Sirius est donc au moins double de celui du soleil, ou, ce qui revient au même, en admettant une similitude parfaite dans leurs éléments constituants, Sirius doit équivaloir à deux soleils. Tout porte à croire même que cette évaluation est beaucoup au-dessous de la vérité et l'on a estimé, d'après les expériences dont nous avons parlé, que l'intensité de la lumière de Sirius pourrait atteindre jusqu'à quatorze fois celle du soleil. Si l'on suppose donc que toutes les étoiles sont à peu près de même grandeur et semblables à notre soleil, et qu'elles ne diffèrent dans leur grandeur apparente que par leur éloignement plus ou moins considérable, à quelles énormes distances ne faudra-t-il pas reporter la position des étoiles pour satisfaire aux phénomènes que leur lumière nous présente? l'imagination la plus féconde reste ici bien en deçà des bornes de la nature.

120. Après cette digression sur la mesure de la vitesse de la lumière et sur les conséquences qui en résultent, revenons aux mouvements planétaires dont nous nous occupions dans ce chapitre.

De ce que nous avons dit précédemment on peut conclure : que tous les satellites ont un mouvement commun, dirigé comme celui des planètes d'Occident en Orient ; ils décrivent des ellipses dont leurs planètes respectives occupent le foyer, enfin le mouvement sur ces courbes est conforme aux lois découvertes par Kepler, c'est-à-

dire que les aires décrites croissent proportionnellement au temps, et que les durées des révolutions sont proportionnelles aux racines carrées des cubes des grands axes.

Ces différents théorèmes concordent parfaitement avec les observations des quatre satellites de Jupiter, on ne les a jusqu'ici vérifiés qu'en partie sur les satellites de Saturne et d'Uranus dont l'extrême éloignement nous empêche de suivre tous les mouvements, mais on peut, par analogie, supposer qu'ils embrassent le système entier des satellites, en attendant que des instruments d'observation plus parfaits nous aient permis d'en acquérir la conviction.

Ainsi donc, on peut regarder les beaux rapports découverts par Kepler comme une loi universelle, qui s'étend à tous les corps qui circulent autour d'un foyer commun, et l'uniformité que nous reconnaissons dans tous les mouvements célestes, montre assez qu'ils ne peuvent être le résultat que d'une cause uniforme et générale dont les effets varient seulement par les dispositions particulières du système auquel elle s'applique.

TABLEAU DES ÉLÉMENTS ELLIPTIQUES DES SATELLITES.

Satellites de Jupiter.

SATELLITES.	RÉVOLUTIONS SIDÉRALES.		DISTANCES moyennes au centre de la planète.	INCLINAISON sur l'équateur.
1er.	1 j. 18 h. 28′	1 j,769157788148	6,04833*	0
2e.	3 13 14	3 ,551810117849	9,62347	27′ 49″,2
3e.	7 3 43	7 ,154552783970	15,55024	12′ 20″
4e.	16 16 32	16 ,688769707084	26,99853	2°

* Le demi-diamètre de l'équateur de la planète étant pris pour unité.

Les excentricités des deux premiers satellites sont insensibles, celle du troisième est très-petite, mais sujette à une variation sensible, l'excentricité et l'inclinaison du quatrième satellite sont plus considérables que celles des trois autres.

Satellites de Saturne.

SATELLITES.	RÉVOLUTIONS SIDÉRALES.		DISTANCE moyenne au centre de N.	ÉPOQUES DE LEUR DÉCOUVERTE.
1er.	0j 22h 38′	0j,94271	3,351*	Herschel, 1789, télescope de 40 pieds.
2e.	1 8 53	1,37024	4,300	Herschel, 1789.
3e.	1 12 18	1,88780	5,284	Cassini, 1684, des lunettes de 34 à 136 pieds.
4e.	2 17 45	2,75948	6,819	Cassini, 1684.
5e.	4 12 25	4,51749	9,524	Cassini, 1672, avec des lunettes de 35 à 70 pieds.
6e.	15 22 41	15,94530	22.081	Huygens, 1655.
7e.	79 7 55	79,32960	64,359	Cassini, 1671.

* Le demi-diamètre de l'équateur de la planète étant pris pour unité.

Les orbites des cinq premiers satellites et celle du septième, sont à très-peu près circulaires et coïncident avec le plan de l'anneau ou l'équateur de Saturne. L'orbite du sixième a une excentricité sensible, elle est de 0,0488759, son inclinaison diffère aussi de celle de l'anneau et de l'équateur. Le grand éloignement des satellites de Saturne fait qu'ils n'auront jamais pour

nous l'utilité de ceux de Jupiter, et qu'il reste encore beaucoup d'incertitude sur leurs éléments et sur les inégalités de leur mouvement.

Satellites d'Uranus.

SATELLITES.	RÉVOLUTIONS SIDÉRALES.				DISTANCES MOYENNES.
1er.	5 j.	21 h.	25′	5 j,8926	15,120 *
2e.	8	16	58	8 ,7068	17,022
3e.	10	23	4	10 ,9611	19,845
4e.	13	10	56	13 ,4559	22,752
5e.	38	1	48	38 ,0750	45,507
6e.	107	16	40	107 ,6944	91,008

* Le demi-diamètre de l'équateur étant pris pour unité de distance.

Ces satellites n'ont été observés juqu'ici que par Herschel qui les a découverts, il faut le secours d'un très-puissant télescope pour les apercevoir. Ils paraissent se mouvoir dans des plans à très-peu près perpendiculaires à l'écliptique.

CHAPITRE IX.

COMÈTES.

Caractères qui les distinguent des planètes. — Leurs orbites sont des ellipses très-aplaties. — Ne sont visibles que dans une partie de leur cours. — Moyens de les observer. — Recherche des éléments de leurs orbites. — Prédiction de leurs retours au périhélie. — Comètes périodiques de 1759, *de* 1819 *et de* 1826. *— Apparences physiques. — Nébulosité. — Noyau. — Queue. — Influences qu'elles peuvent exercer sur la terre et sur les planètes.*

121. Les comètes diffèrent des planètes, non-seulement par leurs apparences physiques, mais encore par les phénomènes que leur marche nous présente. Les planètes conservent toujours à peu près la même distance au soleil, en sorte que sans la lumière de cet astre, nous pourrions les apercevoir dans toutes les saisons pendant une partie de la journée. Les comètes, au contraire, ne sont visibles pour nous que dans la partie de leur orbite la plus voisine du soleil, elles s'éloignent ensuite à de si grandes distances, qu'il ne nous est plus possible de les distinguer. La nébulosité qui les environne, contribue encore à affaiblir la lumière qu'elles

nous envoient, et à les dérober à nos regards plutôt que cela n'aurait lieu sans cette circonstance.

Les variations de grandeur et d'éclat que présentent les comètes dans l'intervalle où elles sont visibles, et leur disparition du ciel, lorsqu'elles y ont brillé un certain temps, les avaient fait considérer d'abord comme de simples météores semblables à ceux que l'on voit quelquefois traverser l'atmosphère, et qui ne sont que des vapeurs engendrées à la surface de la terre; mais en mesurant les parallaxes de plusieurs d'entre elles, on a reconnu que leurs distances surpassaient beaucoup les dimensions de notre atmosphère, et on a dû les ranger parmi les astres qui ont une existence permanente. En observant avec plus d'attention leur marche, on a reconnu que leurs mouvements, qui semblent au premier abord si divers et si irréguliers, sont soumis à des lois aussi immuables que celles qui règlent les mouvements planétaires, et que les comètes comme les planètes se meuvent dans des orbites elliptiques dont le soleil occupe un des foyers; mais si la nature des orbites est la même, les éléments qui déterminent leurs dimensions et leur position dans le ciel, diffèrent en général d'une manière très-sensible. Les planètes se meuvent toutes dans le même sens autour du soleil, c'est-à-dire d'Occident en Orient suivant l'ordre des signes, le mouvement rétrograde qu'elles présentent de temps en temps n'est qu'apparent. Les comètes, au contraire, ont les unes un mouvement direct, les autres un mouvement rétrograde. Les orbes planétaires sont en général très-peu inclinées au plan de l'écliptique; les orbites des comètes peuvent faire avec ce plan tous les angles possibles. Enfin, nous

avons vu que les excentricités des ellipses planétaires sont toujours très-petites, en sorte que les courbes que ces astres décrivent, s'éloignent très-peu de la forme circulaire; les orbites des comètes, au contraire, sont des ellipses douées d'excentricités considérables et forment des courbes très-aplaties.

On conçoit d'après cela pourquoi ces astres ne sont pas visibles pour nous dans toute l'étendue de leur cours. En effet, soit (*fig.* 34) *abcd* une ellipse très-allongée, dont le soleil occupe le foyer F, l'astre qui la décrit, après s'être approché très-près du soleil au périhélie A, s'en éloignera ensuite à d'énormes distances, et nous cesserons de l'apercevoir jusqu'à ce que la suite des temps le ramène vers le même point; mais comme les grands axes des orbites de la plupart des comètes sont extrêmement grands, que les durées de leurs révolutions sont par conséquent très-longues, que, d'ailleurs, ces astres n'ont été observés avec un peu de soin que depuis deux siècles, il n'y en a encore que trois dont on ait reconnu avec certitude les retours successifs au périhélie.

122. Puisque les comètes parcourent des orbites elliptiques comme les planètes, et que leurs mouvements sur ces courbes sont réglés par les mêmes lois, en se reportant à ce que nous avons dit n° 108, on voit que pour déterminer à chaque instant la position d'une comète, il faudra connaître six quantités, savoir : 1° *le demi-grand axe;* 2° *l'excentricité de l'orbite;* 3° *l'instant du passage* au périhélie ; 4° *l'inclinaison* de l'orbite sur le plan fixe que nous supposons être celui de l'écliptique ; 5° *la position* des nœuds, c'est-à-dire des deux points où la comète traverse l'orbite de la terre ;

6° la *longitude du périhélie* mesurée sur l'orbite même de la comète à partir de la droite d'où les longitudes sont comptées.

Les observations ne donnent pas directement ces éléments; mais les géomètres ont imaginé diverses méthodes par lesquelles on peut les en déduire avec facilité. Nous avons vu comment on était parvenu à connaître avec beaucoup d'exactitude les éléments des orbites des planètes en faisant servir à leur détermination leurs oppositions, leurs conjonctions et leurs passages par leurs nœuds; mais les éléments des orbites des comètes sont plus difficiles à obtenir, parce que n'étant visibles que pendant une partie de leur cours, on ne peut choisir pour les observer les instants où elles se trouvent dans les positions les plus favorables pour en conclure leurs éléments, et l'on n'a pas d'ailleurs, comme pour les planètes, l'avantage de pouvoir corriger successivement leurs valeurs à chaque révolution nouvelle.

Cependant, le problème de la détermination des éléments du mouvement elliptique des comètes, n'était point simplement une question de curiosité; sa solution offrait aux astronomes un haut intérêt, puisque la connaissance de leurs éléments est le seul moyen que nous ayons de reconnaître ces astres lorsque la suite des temps les ramène dans le voisinage du soleil. En effet, les apparences physiques de la même comète changent à chaque révolution, soit à cause de la différence des lieux qu'elle occupe relativement à la terre et au soleil, soit parce que la matière qui la compose semble se dissiper graduellement dans l'espace. On ne saurait donc aucunement compter sur ces apparences pour constater

l'identité d'une comète qui reparaît à son périhélie après une révolution accomplie.

123. Trois observations complètes d'une planète ou d'une comète suffisent pour déterminer généralement tous les éléments du mouvement elliptique. Le grand axe de l'orbite laisse seul de l'incertitude et l'on ne peut l'obtenir avec précision qu'au moyen de la troisième loi de Kepler, lorsque la révolution périodique est connue, ce qui exige que l'astre ait été observé au moins deux fois à son passage au périhélie. C'est par cette raison que les astronomes, lorsqu'ils croient apercevoir une comète pour la première fois, supposent d'abord infini le grand axe de son ellipse, ou plutôt calculent son mouvement dans une de ces courbes dont les deux branches s'étendent indéfiniment et que nous avons nommées *paraboliques* n° 36, ce qui leur donne l'avantage d'avoir à déterminer une inconnue de moins et celle dont l'exactitude est la plus douteuse. On voit d'ailleurs par la figure 34 que l'ellipse et la parabole qui ont même sommet A et même foyer F se confondent sensiblement l'une avec l'autre dans les points voisins du sommet; on peut donc, sans erreur considérable, supposer qu'une comète qui nous est inconnue et qui doit se trouver nécessairement dans le voisinage de son périhélie lorsque nous l'apercevons, décrit pendant le peu de temps où elle est visible, un arc de parabole, et l'on appliquera les observations faites dans l'intervalle de son apparition à l'exacte détermination de cette courbe, jusqu'à ce qu'un nouveau passage de la comète à son périhélie nous ait fait connaître le temps de sa révolution, et par suite la nature de sa véritable orbite.

Trois observations de la longitude et de la latitude d'une comète, offrent plus de données qu'il n'en faut pour déterminer les *cinq* éléments du mouvement parabolique, savoir : 1° *l'instant du passage au périhélie* ; 2° la *distance périhélie* ; 3° *l'inclinaison de l'orbite* sur le plan de l'écliptique ; 4° *la longitude du nœud ;* 5° *la longitude du périhélie* mesurée sur l'orbite. Enfin le sens du mouvement qui est *direct* ou *rétrograde*, selon que l'astre avance dans le sens du mouvement annuel du soleil ou dans le sens opposé. Les observations subséquentes peuvent servir à corriger les premières valeurs des éléments que l'on a obtenus et à s'assurer de leur exactitude. Les géomètres ont imaginé plusieurs méthodes plus ou moins commodes pour déduire des observations les éléments de l'orbite d'une comète avec tout le degré d'exactitude désirable, il serait impossible de les indiquer ici sans le secours de l'analyse : nous dirons seulement que les astronomes employaient autrefois dans ce genre de recherches des méthodes de tâtonnement et des constructions graphiques peu dignes de l'importance de la question ; le progrès des sciences mathématiques a permis de leur substituer depuis des méthodes à la fois plus précises et plus savantes, et qui résolvent complétement le problème par le seul secours du calcul analytique. De ces méthodes, les plus généralement employées aujourd'hui sont celles de Laplace et d'Olbers.

La loi de la proportionnalité des aires aux temps employés à les décrire, s'observe relativement aux comètes sur la parabole comme sur l'ellipse, puisque nous supposons que ces deux courbes se confondent

pendant la courte durée de l'apparition de ces astres, on peut donc fixer à chaque instant la position de la comète sur l'orbite dont on a calculé les éléments, et en comparant les résultats de ce calcul aux observations connues, on s'assurera de l'exactitude des hypothèses sur lesquelles on s'est appuyé. Or, cette supposition est vérifiée par l'accord des observations et des mouvements de plus de cent comètes calculées dans des orbes paraboliques, on peut donc la considérer comme parfaitement justifiée.

124. Imaginons maintenant qu'on détermine de la même manière les éléments des orbites de chacune des comètes qui se présenteront dans le ciel, qu'on les compare ensuite à ceux des orbes des comètes déjà observées, on aura un moyen facile de s'assurer si cette comète paraît pour la première fois ou si elle a déjà été aperçue à d'autres époques. En effet, si la *distance périhélie*, l'*inclinaison* de l'orbite, la *position* du *périhélie* et *des nœuds*, *le sens* du *mouvement* de la nouvelle comète, sont à très-peu près les mêmes que les éléments correspondants d'une comète aperçue à une époque antérieure, on sera autorisé à penser que c'est le même astre qui, après s'être éloigné à des distances où nos yeux ne peuvent le suivre, revient dans les régions du ciel voisines du soleil. Pour ne pas admettre cette identité, il faudrait supposer que deux comètes différentes se meuvent avec la même distance périhélie, dans le même sens et dans la même orbite, ce qui est contre toute vraisemblance.

Toutes les idées que nous venons de rappeler sur la nature et le mouvement des comètes, sont dues à Newton : jusqu'à lui la plupart des astronomes et Kepler lui-

même, les regardaient comme des météores formés des vapeurs de la terre, et n'apportaient à les observer qu'une attention proportionnée au peu d'importance qu'ils leur attribuaient; ils étaient donc bien loin d'en soupçonner le retour. Le célèbre astronome Halley, contemporain de Newton, appliqua les constructions et les calculs qu'avait imaginés ce grand géomètre, aux comètes connues de son temps, pour déterminer les éléments de leurs orbites et s'assurer si, parmi elles, il ne s'en trouverait pas quelques-unes qui eussent paru à diverses époques et dont il serait, par conséquent, possible d'indiquer les retours futurs. Il calcula ainsi vingt-quatre orbites, et en comparant leurs éléments, il remarqua deux comètes auxquelles il crut pouvoir assigner des retours périodiques. L'une était celle de 1661, qu'il supposa être la même qu'une comète qui avait paru en 1532, et dont la période, par conséquent, était de cent vingt-neuf ans. Dans cette hypothèse, cette comète aurait dû reparaître en 1790, mais la prédiction ne s'est pas accomplie. Halley fut plus heureux relativement à la seconde comète, c'était celle qui avait paru en 1682, et dont il avait déterminé les éléments paraboliques sur ses propres observations; ces éléments présentaient une identité très-approchée, avec ceux des comètes de 1607 et de 1531. Voici quels étaient les éléments de ces trois comètes :

PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.	DISTANCE PÉRIHÉLIE.	INCLINAISON.	LONGITUDE DU NŒUD.	LONGITUDE DU PÉRIHÉLIE
1531. 25 août.	0,57	17° 56′	49° 25	301° 39′
1607. 26 oct..	0,58	17 2	50 21	302 16
1682. 14 sept.	0,58	17 42	50 48	301 56

Sens du mouvement des trois comètes, rétrograde.

L'analogie était manifeste, et Halley osa dès lors annoncer que ces éléments appartenaient à un seul et même astre qui accomplissait sa révolution en 75 ou 76 ans environ, et dont le retour prochain au périhélie devait par conséquent avoir lieu dans les premiers mois de l'année 1759. Cette fois l'événement justifia la prévision de la science, et la comète parvint au périhélie le 20 mars 1759.

En supposant, par un milieu, la révolution de cette comète de 75 ans $\frac{1}{2}$ et en prenant pour unité la distance moyenne du soleil à la terre, on trouve que le grand axe de son orbite est d'environ 35,727, et comme sa distance périhélie n'est que 0,58, cet astre s'éloigne du soleil *trente-cinq* fois au moins plus que la terre, en parcourant une ellipse très-allongée, puisque la distance focale est de 17,2810.

Il paraît que cette même comète avait déjà été aperçue au passage qui avait précédé celui de 1531, à en juger par l'analogie de ses éléments avec ceux d'une comète

observée en 1456 et calculée par Pingré d'après les renseignements imparfaits fournis par les auteurs contemporains (1).

Avant cette époque, les observations des comètes étaient loin d'être assez précises pour qu'on en pût déduire les éléments de leurs orbites. Les chroniqueurs du temps se contentaient le plus souvent de mentionner leur apparition dans telle ou telle constellation, mais sans indiquer jamais ni l'heure du phénomène, ni le lieu précis du ciel où il avait été aperçu. Nous n'avons donc pour reconnaître l'identité des comètes antérieures à 1450, que l'analogie des périodes, mais leur durée étant très-variable, comme on le voit en comparant les intervalles des trois retours bien connus de la comète de 1759, on conçoit que ce guide est peu sûr et peut conduire à de fréquentes erreurs. C'est donc seulement comme un objet de curiosité et non comme le résultat d'un calcul exact, que nous présentons le tableau suivant de toutes les apparitions de la comète de Halley depuis la plus haute antiquité jusqu'à nos jours, les retours antérieurs au XVe siècle ont été obtenus en remontant le cours des siècles, d'après la période à peu près connue de la comète, et en la comparant aux apparitions d'autres comètes signalées à des époques à peu près correspondantes; ces retours peuvent être regardés comme présumables, mais on ne doit pas oublier que les résultats du tableau suivant ne méritent une entière confiance qu'à partir de 1451.

(1) Les éléments de cette comète calculés par Pingré sont :

Passage.	*Dist. pér.*	*Inclin.*	*Lieu du nœud.*	*Long. péri.*	*Sens du mouv.*
—	—	—	—	—	—
Juin 1453.	0,58.	17° 56′	48° 30′.	301° 0′.	Rétrograde.

Retours présumés de la comète de 1759, depuis les plus anciennes apparitions jusqu'à nos jours.

APPARITIONS.	ANNÉES.	ÉVÉNEMENTS REMARQUABLES COÏNCIDANT AVEC LE RETOUR DE LA COMÈTE.
1re.	130 avant l'ère chrétienne.	Naissance de Mithridate (1).
2e.	523 depuis l'ère chrétienne.	Six révolutions auraient eu lieu dans l'intervalle.
3e.	399	Comète d'un aspect effrayant; *horrendæ magnitudinis*. Sa queue semble toucher la terre.
4e.	550	Prise de Rome par Totila.
5e.	930	Cinq révolutions se sont accomplies dans l'intervalle.
6e.	1005	Trois révolutions dans l'intervalle.
7e.	1230	
8e.	1305	Comète d'une grandeur extraordinaire, suivie de la peste.
9e.	1380	
10e.	1455	La comète est d'une grandeur inusitée; sa queue embrasse les deux tiers de l'intervalle de l'horizon au zénith. Le pape Calixte II ordonne des prières publiques pour conjurer sa maligne influence.
11e.	1531	Appian, astronome d'Ingolstadt, l'observe. Il en tire la preuve que les queues des comètes sont toujours dirigées à l'opposite du soleil.
12e.	1607	La comète est observée par Kepler et Longomontanus.
13e.	1682	Elle est observée par Cassini, Hévélius, Halley, etc.
14e.	1759	Retour prédit par Halley, calculé par Clairaut.
15e.	1835	Retour calculé d'avance et prédit à un jour près.

(1) L'historien Justin, parmi les phénomènes qui annoncèrent la

125. Si les comètes étaient rigoureusement assujetties aux lois du mouvement elliptique, et si leurs orbites étaient invariables, l'observation de deux passages consécutifs au périhélie, suffirait pour déterminer tous les éléments de leurs ellipses et la durée de leur révolution qui se conserverait constamment la même. Le problème de la détermination de leur retour n'offrirait alors aucune difficulté et pourrait se résoudre sans calculs. Mais il n'en est point ainsi, et les plus simples observations indiquent que ces astres sont soumis à des perturbations beaucoup plus considérables que les autres corps du système solaire, et qui se manifestent surtout dans les durées de leurs révolutions périodiques. En effet, en ne tenant compte que des passages successifs au périhélie constatés par le calcul, et en admettant que les apparitions observées en 1531, 1607 et 1682, appartiennent à la même comète, on trouve :

Du 25 août	1531	27811 jours.
Au 26 octobre.	1607	
Du 26 octobre.	1607	27552 jours.
Au 14 septembre. . . .	1682	

grandeur future de Mithridate, cite une comète qui parut à la naissance de ce prince ; elle brilla pendant soixante-dix jours d'un éclat tel que tout le ciel paraissait en feu ; elle effaçait la lumière du soleil, occupait le quart du firmament, et employait quatre heures à se lever et à se coucher. On a cru pouvoir reporter à cette apparition le premier retour connu de la comète de Halley, mais quelqu'exagération qu'on prête au récit précédent, il faudrait supposer que la comète que nous avons revue en 1835, a immensément perdu de son éclat et de ses dimensions depuis sa première apparition, pour admettre la coïncidence.

Du 14 septembre. . . .	1682	27957 jours.
Au 15 mars.	1759	
Du 15 mars.	1759	28006 jours.
Au 16 novembre.	1835	

Les durées de ces quatre révolutions de la comète de Halley ont donc été en nombres ronds :

La première de 76 ans 2 mois.
La seconde de 75 ans.
La troisième de 76 ans 6 mois.
La dernière de 76 ans 8 mois.

Ces périodes sont comme on voit fort inégales entre elles, elles ne sont point alternativement de 75 et de 76 ans comme on l'avait supposé d'abord, et lorsque la périodicité de cette comète fut reconnue pour la première fois en 1705, il eût été impossible de prévoir, par les seules données de l'observation, si la durée de la révolution suivante serait de 75 ou de 76 ans, et d'assigner par conséquent à une année près l'époque précise de son retour au périhélie. La différence même de ces périodes pouvait laisser de l'incertitude sur l'identité des trois comètes, indiquée d'ailleurs par la coïncidence des autres éléments (1). Mais Halley observa judicieusement qu'il était

(1) La différence des périodes et des inclinaisons me paraissait un peu trop grande pour oser prononcer l'identité, et les observations d'Appian et de Kepler que j'avais employées dans le calcul des deux premiers retours, me paraissaient trop imparfaites ou plutôt trop grossières pour des recherches si délicates. Mais lorsqu'après les recherches que je fis des anciennes comètes, j'en eus encore retrouvé trois autres qui avaient paru auparavant, et dans le même

naturel de supposer que les mêmes causes qui troublent les mouvements planétaires, doivent agir sur les comètes et avoir une influence d'autant plus sensible sur leurs mouvements que celle du soleil diminue à raison des grandes distances auxquelles elles s'écartent de cet astre.

En considérant même que la comète, pendant la période de 1607 à 1682, approcha très-près de Jupiter, de toutes les planètes la plus considérable, et celle dont l'action par conséquent doit être la plus sensible, il en conclut que sa vitesse avait dû en être augmentée, et par conséquent la durée de sa révolution considérablement raccourcie. Cette période n'ayant été que de 75 ans, il en inféra que la suivante serait de 76 ans au plus, et que la comète ne reparaîtrait que vers la fin de 1758 ou au commencement de 1759. Mais ce n'était là que d'ingénieux aperçus, et la théorie pouvait seule fournir aux géomètres le moyen de déterminer rigoureusement toutes les inégalités qu'une comète peut subir dans l'intervalle où elle décrit la partie supérieure de son orbite, et où nous ne pouvons plus la suivre que par la pensée. Nous tâcherons dans la suite d'indiquer comment ils y sont parvenus, il nous suffira de dire pour le moment que le problème est aujourd'hui assez bien résolu pour qu'on ait pu prédire, à moins d'un jour près, l'instant du dernier retour au périhélie de la comète de 1759.

Voici quels ont été, d'après les observations, les éléments elliptiques de cette comète à l'instant des deux derniers passages au périhélie :

ordre, savoir : en 1305, 1380 et en 1456, je repris un peu plus d'assurance dans mon premier sentiment. (*Théorie des Comètes*, par Halley.)

	1759.	1835.
Instant du passage (1). . .	Mars. 15j,08976	Nov. 15j,9454
Excentricité.	0,967557	0,967389
Lieu du périhélie.	303° 10′ 1″	304° 5′ 49
Long. du nœud axe.	53 50 11	55 9 47
Inclin. de l'orbite.	17 37 12	17 45 17

126. Outre la comète dont nous venons de parler, et à laquelle on a donné le nom de comète de Halley, parce que sa périodicité a été reconnue pour la première fois par cet astronome, notre système planétaire s'est enrichi dans ces derniers temps de deux nouvelles comètes dont le retour périodique est constaté avec certitude, et que l'on a appelées comètes *à courtes périodes*, à cause de la rapidité de leur révolution. La première est celle qu'on a communément nommée *comète de Encke*, parce que cet astronome a fait une étude particulière de sa théorie. Ce fut en 1819 que sur la vue des éléments paraboliques d'une comète qu'on observait en ce moment, M. Arago reconnut leur analogie avec ceux d'une comète qui avait paru en 1805; on fixa sa période à 3 ans et 3 mois à peu près, en sorte que dans l'intervalle de 1805 à 1819, elle avait accompli quatre révolutions entières pour revenir à son périhélie. Cette comète reparut en effet en 1822, et elle a été observée depuis à chacun de ses retours successifs. Le grand axe de son orbite est de 4,429, et son excentricité de 0,846. Son dernier passage au périhélie a eu lieu en 1835, en sorte que cette année a été marquée par le retour de deux comètes périodiques. Cette

(1) Le temps est partout compté de minuit au méridien de Paris.

comète se fait remarquer par des états alternatifs de dilatation et de contraction à mesure qu'elle s'éloigne ou se rapproche du soleil. On a cru observer aussi une diminution progressive dans son éclat à chaque révolution, ce qui a donné lieu de penser qu'elle finirait bientôt par se dissiper totalement, et peut-être la même chose est-elle arrivée à d'autres comètes périodiques, ce qui explique pourquoi le nombre de celles que nous observons aujourd'hui est encore si peu considérable.

Voici les éléments de cette comète à l'instant du passage au périhélie 1835, déduits de l'observation, et les éléments relatifs au passage 1838, fournis par le calcul des perturbations (1) :

Passage au périhélie	1835 *août* 26j,86776.	1838 *décemb.* 19j,47255.
Révol. sidérale. . .	1070,76700	1071,18572
Long. périhél. . . .	157° 24′ 0″,7	157° 27′ 54″,8
Long. du nœud. .	334 54 52,3	334 56 51,8
Inclinaison.	13 21 17,5	13 21 29
Excentricité. . . .	0,845238	0,845220

Sens du mouvement direct.

127. En février 1826, M. Biela, en Bohême, et Gambart, à Marseille, remarquèrent en même temps à peu près, la ressemblance singulière des éléments d'une comète qu'ils venaient d'observer, avec une comète qui avait paru en

(1) La comète est revenue depuis quelques mois dans le voisinage du périhélie, et elle a été observée à Berlin et à Paris par les astronomes de l'Observatoire. Mais les observations ne sont pas encore assez nombreuses pour qu'on en ait pu déduire les élements de l'orbite.

1772 et en 1805 (1). Pour satisfaire aux observations, ils trouvèrent qu'elle devait décrire une ellipse, dont le grand axe était 7,134, l'excentricité 0,747, et dans laquelle la durée de la révolution était de 6 ans et 8 mois, ou 2460 jours à peu près. Cette comète avait donc accompli six révolutions dans l'intervalle de 1772 à 1826, et elle devait reparaître par conséquent en 1832. Cette conjecture s'est complétement vérifiée, et cet astre doit prendre place désormais à côté des deux autres comètes périodiques que nous connaissons déjà. Ce sont les seules dont on puisse assigner les retours à des époques déterminées d'avance.

Voici les éléments de cette comète aux instants de ses deux derniers passages :

	1826.	1832 (2).
Passage au périhélie.	Mars 18j,9688	Novembre 27j,4808
Excentricité.	0,7457842	0,7517481
Lieu du périhélie. .	109° 32′ 23″	109° 56′ 45″
Long. du nœud axe.	251 15 15	248 12 24
Inclinaison.	15 58 45	15 15 15
Demi-grand axe. . . .	5,55683	

Ces deux dernières comètes parcourent, comme on voit, des courbes beaucoup moins étendues et moins

(1) Voici quels étaient les éléments paraboliques des trois passages :

Années.	*Dist. péri.*	*Incl.*	*Lieu du nœud.*	*Lieu du périh.*	*mouv.*
1772	1,01	18° 17′	254° 0′	110° 14′	direct
1805	0,89	16 51	250 53	109 23	direct
1826	0,95	14 39	247 54	104 20	direct

(2) Ces éléments sont ceux qui résultent du calcul des perturbations.

excentriques que la comète de Halley, elles sont comprises toutes deux dans l'orbite de Saturne ; après s'être approchées tout près du soleil, elles ne s'en éloignent pas, comme les autres comètes, à des distances qui confondent l'imagination; enfin, leur cours n'offre point de différence bien tranchée avec celui des planètes. Il est probable que les observations assidues que l'on fait des comètes, en feront découvrir beaucoup d'autres de même nature que les précédentes; mais les comètes à longues périodes seront toujours très-rares, parce qu'il y a un siècle à peine que les observations sont faites avec assez de soin pour constater leur identité lorsqu'elles reviennent dans le voisinage du soleil. La comète de Halley mérite donc une attention toute particulière, comme un phénomène exceptionnel dans le système du monde.

Apparences physiques.

128. Les apparences physiques que les comètes nous présentent offrent d'innombrables variétés. Beaucoup de comètes n'ont pas de queues sensibles ; à d'autres, on en a aperçu plusieurs : la comète de 1744 en avait jusqu'à six parfaitement distinctes. La forme, la longueur et la largeur des queues des comètes, ne sont pas plus que leur nombre, sujettes à des règles fixes. Il existe des comètes dont le noyau solide et opaque réfléchit une lumière brillante comme celle des planètes ; il existe des comètes sans noyau apparent, qui, dans toute leur étendue, ont presque la même clarté, et qui ne sont sans aucun doute que de simples amas de vapeurs. Enfin,

on a vu des comètes dont la splendeur le disputait à celle du soleil, d'autres, dont la clarté effaçait celle de la lune, d'autres, plus lumineuses que Sirius, la plus brillante des étoiles du ciel, et à côté de ces astres, on en observe journellement dont la lumière est si faible, que la moindre clarté dans l'espace ou dans le champ du télescope avec lequel on les observe, suffit pour les rendre presque complétement invisibles. On ne saurait donc donner une description générale qui s'applique à des astres dont la constitution physique est si diverse, et nous nous en tiendrons à rappeler les phénomènes les plus communs, que présentent ordinairement les trois principales parties dans lesquelles les astronomes les ont divisés : la *nébulosité*, le *noyau* et la *queue*.

La nébulosité qui environne les comètes, paraît formée de couches de matière nébuleuse légèrement condensée en approchant du centre. Ces couches sont encore extrêmement rares puisqu'elles n'affaiblissent pas sensiblement la lumière des étoiles qui les traversent dans une immense profondeur. On a remarqué une disposition particulière dans la nébulosité des comètes qui ont un noyau ; les couches dont elle se compose, semblent former plusieurs anneaux concentriques, suspendus autour de l'astre et séparés par des intervalles dans toute l'étendue desquels on n'aperçoit qu'une clarté à peu près insensible. C'est ainsi qu'on pourrait se représenter la terre, entourée de toutes parts de plusieurs couches de nuages, séparées par de l'air pur qui n'aurait pas comme eux la propriété de réfléchir la lumière.

On a expliqué d'une manière vraisemblable la forma-

tion de la nébulosité des comètes, en l'attribuant aux vapeurs que la chaleur du soleil élève à leur surface. On conçoit en effet que la chaleur que le soleil communique à ces astres, augmente à mesure qu'ils s'en approchent, et qu'elle doit devenir excessive pour les comètes dont la distance périhélie est très-petite.

Ainsi, par exemple, on a calculé qu'en supposant que la chaleur du soleil diminue proportionnellement au carré des distances, cet astre avait dû communiquer à la comète de 1680, celle de toutes les comètes dont les orbites ont pu être calculées, qui s'est le plus approchée du soleil, et qui, dans son périhélie, en était *cent soixante-six fois* plus près que la terre, une chaleur *vingt-sept mille cinq cent cinquante-six fois* plus grande que celle que nous éprouvons pendant l'été. Cette température que Newton évalue à *deux mille fois* à peu près celle du fer rouge, surpasse beaucoup toutes celles que nous pouvons produire, et elle volatiliserait certainement la plus grande partie des substances terrestres.

Les vapeurs produites par la chaleur du soleil, doivent se condenser par le froid extrême que la comète éprouve dans la partie supérieure de son orbite, et ces énormes variations de température qui font passer successivement une partie de la substance des comètes, de l'état solide à l'état liquide ou gazeux, a dû porter à croire qu'elles ont reçu dans l'ordre général de l'univers une organisation et une destination toutes différentes que celles des planètes (1).

(1) Newton supposait qu'à chaque retour d'une comète, la distance périhélie diminuait, et que l'astre finissait par se précipiter sur le soleil pour réparer les pertes faites par l'émission de la lumière.

Au reste, les opinions que les astronomes ont émises sur la nature des comètes sont très-diverses ; Laplace ne paraît pas croire à ces grandes variétés et changements de température que doivent éprouver les comètes par les variations de leurs distances au soleil, ou du moins ils lui semblent devoir être considérablement modifiés par d'autres circonstances.

« Les nébulosités qui les environnent étant le résultat de la vaporisation des fluides à leur surface, le refroidissement qui en est la suite doit tempérer l'excessive chaleur due à leur proximité du soleil ; et la condensation des mêmes fluides vaporisés, quand elles s'en éloignent, répare en partie la diminution de chaleur que cet éloignement doit produire ; en sorte que le double effet de la vaporisation des fluides et de la condensation des vapeurs, rapproche considérablement les limites de la plus grande chaleur et du plus grand froid que les comètes éprouvent à chacune de leurs révolutions. »

Les nébulosités qui environnent les comètes devraient en se condensant par le refroidissement, diminuer de volume à mesure que la comète s'éloigne du soleil. Hévélius fit le premier la remarque que le contraire avait lieu, et des observations récentes faites sur la comète à courte période de 1819 ont confirmé ce résultat. Newton avait expliqué ce singulier phénomène en observant que les queues des comètes étant formées aux dépens de la nébulosité, et leurs dimensions allant en croissant à mesure que la comète approche de son périhélie, le volume de la nébulosité doit diminuer dans les mêmes circonstances, et réciproquement la nébulosité doit augmenter à mesure que la comète s'éloigne du soleil, une

partie des molécules qui s'étaient portées à la queue, remontant vers la tête de la comète par l'effet du refroidissement. Cette explication qui avait toutes les apparences de la vraisemblance pour les comètes qui ont des queues, ne pouvait pas s'étendre à la comète de 1819 qui n'en présente pas de trace. Cette objection a fait proposer une autre hypothèse qui peut s'appliquer également à toute espèce de comètes. Si l'on suppose le soleil entouré d'une atmosphère dont la densité, comme celle de l'atmosphère terrestre, va en augmentant à mesure que la distance au centre de l'astre diminue; on conçoit que les comètes en traversant les différentes couches de l'atmosphère solaire, doivent éprouver des pressions proportionnelles à la densité de ces couches, par conséquent les diamètres de la nébulosité doivent diminuer quand la densité augmente. Cette explication qui repose sur un fait qui n'est pas encore suffisamment constaté, l'existence d'une atmosphère que les comètes auraient à traverser en approchant du soleil, peut donner lieu sans doute à quelques difficultés; mais il est vrai de dire qu'elle a fourni à M. Valz, qui en est l'auteur, avec une étonnante exactitude, les lois des variations de volume de la nébulosité indiquées par l'observation tant pour la comète à courte période que pour la comète de 1618.

129. *Le noyau* qu'on appelle aussi *tête* ou *corps de la comète*, vu dans de forts télescopes, paraît en général d'une forme irrégulière, d'une lumière plus sombre que celle des étoiles, moins brillante vers les bords que dans le centre. On a cherché à reconnaître si cette lumière appartenait aux comètes elles-mêmes, ou si elle n'était comme celle des planètes que la réflexion des rayons so-

laires. Pour cela on a observé avec soin diverses comètes dans des circonstances où, par leur position relativement au soleil, on ne devait apercevoir qu'une partie éclairée de leur disque, et l'on n'a pu y reconnaître aucune phase. On serait donc porté à croire que les comètes sont lumineuses par elles-mêmes; mais c'est un point de leur théorie qui n'est pas encore suffisamment éclairci. Très-souvent on a aperçu des étoiles à travers le noyau même des comètes; d'autres fois le noyau était assez opaque pour causer l'occultation des étoiles devant lesquelles elles passaient. On a expliqué cette différence, qui tient peut-être tout simplement à des erreurs d'observations, en supposant que les amas de vapeurs qui forment les comètes, passent par divers degrés de concentration, et que leur noyau; par conséquent, peut être à différentes époques gazeux, liquide et solide, et par suite diaphane qu opaque.

On verra que cette hypothèse peut se concilier avec les conjectures que nous présenterons sur l'origine des planètes et des comètes. En tout cas il paraît que les disques même des comètes sont beaucoup moindres que ce qu'on est convenu d'appeler leur *noyau*. On comprend, selon toute apparence, dans le noyau, une partie des couches les plus denses de la nébulosité qui les enveloppe. De meilleurs instruments pourraient les faire distinguer; c'est ainsi qu'Herschel, avec ses merveilleux télescopes, est parvenu à reconnaître sur le noyau de la comète de 1811 un point brillant d'un diamètre insensible qui en était le disque véritable.

130. *La queue* ou la longue traînée lumineuse qui suit ordinairement les comètes, va en s'élargissant à partir de

la tête de l'astre ; elle prend une grande extension à mesure que la comète s'approche du soleil et n'atteint son *maximum* que lorsque la comète a passé à son périhélie. La longueur et la largeur de la queue varient ainsi d'une manière très-rapide pour la même comète, et elle peut s'étendre quelquefois à plusieurs millions de lieues. La lumière que nous envoient les queues des comètes est si faible, qu'il suffit de la présence de la lune ou de la lueur du crépuscule pour la faire entièrement disparaître. L'état de l'atmosphère a aussi beaucoup d'influence sur leurs dimensions apparentes ; elles semblent entre les tropiques beaucoup plus grandes que dans nos climats. Nous en avons eu une preuve dans l'avant-dernière apparition de la comète de Halley, dont les observateurs ont aperçu la queue très-brillante dans l'océan Indien, tandis qu'en Europe elle a été presque complétement insensible.

Nous avons dit qu'Appian avait le premier remarqué que la queue des comètes est constamment dirigée dans le prolongement de la droite menée du centre de l'astre au centre du soleil. Une observation plus exacte a montré que la queue de la plupart des comètes est en effet généralement placée à l'opposite du soleil, mais que l'axe du cône lumineux qu'elle forme, ne se confond presque jamais avec la droite qui joint les deux axes. La queue incline toujours plus ou moins vers la région que la comète vient d'abandonner. Cette déviation est quelquefois très-sensible et la queue de quelques comètes en acquiert une courbure très-prononcée. La queue de la comète de 1744 formait presque un quart de cercle dans l'étendue de quelques degrés et celle de la comète de

1689 avait la figure d'un sabre turc, disent les historiens contemporains. Pour expliquer ce phénomène, on a supposé que les queues des comètes étaient formées des molécules les plus légères que la chaleur volatilise à leur surface, et qui cédant au moindre effort étaient transportées à des distances indéfinies par l'impulsion des rayons du soleil.

On a fait plus, on a calculé les courbes que doivent décrire des molécules de vapeur sollicitées vers le centre de la comète par son attraction et repoussées par le choc de la lumière solaire, et l'on a trouvé que ces courbes étaient des hyperboles dont le soleil occupe l'un des foyers et dont la convexité est tournée vers la région où marche la comète. La suite des molécules lumineuses qui se meuvent sur ces courbes depuis la tête de la comète, forme une traînée lumineuse opposée au soleil et inclinée au côté de l'orbite que la comète abandonne, comme l'observation l'indique. On peut juger des espaces immenses que ces molécules doivent parcourir, par les accroissements rapides que présentent les queues des comètes lorsqu'elles approchent de leur périhélie. On conçoit enfin que la différence de grosseur, de densité et de volatilité de ces molécules, doit en apporter de considérables dans leurs mouvements et dans la disposition des courbes qu'elles parcourent, et cela suffit pour expliquer les nombreuses variétés que ces phénomènes nous présentent.

Si au lieu d'être une émanation du soleil, comme nous venons de le supposer, la lumière consistait dans les vibrations d'un fluide élastique répandu autour de cet astre, comme beaucoup de physiciens penchent à le

croire, on pourrait encore, dans cette hypothèse, expliquer avec la même facilité et à peu près par les mêmes raisonnements, la disposition générale des queues des comètes. En effet, en traversant le milieu éthéré qui environne le soleil, les molécules les plus volatiles seront celles qui éprouveront le plus l'effet de sa résistance, et leur déviation sera d'autant plus grande qu'elles sont alors éloignées de la tête de la comète, ce qui explique à la fois et la courbure de la queue et son inclinaison constante vers le côté que la comète vient de quitter. Il en résulte encore que la matière nébuleuse étant plus dense dans la partie convexe, la queue doit être plus lumineuse et mieux terminée vers le côté où le mouvement s'opère que du côté opposé. C'est encore en effet ce que l'observation confirme. Le système de la transmission de la lumière par l'intermédiaire d'un fluide éthéré et le système de l'émission, expliquent donc d'une manière également satisfaisante, la courbure et l'inclinaison de la queue des comètes, mais il semble que le second indique mieux comment les molécules nébuleuses qui forment les extrémités de la queue, sont transportées à de si grandes distances par la force répulsive qu'acquièrent les rayons lumineux à mesure que la comète s'approche du soleil. Au reste, rien n'empêche de réunir les deux systèmes, et en combinant les effets qui résulteraient d'un milieu très-rare répandu autour du soleil, avec ceux qui proviennent de l'impulsion de la lumière, on pourra rendre compte des apparences qu'ont offertes le plus ordinairement les queues des comètes. Peut-être quelques circonstances particulières à certaines comètes, échapperont encore à cette explication ; on aura peine, par exemple,

à en déduire la cause de la multiplicité des queues observées dans quelques-uns de ces astres, celle de l'absence complète de queues dans d'autres comètes dont les nébulosités semblent composées de parties tout aussi volatiles. Mais quand une hypothèse répond à la généralité des faits observés et qu'elle n'offre rien de contraire aux lois générales qui régissent les mouvements de la matière, ni aux règles imprescriptibles de la raison, il me semble qu'on doit l'adopter jusqu'à ce que des observations plus nombreuses nous aient fait découvrir son insuffisance et nous aient conduits par la voie lente mais sûre de l'expérience, à la véritable cause des phénomènes.

131. Puisque les comètes semblent n'être que des amas de vapeurs lorsqu'elles deviennent visibles pour nous, il en résulte qu'elles doivent perdre par l'évaporation une partie notable de leur substance à chacun de leurs passages au périhélie, et qu'elles finiront, ou par se dissiper totalement dans l'espace, ou par se réduire aux portions solides du noyau que la chaleur ne saurait volatiliser. Ce phénomène sera d'autant plus prompt à s'accomplir que la révolution de la comète sera plus courte, et qu'elle reviendra par conséquent plus souvent dans le voisinage du soleil. On a déjà cru remarquer en effet une dispersion semblable dans la nébulosité de la comète à courte période de 1819, dont la masse a sensiblement diminué à chaque révolution, et comme sa période est très-courte, elle finira bientôt sans doute ou par s'anéantir entièrement, ou par se réduire à de si petites dimensions qu'elle deviendra tout à fait invisible. La comète de Halley, comme on l'a vu, n'a pas présenté non plus en 1682, 1759 et 1835, les caractères surprenants de grandeur et d'éclat

qui avaient signalé ses anciennes apparitions, et tout annonce qu'elle approche aussi de son état de fixité. Il ne faut sans doute pas chercher d'autre cause de la rareté du retour des comètes, et l'on pourrait expliquer encore de la même manière pourquoi certaines comètes, celles de 1530 et 1770, par exemple, dont on croyait avoir reconnu la périodicité, n'ont pas reparu.

De l'influence des comètes sur les planètes et sur la terre en particulier.

132. Nous verrons dans la suite que les masses des comètes sont d'une extrême petitesse; les observations télescopiques suffisent d'ailleurs pour le prouver. L'action que les comètes exercent sur les mouvements des planètes doit donc être tout à fait insensible. Mais on s'est inquiété de l'influence physique qu'exercerait le voisinage d'une comète dont la queue viendrait à rencontrer la terre. On conçoit en effet qu'à raison de leur peu de densité et de la petitesse de leur masse, l'action que le noyau des comètes exerce sur la nébulosité, est très-faible et qu'elle devient à peu près inappréciable sur les molécules qui s'en trouvent séparées par de grandes distances, telles que celles qui forment les extrémités de la queue. Ces parties doivent donc être toujours prêtes à céder à la moindre influence étrangère et à se détacher de la nébulosité de la comète pour aller grossir l'atmosphère des planètes près desquelles elle passe.

Ce phénomène n'a rien d'invraisemblable; il s'est même probablement plusieurs fois renouvelé, et c'est à une cause pareille qu'on a cru pouvoir attribuer la

peste, les épidémies, les épizooties et les autres fléaux qui ont souvent signalé sur la terre les apparitions des comètes.

On pourrait répondre d'abord que comme les nébulosités et surtout les queues des comètes sont d'une rareté extrême, puisqu'on les aperçoit à travers la faible lumière des étoiles, il n'est pas probable que le mélange d'une petite quantité de matière étrangère, exhalée par la comète dans l'air atmosphérique, puisse produire de si funestes ravages. Mais il y a une fin de non-recevoir que l'on peut opposer à cette accusation générale contre les comètes, c'est que depuis l'invention du télescope, il n'y a pas d'année où l'on n'ait observé pour le moins deux comètes; il n'y a donc pas dans l'ordre physique ou dans l'ordre moral, de désastre qui ait affligé le monde, dont on ne puisse au besoin rendre quelque comète responsable. Au reste, les lumières de la science ont pour toujours, il faut l'espérer, dissipé les vaines terreurs qu'excitaient autrefois, dans les siècles d'ignorance, les apparitions des comètes, et ce n'est pas sans doute l'un des résultats les moins satisfaisants des progrès de l'esprit humain, que d'avoir vu, en 1759 et dans ces derniers temps, le retour d'un astre, jadis regardé comme le précurseur du plus terrible fléau et qu'un pape confondait dans un même anathême avec les Turcs (1), attendu avec le plus vif sentiment d'impatience et de cu-

(1) Le pape Calixte II, en 1456, ordonna des prières publiques, et formula une bulle où il exorcisait à la fois la comète et les Turcs qui, sous la conduite de Mahomet II, ravageaient alors l'empire d'Orient.

riosité par tous les hommes qui s'intéressaient aux sciences astronomiques.

133. Une question plus digne de fixer leur attention a non moins préoccupé les hommes à diverses époques, et nous ne pouvons nous dispenser d'en dire quelques mots. Une comète peut-elle venir à rencontrer la terre, et quels seraient dans ce cas les effets probables du choc qui en résulterait? Sans doute, d'après les notions que nous avons sur la marche irrégulière des comètes, rien n'empêche que dans le grand nombre de celles qui parcourent le ciel dans tous les sens, il ne s'en trouve quelqu'une qui traverse l'écliptique précisément dans le point que la terre occupe en cet instant, et qui par conséquent se rencontre avec elle. Il faudrait, il est vrai, un hasard bien extraordinaire pour réunir deux corps aussi petits relativement à l'étendue des cieux, mais cette rencontre peut acquérir de grandes chances de probabilités lorsqu'à l'immensité de l'espace on oppose l'immensité des siècles. Au reste, il nous suffit de constater que cette rencontre n'est pas impossible pour répondre à la première partie de la question; quant aux effets probables que produirait sur la terre le choc d'une comète, certainement ils seraient désastreux, pour peu que la masse de la comète fût considérable.

« L'axe terrestre et le mouvement de rotation changés; les mers abandonnant leur ancienne position pour se précipiter vers le nouvel équateur; une grande partie des hommes et des animaux noyée dans ce déluge universel, ou détruite par la violente secousse imprimée au globe terrestre; des espèces entières anéanties; tous les monuments de l'industrie humaine renversés (1). »

(1) *Laplace, Système du Monde.*

Tels sont les désastres que pourrait produire le choc d'une comète dont la masse serait seulement égale à celle de la terre. Heureusement, jusqu'à présent, il n'y en a aucune qui remplisse cette dernière condition, et parmi les comètes qui ont le plus approché de la terre (1) il n'y en a pas une qui ait produit dans ses mouvements la moindre altération appréciable. On en doit conclure que les masses de ces astres, composées d'une matière extrêmement rare, sont tout à fait insensibles comparativement à celles des planètes. Le choc d'une comète par la terre ou par tout autre corps du système solaire, briserait donc cet amas de vapeurs et le résoudrait en pluie ou en épais brouillard, et il n'en pourrait résulter tout au plus que des inondations locales. Cependant, quoiqu'un pareil événement ne puisse acquérir quelque probabilité que dans la supposition d'une longue succession de siècles, ce n'est pas sans fondement que l'on a vu souvent se manifester de vives appréhensions à l'annonce de quelque comète qui devait approcher de très-près de la terre. C'est ainsi qu'en 1773, l'annonce d'un travail entrepris par Lalande sur les comètes qui s'étaient le plus approchées de notre globe, suffit pour répandre l'effroi dans tout Paris et dans une partie de la France. Nous avons vu de nos jours une émotion pareille se renouveler, lorsque, sur la foi d'un calcul mal interprété, on annonça que la comète à courte période de 6 $\frac{3}{4}$ rencontrerait la terre à son retour au périhélie en 1832. Le fait est que, par une circonstance singulière, son orbite

(1) La comète de 1770 est celle qui s'est le plus approchée de la terre, dont elle n'a été éloignée que de 800 mille lieues; ce qui forme environ dix fois la distance de la lune.

coupe celle de la terre, et si la comète fût arrivée un mois plus tôt au point d'intersection des deux orbites, à son retour en 1832, elle s'y serait rencontrée avec notre globe. Il ne faut donc pas ranger sur la même ligne la participation attribuée jadis aux comètes à tous les désastres publics indistinctement, et l'influence qu'elles pourraient exercer par un dangereux voisinage sur le monde physique, dans des circonstances très-peu vraisemblables sans doute, mais qui enfin peuvent se réaliser. Une confiance aveugle annonce quelquefois autant d'ignorance qu'une terreur superstitieuse.

Ce que nous venons de dire des ravages que le choc d'une comète causerait sur la terre, s'applique évidemment à toutes les planètes. Il est probable que le phénomène de la rencontre d'une planète et d'une comète s'est plus d'une fois renouvelé dans l'immensité des siècles écoulés, mais il n'en est résulté aucune perturbation apparente dans les mouvements planétaires. On a vu même, en 1770, une comète traverser le système entier de Jupiter et de ses satellites, sans causer aucune altération dans leur disposition respective, il faut donc conclure de tout ce qui précède que les masses des comètes sont trop petites pour avoir sur la constitution du système solaire aucune influence sensible.

CHAPITRE X.

DES LATITUDES ET DES LONGITUDES TERRESTRES.

Détermination de la latitude sur terre et sur mer. — Instruments de réflexion. — Octant et sectant. — Angle de dépression. — Méthodes pour mesurer la longitude en mer : 1° à l'aide des chronomètres ou montres marines ; 2° par les éclipses de lune et des satellites de Jupiter ; 3° par l'observation des lieux de la lune.

134. La position d'un lieu sur la terre est déterminée lorsqu'on connaît sa distance à l'équateur, et l'angle que forme le méridien passant par ce lieu avec un méridien fixe. En effet, cet angle indique la situation respective de ces deux plans ; la distance à l'équateur fait connaître le parallèle sur lequel le lieu est situé ; il doit donc se trouver à la rencontre du grand et du petit cercle qu'on peut tracer sur le globe d'après ces données. Ces deux éléments qui servent à fixer la position de chaque point de la terre, se nomment : le premier la *latitude*, et le second la *longitude*. Leur détermination exacte est l'une des questions les plus importantes de l'astronomie pratique, à cause des grands avantages qu'en peuvent retirer la géographie et la navigation.

La latitude a pour mesure l'arc du méridien céleste,

compris entre le zénith du lieu et l'équateur, elle est égale par conséquent à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon. Sur terre elle se détermine de la même manière que ce dernier élément, c'est-à-dire par l'observation des étoiles circompolaires à leur passage au méridien; la moyenne entre la plus grande et la plus petite hauteur d'une de ces étoiles, est la hauteur du pôle; mais à la mer où l'agitation du vaisseau empêche d'employer le fil à plomb, le pendule, et même les lunettes; on a inventé, pour y suppléer, un instrument particulier qui dépend d'une heureuse combinaison des propriétés de la réflexion de la lumière, et permet de déterminer les hauteurs des astres et leurs distances mutuelles avec autant de précision qu'on pourrait le faire dans un observatoire en repos.

135. Avant d'expliquer en quoi consistent ces ingénieux appareils qu'on a nommés *instruments de réflexion*, et dont la première idée est due à Newton, il est bon de rappeler quelques principes d'optique qui en faciliteront l'intelligence.

Nous avons vu, n°18, qu'un rayon de lumière qui tombe sur un miroir poli, est réfléchi de manière que l'angle de réflexion est toujours égal à l'angle d'incidence. Ainsi donc, si le rayon incident est perpendiculaire au miroir, il n'y a pas de rayon réfléchi; si l'angle ABC (*fig.* 72), est égal à 45°, l'angle DBE sera aussi de 45°. Supposons maintenant que le miroir CBE soit mobile, et que de la position CBE, il passe en OBM; soit AB le rayon incident; voyons ce que deviendra le rayon réfléchi BD par le déplacement du miroir; ce rayon prendra la position BD′ de manière qu'on ait OBA = MBD′; or, il

est aisé de se convaincre que l'angle que font entre eux les deux rayons de réflexion BD, BD′ sera toujours égal au double de l'angle que font les deux miroirs OB et CB. En effet on aura :

$$DBM = DBE + EBM = ABC + EBM$$

$$D'BM = ABO = ABC - OBC = ABC - EBM.$$

Par conséquent :

$$DBM - D'BM = DBD' = 2EBM.$$

Ainsi donc, l'angle des deux rayons réfléchis est toujours égal au double du déplacement du miroir. C'est sur ce principe fort simple qu'est fondée la construction de tous les instruments de réflexion.

Concevons deux rayons CA et CD (*fig.* 73), formant entre eux un angle de 45°. Au premier rayon est fixé un miroir *m*R*n* dont la moitié est étamée pour réfléchir les images des objets, et dont l'autre moitié est transparente de manière à laisser passer les rayons de lumière qui en émanent directement. Le rayon CD supporte un second miroir MCN qu'on appelle le *grand miroir*, et qui est fixé sur une alidade qui peut tourner autour du centre C de l'instrument et qui indique sur un cadran AED le nombre de degrés dont le rayon CD se déplace. Enfin, au point O est fixée une lunette par laquelle l'observateur vise les objets qui arrivent à son œil suivant la direction HRO.

Cela posé, d'après la construction de l'instrument, quand l'alidade se trouve en D ou au point qui correspond à zéro sur le limbe, les deux miroirs MRN,

mRn se trouvent dans une situation parallèle, et le miroir mRn étant incliné de 45° sur CA, on a $CRm = ORn$. Supposons que l'observateur dirige alors la lunette vers un point H de l'horizon, qu'il aperçoit suivant le rayon IRO par la partie transparente du miroir mRn. Le même point H envoie au même instant, un rayon IC parallèle au premier, et qui, tombant sur le miroir MCN, est réfléchi suivant CA sur le petit miroir qui le réfléchit à son tour suivant OR parallèle à IC; en effet, d'après le parallélisme des deux miroirs, on a :

$$ICM = RCN = mRC = ORn.$$

Supposons maintenant que l'alidade change de position et vienne au point E sur le cercle gradué. Les deux miroirs MCN et mRn ne seront plus parallèles, et le rayon IC ne sera plus celui qui se réfléchit suivant CR, ce sera le rayon quelconque CS qui forme avec le miroir MCN l'angle $SCN = RCM$. L'angle ICS que forment entre eux les deux rayons incidents IC et SC, sera le double de l'angle que décrit par son déplacement le miroir MCN. De sorte donc, qu'en doublant l'arc ED, on aura la hauteur SI que doit avoir le point S au-dessus de l'horizon pour que le rayon SC entre dans la lunette après sa double réflexion.

Pour plus de facilité, on a divisé l'arc CD en demi-degrés qui valent des degrés entiers, en sorte que l'opération de la duplication de l'arc marqué par l'alidade sur le limbe, se trouve ainsi faite d'elle-même. Il en est de même pour tous les instruments à réflexion.

Si, comme nous l'avons supposé, l'angle RCI est droit lorsque les deux miroirs sont parallèles, on aura

ACD = ICM, et comme ICR = 90°, on en conclura ACD = 45°. Ainsi l'arc gradué AD sera de 45°, ou de la huitième partie de la circonférence, et l'on pourra, avec cet instrument, mesurer des angles de 90°. Cet instrument prend alors le nom d'*octant*

On peut lui donner une plus grande étendue en diminuant l'angle ICR que forme avec CA le rayon IC qui entre dans la lunette lorsque les deux miroirs sont parallèles. En effet, si l'on suppose ICR de 60° seulement, on aura ICM = RCN = 60°. L'arc gradué AD sera donc de 60° ,et l'on pourra mesurer avec cet appareil des angles de 120°. L'instrument se nomme alors *sextant*.

136. Telles sont les principales dispositions des instruments de réflexion; ces appareils sont ordinairement renfermés dans une boîte en cuivre garnie d'un manche que l'on tient à la main, et qui sert à diriger l'instrument. Il est toujours facile d'ailleurs d'en vérifier l'exactitude, puisque les images du même objet devant se confondre quand l'alidade correspond au zéro du cercle gradué, en visant un point de l'horizon avec l'instrument placé dans cette situation, si la coïncidence n'a pas lieu, on est averti que les deux miroirs ne sont pas exactement parallèles, et l'on voit de plus de combien de degrés il faut faire mouvoir l'alidade pour rétablir le parallélisme. On conçoit enfin combien l'usage de ces instruments est utile pour le navigateur, puisqu'ils lui permettent de prendre à la mer les hauteurs des astres ou leurs distances à l'horizon, sans avoir besoin de fil à plomb, de lunettes ou de pendule, dont l'emploi lui est alors interdit.

Lorsqu'on veut faire servir l'*octant* ou le *sectant* à mesurer la hauteur du soleil, on affaiblit l'éclat de ses

rayons par des verres colorés qu'on place devant les deux miroirs ; on vise ensuite l'horizon par la lunette, puis on fait tourner l'alidade jusqu'à ce que l'image du soleil vienne par réflexion raser l'horizon. Si de l'arc marqué par l'alidade sur le cercle gradué, on retranche le demi-diamètre du soleil, donné dans les éphémérides pour chaque jour de l'année, on aura la hauteur du soleil et l'on en conclura l'heure comme on l'a vu plus haut.

Les instruments de réflexion servent, non-seulement à mesurer les hauteurs des astres au-dessus de l'horizon ; on peut encore les employer à mesurer leurs distances mutuelles. Pour cela on commence par diriger à peu près l'instrument dans le plan du grand cercle qui joint les deux astres que l'on observe, on dirige la lunette sur l'un d'entre eux et l'on fait ensuite tourner l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie du second astre arrive au centre de la lunette. S'il s'agit par exemple de mesurer la distance de la lune au soleil, on vise la lune avec la lunette, et après avoir placé devant les miroirs des verres colorés, on fait tourner l'alidade jusqu'à ce que l'image du soleil se trouve en contact avec la lune ; on fixe alors l'alidade sur le limbe par une vis de pression destinée à cet effet, et le nombre de degrés qu'elle y marque donne la distance que l'on veut mesurer. C'est toujours le plus brillant des deux astres qu'on observe par réflexion ; on vise l'autre directement.

137. Lorsqu'on observe à la mer la hauteur des astres avec un *octant* ou un *sextant*, on suppose que le rayon visuel mené à l'horizon rase la surface de la mer, et que cette surface est plane. Or, l'élévation du vaisseau au-

dessus de l'Océan et la convexité de sa surface, rendent ces deux suppositions également inexactes. En effet, concevons un observateur en P (*fig.* 74) au-dessus de la mer de la hauteur P*p*, PH sera l'horizon vrai, P*h* l'horizon apparent et toutes les hauteurs observées ou les distances des astres à l'horizon, seront plus grandes que les hauteurs réelles, de l'angle *h*PH que forment entre eux l'horizon apparent et l'horizon véritable. Cet angle se nomme la *dépression de l'horizon*, et l'on a calculé des tables qui donnent sa valeur pour les différentes hauteurs de l'observateur au-dessus du niveau de la mer, et qui servent par conséquent à corriger les hauteurs apparentes pour avoir les hauteurs véritables.

138. Pour déterminer en mer la latitude, on prend, à l'aide du sextant ou de l'octant, la hauteur du soleil au moment où cet astre passe au méridien. Cet instant est facile à saisir soit qu'on suppose, qu'on connaisse à peu près l'heure du vaisseau, soit parce que la hauteur méridienne étant constante pendant quelques instants lorsque le soleil approche de midi, on peut toujours observer avec une exactitude suffisante le moment où il cesse de monter et paraît quelque temps stationnaire avant de s'abaisser vers l'horizon. On corrige la hauteur ainsi déterminée, de la dépression de l'horizon, de la réfraction, de la parallaxe, et enfin du demi-diamètre du soleil, et l'on en conclut la distance de cet astre au zénith qui est le complément de la hauteur méridienne. On cherche ensuite au moyen des tables ou des éphémérides où elle est calculée jour par jour, la déclinaison du soleil pour l'instant de l'observation ; cette déclinaison ajoutée à la distance zénithale ou bien en étant

retranchée donne la hauteur du pôle ou la latitude du lieu de l'observation. En effet, soit (*fig.* 75) HOH' l'horizon, P le pôle, Z le zénith, EO l'équateur, l'angle EOZ sera égal à la hauteur du pôle POH, ou à la latitude. Si le soleil S se trouve placé entre le zénith et l'équateur, on aura EOZ = SOZ + EOS, et si le soleil et le zénith sont situés des deux côtés opposés de l'équateur, on aura EOZ = S'OZ — EOS'. Par conséquent si l'on nomme A la hauteur méridienne observée, D la déclinaison du soleil, et H la hauteur du pôle, on aura H = 90° — A ± D; le signe + devant être pris quand le soleil est situé du même côté que le pôle visible, et le signe — dans le cas contraire. Si la valeur de H tirée de cette équation est négative, c'est que l'observateur se trouve dans l'hémisphère austral. Pour assurer la marche du vaisseau on observe chaque jour la hauteur méridienne du soleil, c'est ce qu'on appelle *prendre hauteur*; il arrive quelquefois que des nuages empêchent d'observer le soleil au méridien, on détermine alors la latitude par des hauteurs prises hors du méridien avant et après midi, en tenant compte du mouvement du vaisseau dans l'intervalle.

139. La longitude a pour mesure l'arc de l'équateur compris entre le méridien fixe choisi pour point de départ et le méridien du lieu.

Le choix du méridien fixe d'où toutes les longitudes sont comptées et qu'on nomme *premier méridien*, est arbitraire, et malheureusement il n'est pas le même chez toutes les nations. Les anciens astronomes avaient pris pour premier méridien celui qui passe aux îles Canaries, parce que c'était celui qui était le plus occidental

des terres connues; la découverte de l'Amérique a fait tomber cette raison : alors chaque peuple a choisi arbitrairement son premier méridien; les Anglais ont pris celui de l'île de Fer, les Hollandais le méridien du pic de Ténériffe, les Espagnols celui de Cadix, les Français celui de Paris; enfin depuis quelque temps presque tous les peuples commencent à compter de leurs observatoires respectifs. Au reste, comme le calcul de réduction d'un méridien à un autre est très-simple, il importe peu au fond de quel méridien l'on est parti; seulement il serait à désirer pour la régularité et l'uniformité des éphémérides et de la géographie, que tous les peuples s'accordassent sur le choix d'un premier méridien passant par un point élevé de la terre, tel que le pic de Ténériffe, en sorte qu'on pût le retrouver aisément dans tous les siècles, à moins d'un bouleversement total du globe.

Si le temps qu'un point de l'équateur emploie à décrire l'intervalle qui sépare un méridien donné du méridien fixe, était connu, on en conclurait par une simple proportion l'arc compris entre ces deux plans ou la longitude cherchée, puisque l'on sait qu'en vertu du mouvement diurne chacun des points de l'équateur fait une révolution entière ou décrit 360° en vingt-quatre heures. Or la propriété qui caractérise les méridiens terrestres, c'est que tous les lieux situés sur un même méridien comptent midi au même instant; la différence des heures comptées à la fois sur deux méridiens différents, mesure par conséquent le temps qu'emploie un point de l'équateur à parcourir la distance angulaire qui les sépare. En effet, la terre étant supposée une figure de révolution, ce qui suffit, comme nous l'avons dit, pour les usages géo-

graphiques, et son mouvement sur son centre étant uniforme, elle présente successivement dans l'intervalle d'un jour tous ses méridiens au soleil ; si donc le second méridien est situé à l'orient du premier, le soleil le traversera plus tôt ; au contraire, il y parviendra plus tard s'il est situé dans une position opposée. Ainsi, par exemple, les lieux de la terre où l'on compte midi une heure après Paris, sont situés à l'ouest de cette ville sur un méridien qui fait avec celui de Paris un angle de $\frac{360^\circ}{24}$ ou de 15°; si la différence entre les instants du midi était de six heures, l'angle que comprennent entre eux les méridiens serait de $15^\circ \times 6 = 90^\circ$ ou du quart de la circonférence. On voit donc qu'il existe un rapport très-simple entre les instants où commence le jour sur les divers méridiens de la terre et les distances angulaires qui les séparent, et l'on conçoit comment la comparaison des heures que l'on compte au même instant dans deux lieux différents, peut conduire à la connaissance de leurs longitudes relatives.

140. La détermination des longitudes terrestres est donc ainsi réduite à cette question très-simple : *Déterminer la différence des heures que l'on compte au même instant physique en deux points quelconques du globe.* L'heure du lieu où l'on observe se détermine à terre par le passage du soleil à la lunette méridienne, ou simplement par le moyen du *gnomon* ; mais sur mer, où l'on ne peut faire usage, comme nous l'avons dit, de ces deux instruments, on prend à l'aide du *sextant* la hauteur du soleil ou d'une étoile dont l'ascension droite et la déclinaison sont connues, et l'on en conclut l'heure à l'aide d'une formule trigonométrique fort simple lorsque

tifs ont cond déterminée (1). Il ne reste donc qu'à con-
uniquemen e correspondante comptée sur le premier
de l'obser mais c'est en cela que consiste la véritable
la seule de la question. Pour la résoudre on a proposé
sa rou égal succès des moyens mécaniques et des mé-
mer empruntées à l'astronomie.

tiq s premiers sont les plus simples : en effet, l'on conçoit
n s peine qu'une pendule bien réglée à Paris et qui
nne exactement les heures de cette ville, étant transportée dans un autre lieu du globe où le midi sera déterminé chaque jour par le passage du soleil ou des étoiles au méridien ; la différence des heures marquées par cette pendule et par celle du lieu d'observation, donnera la

(1) Soit (*fig.* 76) P le pôle, Z le zénith, A le lieu de l'astre. Dans le triangle sphérique compris entre ces trois points, le côté AZ sera la distance au zénith, ou le complément de la hauteur observée ; le côté PA sera la distance de l'astre au pôle ou le complément de sa déclinaison, et PZ sera la distance du pôle au zénith, ou le complément de la latitude ; et comme ces trois quantités sont supposées connues, on pourra calculer l'angle P formé par le méridien ZP et le cercle horaire AP. On aura ainsi :

$$\text{Cos. P} = \frac{\text{cos. AZ} - \text{cos. PA cos. PZ}}{\text{sin. PA sin. PZ}}$$

Lorsque cette formule est employée pour le soleil, il faut corriger la distance AZ de la réfraction, de la parallaxe et en mer de la dépression de l'horizon. L'angle P, converti en temps à raison de la circonférence entière pour un jour, donnera l'heure vraie du vaisseau. Il faut d'ailleurs supposer que, outre la latitude, l'on connaît approximativement la longitude, parce que la déclinaison du soleil variant sans cesse, il faut avoir l'heure de Paris correspondante à celle du vaisseau pour la déduire des éphémérides ; mais comme les variations de la déclinaison, sont peu rapides, on peut pour cette opération, se contenter d'une valeur approchée de la longitude.

longitude respective étant uni-
temps ou la distanc valled'un
La déterminati nd mé-
cune difficulté, raver-
des instruments a d s'il
variation sensible a le,
cements d'un long voyag Les
vaient seules offrir des garant san-
ces conditions ; mais les agitatio dr
disent l'usage de ces instruments à la
fallu imaginer d'autres moyens d'arriver à la la latitude est naître l'heur méridien, difficulté avec un thode
ce problème qui intéressait au plus haut point
tions maritimes. On tenta de construire des mon
marines qui eussent une marche aussi régulière que celle des horloges à pendules ; le parlement britannique proposa un prix considérable pour l'artiste qui y réussirait, et l'art de l'horlogerie, excité par ces puissants encouragements, s'est tellement perfectionné que l'on construit aujourd'hui en France des chronomètres ou montres marines, dont on peut garantir la marche à $\frac{1}{10}$ de seconde près pendant plusieurs mois. Cependant quelle que soit la confiance que l'on puisse mettre dans ces sortes d'instruments, leur usage présente un grave inconvénient, c'est que rien ne garantit le navigateur contre les erreurs qu'il peut commettre si son chronomètre venait à être dérangé par les variations de la température, ou par quelque violente agitation du bâtiment dans une tempête. Ne pourra-t-il pas alors se briser sur des écueils dont il se croirait encore éloigné? Quels dangers n'aurait-il pas d'ailleurs à courir si son chronomètre, par quelque cause imprévue, venait à s'arrêter tout à coup ! Ces mo-

tifs ont conduit à chercher le moyen de faire dépendre uniquement la détermination des longitudes à la mer de l'observation des phénomènes célestes. C'est en effet la seule ressource qui reste au navigateur pour diriger sa route, lorsqu'il n'aperçoit plus autour de lui que la mer et le ciel; et si cette méthode exige dans la pratique plus de soins et plus de connaissances que la première, on peut la réserver du moins pour lui servir de vérification lorsque les circonstances l'exigent, et pour rassurer contre les doutes que pourrait laisser un *chronomètre* dont on n'aurait aucun moyen de constater la régularité.

141. Supposons donc qu'un phénomène céleste qui doit arriver au même instant physique pour toute la terre, soit aperçu par deux observateurs placés en différents lieux du globe; la différence des heures qu'ils compteront au moment du phénomène, convertie en temps à raison de la circonférence entière pour un jour, donnera la distance angulaire comprise sur l'équateur entre les méridiens des deux lieux d'observation. C'est ainsi que les éclipses de lune ont été dès les premiers temps de l'astronomie, employées à la détermination des longitudes géographiques. Ce moyen est d'une exécution facile, et serait très-exact dans la pratique, surtout pour nous qui pouvons, à l'aide de nos instruments, observer le commencement et la fin des éclipses avec beaucoup plus de précision que les anciens astronomes; mais les éclipses de lune sont trop rares pour qu'on puisse les employer dans une opération qu'il faut sur mer renouveler chaque jour. Les éclipses des satellites de Jupiter sont beaucoup plus fréquentes, et elles offrent sous ce rapport de grands avantages pour

la détermination des longitudes ; mais l'observation de ces phénomènes quoique très-facile, ne réussit bien que sur la terre. Nous avons vu en effet qu'avant de s'éclipser totalement, le satellite entre dans le cône d'ombre que forme la planète, et il faut de très-bons instruments pour juger avec précision le moment de la disparition ; cette appréciation exacte est donc impossible à la mer où l'usage des grandes lunettes est interdit par le mouvement du vaisseau. On a fait jusqu'ici d'inutiles efforts pour surmonter cette difficulté, mais du moins on a employé avec beaucoup de succès depuis leur découverte, les éclipses des satellites de Jupiter à la recherche des longitudes terrestres et elles ont été très-utiles aux progrès de la géographie. Le marin peut aussi en faire usage dans ses relâches. Il n'est pas nécessaire pour déterminer par ce moyen la longitude, que l'observation ait été faite simultanément sur le méridien fixe d'où les degrés de longitude sont comptés ; il suffit qu'on connaisse avec exactitude l'heure du phénomène dans le lieu où l'on se trouve; en effet les tables des satellites de Jupiter et les tables de la lune s'il s'agit de cet astre, donnent les instants de leurs éclipses calculés d'avance et avec une extrême précision pour le méridien de Paris ; la différence de l'heure marquée dans ces tables à celle que l'on comptait à l'instant du phénomène sur le méridien où il a été réellement observé, fera connaître la longitude relative de ces deux plans (1).

142. Comme c'est surtout au navigateur que la déter-

(1) Lorsqu'il s'agit de distances peu considérables, on emploie encore avec succès les signaux produits par l'inflammation instantanée de la poudre. On partage l'intervalle qui sépare le méridien

mination des longitudes peut être utile pour l'aider à fixer sa position et le guider dans sa marche vers le but où il se dirige, il a fallu recourir à d'autres phénomènes célestes plus fréquents que les éclipses de lune et moins difficiles à observer à la mer que les éclipses des satellites de Jupiter. On a pensé d'abord aux *occultations* ou éclipses des étoiles par la lune, mais ce phénomène, quoique facile à observer et moins rare que les éclipses, ne se reproduit pas encore assez fréquemment pour qu'on en puisse faire un usage journalier et la lune rencontre à peine sur sa route *huit* ou *neuf* étoiles pour lesquelles ce genre d'observations soit possible. Cependant cette idée de faire servir les positions de la lune comparée aux étoiles, à la détermination des longitudes terrestres, a enfin conduit à la véritable solution du problème. En effet, la lune et les planètes, en vertu de leur mouvement propre, changent à chaque instant de place par rapport aux étoiles ; on peut donc regarder leur position à un moment donné, comme un phénomène instantané qui se produit dans le ciel, et il ne reste qu'à déterminer l'heure à laquelle on l'observe à la fois sur le vaisseau et sur le premier méridien ; mais pour que ce moyen puisse être

connu de celui dont on cherche la longitude relative, en stations plus ou moins éloignées selon la nature des lieux ; en partant ensuite du premier méridien, la différence des temps comptés à l'instant où la poudre s'enflamme, par celui qui y met le feu, et par l'observateur qui l'aperçoit de la station voisine, donne la différence en longitude des deux lieux qu'ils occupent. En répétant des opérations semblables sur toute la ligne, on détermine aisément la longitude du méridien que l'on cherche. On a fait dans ces dernières années l'épreuve de cette méthode sur la ligne qui joint les observatoires de Greenwich et de Paris, qu'on est parvenu ainsi à lier entre eux d'une manière très-exacte.

utile dans la pratique, il faut que le mouvement de l'astre observé soit assez rapide pour que ses déplacements soient sensibles même dans un très-court intervalle de temps. De tous les corps célestes la lune étant celui dont le mouvement apparent est le plus considérable, elle devait être préférée pour la mesure des longitudes. On peut avec un *sextant* ou un *octant* mesurer en mer les distances angulaires de la lune au soleil et aux étoiles, avec une précision aussi grande que celle que l'on obtiendrait dans un observatoire en repos; on peut d'ailleurs, par le secours des tables astronomiques calculer pour un lieu quelconque de la terre, l'heure à laquelle la lune s'est trouvée dans la même position relativement à ces astres; en comparant cette heure à celle de l'observation, la différence convertie en degrés fera connaître la longitude du vaisseau.

Nous avons vu comment on pouvait déterminer l'heure du navire par l'observation des hauteurs du soleil ou des étoiles, du moment que la latitude était à peu près connue. On trouve dans la *Connaissance des temps*, la distance de la lune au soleil et aux étoiles, calculée d'avance de trois heures en trois heures, pour le méridien de Paris: on peut donc, par une simple proportion, en conclure l'heure exacte qu'il était à Paris lorsque la lune se trouvait à la distance de ces astres observée sur le vaisseau, en supposant, ce qui est permis, le mouvement de la lune et du soleil uniforme dans cet intervalle. La question générale de déterminer les heures que l'on compte au même instant physique dans deux lieux différents de la terre, est donc ainsi complétement résolue; et comme il n'y a point de nuit où les étoiles et la lune sont visibles,

qui ne présente à nos yeux le phénomène sur lequel cette solution est fondée, on pourra renouveler les observations aussi souvent qu'on le voudra, et choisir les instants où la lune se trouvera dans les positions les plus favorables. Pour assurer le succès de l'opération, on la divise ordinairement entre trois observateurs dont deux sont chargés de mesurer les hauteurs au-dessus de l'horizon des astres dont le troisième observe les distances mutuelles ; enfin, en déterminant, dans un court intervalle, plusieurs distances de la lune au soleil et aux étoiles, et en prenant les moyennes entre ces distances et entre les temps qui leur correspondent pour les données du calcul, on diminue autant que possible les chances d'erreurs.

Pour apprécier l'exactitude dont cette méthode est susceptible, observons que quelque perfection qu'aient acquise les tables lunaires, elles peuvent encore laisser une incertitude de 15 à 20″ de degré sur une distance calculée de la lune aux étoiles ou au soleil ; la difficulté des opérations nautiques laisse une incertitude au moins aussi grande sur les distances correspondantes données par l'observation ; supposons donc que l'erreur totale soit de 40″, en degrés; le mouvement diurne de la lune est de 13° 11′ par rapport aux étoiles, et de 12° 11′ par rapport au soleil, son mouvement apparent est donc de 30′ par heure à peu près, ou de 30″ par minute; une erreur de 40″ en degrés dans la comparaison des lieux de la lune calculés par les tables, aux données de l'observation, répond donc à une erreur de 80″ en temps sur la différence de l'heure du vaisseau à celle du premier méridien : or, 80″ est le temps qu'un arc de 20′ compté sur

l'équateur, emploie à passer au méridien. En effet, on a la proportion 20′ : 80″ :: 360° : 24 ʰ ou :: 2160′ : 86400″, c'est donc toute l'étendue de l'erreur que l'on peut commettre dans la détermination de la longitude cherchée. Cette erreur, dans son *maximum* sous l'équateur, s'élèverait à $\frac{1}{3}$ de degré ou à environ 7 lieues marines, elle serait moindre sous les parallèles, et cette précision serait déjà suffisante pour garantir le navigateur contre le danger des écueils et contre d'importantes déviations de sa route ; mais par des observations répétées, on peut obtenir une précision beaucoup plus grande. D'ailleurs, les erreurs de l'observation et des tables, au lieu de s'ajouter, comme nous l'avons supposé, peuvent, en se détruisant l'une par l'autre, se compenser en partie, et l'on doit le plus souvent compter sur la longitude à $\frac{1}{4}$ de degré près, ce qui est plus que suffisant pour tous les cas.

On voit que si le mouvement de la lune était deux fois plus rapide, la différence entre l'heure du vaisseau et celle du premier méridien, serait exacte à 40″ près, tandis que l'erreur peut s'élever aujourd'hui à 80″. L'erreur qu'on peut commettre dans la mesure des longitudes, dépend donc de la rapidité de l'astre que l'on fait servir à leur détermination. Si au lieu des distances de la lune ux étoiles, on employait celles du soleil, comme le mouvement géocentrique de cet astre est treize fois plus lent, les erreurs seraient treize fois plus considérables, elles le deviendraient bien davantage encore si l'on employait à cette détermination les mouvements de Jupiter ou de Saturne.

143. Ainsi donc, la lune est le seul de tous les astres dont le mouvement propre soit assez prompt pour qu'on puisse

l'employer utilement à la détermination des longitudes à la mer, et sans doute l'idée de faire servir son mouvement à cet usage a dû se présenter à l'esprit des premiers astronomes qui se sont occupés de la détermination des longitudes terrestres; mais pour que cette idée pût passer de l'état d'une simple spéculation théorique à celui d'un procédé utile dans la pratique, il fallait que l'invention des instruments de réflexion permît de faire en mer des observations délicates que l'agitation du vaisseau rendrait impossibles sans leur secours, et surtout que les tables de la lune, si difficiles à construire à cause des nombreuses inégalités de son mouvement, fussent assez exactes pour ne laisser qu'une légère incertitude sur les lieux qu'on en déduit par le calcul. Or, il n'y a pas cinquante ans que ce double but a pu être atteint; la construction des instruments d'optique a fait des progrès qui ont permis de rendre le *sextant* et l'*octant* d'un usage général pour la marine, et les tables lunaires surtout ont été assez perfectionnées pour qu'on puisse assurer que leur précision surpasse aujourd'hui celle des observations même.

La détermination des longitudes en mer au moyen des tables de la lune ne laisserait donc rien à désirer, si l'on pouvait observer directement les distances vraies de la lune aux étoiles et au soleil, pour les comparer aux distances calculées dans les éphémérides; mais toutes les distances que nous observons sont altérées par la réfraction et la parallaxe (n° 27), et il faut un calcul assez délicat pour déduire des distances apparentes les distances vraies, c'est-à-dire celles qu'on observerait du centre de la terre et sans l'action de l'atmosphère. Ce calcul exige

qu'outre les distances apparentes des deux astres, on connaisse encore leurs hauteurs au-dessus de l'horizon au même instant, ce qui demande, comme nous l'avons vu, le concours de trois observateurs. Enfin la formule trigonométrique par laquelle on déduit la distance vraie de la distance apparente, est encore assez compliquée pour offrir, dans les applications, des difficultés aux marins qui n'ont pas l'habitude de ces sortes d'opérations, malgré toutes les transformations qu'on lui a fait subir pour en rendre l'usage plus facile. Cependant, même avec ces inconvénients, il ne paraît guère possible d'imaginer, pour la détermination des longitudes, une méthode à la fois plus commode et plus sûre, et l'astre qui nous éclaire pendant les nuits est sans doute aussi celui que la Providence a spécialement destiné à nous conduire au milieu des écueils de l'Océan.

144. Les opérations que nous venons de décrire servent pour guider les marins dans les voyages de long cours, mais elles seraient trop compliquées pour les embarcations qui n'ont que de faibles trajets à parcourir. Les instruments qu'on emploie dans ce cas sont d'abord la *boussole*, qui sert à diriger la route du vaisseau; on détermine par son moyen l'angle sous lequel le vaisseau coupe les divers méridiens qu'il traverse, il ne reste donc qu'à déterminer la longueur de la route parcourue pour en conclure le lieu où il se trouve. On se sert pour cela d'un instrument nommé *loch*; il consiste en une pièce de bois attachée à une longue corde divisée de distance en distance par des *nœuds* également espacés; on jette cette pièce de bois à la mer et un plomb qui y est suspendu la retient immobile tandis que le vaisseau s'éloigne. On

compte alors combien on file de nœuds en une demi-minute, au moyen d'un petit sablier qui se vide précisément dans cet intervalle, et l'on en conclut par une simple proportion, la vitesse du vaisseau dans un temps donné. On conçoit combien ces opérations sont incertaines et qu'elles ont besoin d'être répétées plusieurs fois par jour pour s'assurer que la vitesse du vaisseau n'a pas varié, mais elles suffisent pour donner une première ébauche de la route qu'il tient, ébauche que l'on peut rectifier ensuite, s'il est nécessaire, par des méthodes plus savantes.

CHAPITRE XI.

RÉFRACTIONS ASTRONOMIQUES.

Leur cause ou déviation de la lumière dans l'atmosphère. — Leurs effets sur la position des astres. — Crépuscule. — Aurore. — Détermination du plus petit crépuscule. — Tables de réfraction. — Phénomènes divers résultant des réfractions.

145. Nous avons, dans le chapitre II, exposé succinctement les propriétés de la lumière: nous avons vu qu'un rayon lumineux qui traverse des milieux de différentes densités éprouve une déviation qui le détourne de la ligne droite et qu'on a nommée *réfraction*. La terre est de toutes parts enveloppée par un fluide transparent que nous ne pouvons apercevoir, mais dont la présence se manifeste par un grand nombre de phénomènes, et surtout par l'action qu'il exerce pour soutenir le poids de la colonne de mercure dans le baromètre. Ce fluide forme l'atmosphère terrestre, sa hauteur ne s'étend guère à plus de 60 mille mètres (ou 13 lieues environ) de la surface de la terre, distance peu considérable, si on la compare aux dimensions du globe et surtout aux immenses intervalles qui nous séparent des corps célestes. Les rayons lumineux que les astres nous envoient et qui traversent l'atmosphère ne doivent donc pas continuer à se mouvoir en

ligne droite, ils doivent éprouver, en passant du vide dans l'air, une déviation semblable à celle que subit un rayon de lumière qui passe d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, et comme nous voyons toujours les objets sur le prolongement de la ligne droite suivant laquelle la lumière qui en émane entre dans notre œil, il en résulte que, par l'effet de la réfraction, nous devons continuellement rapporter les astres à des places différentes de celles qu'ils occupent réellement. Il était donc très-important pour les astronomes, de connaître les lois de la réfraction de la lumière dans notre atmosphère, puisqu'elles leur sont indispensables pour distinguer les véritables positions des corps célestes de leurs positions apparentes.

Il serait facile de déterminer ces lois par l'analyse mathématique si la densité de l'air était partout la même, ou du moins si l'on connaissait exactement la progression suivant laquelle la densité des couches atmosphériques varie à mesure qu'on s'écarte de la surface de la terre. Mais nous ne pouvons faire sur cet objet que des hypothèses plus ou moins vraisemblables, et nous savons seulement par la dépression que subit le mercure dans le baromètre à mesure qu'on s'élève à des hauteurs plus considérables, que les couches les plus denses de l'atmosphère sont les plus voisines de la terre et qu'elles deviennent ensuite de plus en plus rares à mesure qu'elles s'en écartent davantage. Cette inégalité de densité entre les couches supérieures et les couches inférieures de l'atmosphère, fait qu'on peut la considérer comme composée de milieux d'espèces différentes superposées les unes au-dessus des autres, et dont la densité augmente en

approchant de la terre. Or, nous avons vu que lorsqu'un rayon de lumière passe d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, il se rapproche, par l'effet de la réfraction, de la perpendiculaire élevée au point d'incidence sur la surface de séparation des deux milieux. Le rayon lumineux qui traverse les différentes couches de l'atmosphère, s'infléchit donc de plus en plus vers la terre à mesure que leur densité augmente, et les directions successives qu'il prend forment une portion de polygone dont le nombre de côtés est égal à celui des milieux traversés. Mais la densité des couches atmosphériques n'éprouve pas, à des hauteurs déterminées, des changements brusques, elle décroît par degrés insensibles depuis la surface de la terre où elle est la plus grande, jusqu'aux molécules extrêmes dont la raréfaction équivaut au vide parfait ; les directions de la lumière doivent donc varier également par degrés insensibles, et la route que suit le rayon lumineux dans l'atmosphère, forme ainsi un polygone d'une infinité de côtés ou une courbe concave vers la surface de la terre.

Soit donc R*ab* (*fig.* 77), la courbe que décrit le rayon R depuis son entrée dans l'atmosphère jusqu'à l'observateur en O. Si au point O on mène une tangente O*r* à cette courbe, O*r* sera la direction suivant laquelle le rayon R frappe l'œil de l'observateur, il doit donc supposer que l'astre dont la lumière est émanée, est situé sur le prolongement de cette ligne, en sorte que sa hauteur au-dessus de l'horizon lui paraît être *ro*H, tandis que la hauteur véritable de l'astre est R*o*H.

La différence *ro*R de ces deux angles est ce qu'on nomme la *réfraction astronomique*. On voit que son ef-

fet constant *est de nous faire paraître les astres plus élevés au-dessus de l'horizon ou plus rapprochés du zénith qu'ils ne le sont réellement* (1).

146. Une conséquence très-simple qui en résulte, c'est que nous ne devons pas cesser d'apercevoir les astres à l'instant même où ils sont abaissés au-dessous de l'horizon, comme cela aurait lieu s'il n'y avait aucune atmosphère autour de la terre; par l'effet de la réfraction de la lumière, ils doivent demeurer encore visibles à nos yeux quelques instants avant qu'ils n'aient atteint l'horizon et quelques instants après qu'ils sont descendus au-dessous. Supposons, par exemple, un astre en S sous l'horizon HR, le rayon S se brise au point O en pénétrant dans l'atmosphère, et nous le voyons à l'horizon en H sur le prolongement de la tangente à la courbe qu'il décrit, tandis qu'il est déjà en R au-dessous de l'horizon. Ainsi les levers du soleil et de la lune, tels que nous les observons, ne sont pour nous que des apparences, ces astres sont de-

(1) On reconnaît d'une manière bien évidente les effets de la réfraction, lorsque l'on veut déterminer la hauteur du pôle par l'observation des passages au méridien des étoiles circompolaires; les valeurs qui en résultent sont différentes selon les étoiles qu'on emploie. Ainsi, on trouve à Paris pour la distance du pôle au zénith:

Par l'étoile polaire.	41°	9′	10″
Par α du Dragon.	41	8	47
Par la Chèvre.	40	57	50

La distance du pôle au zénith diminue donc à proportion que l'étoile qui sert à la mesurer est plus écartée du pôle. La réfraction que l'étoile éprouve, et qui la rapproche du zénith, est donc d'autant plus forte que l'astre dans son passage inférieur, se rapproche davantage de l'horizon.

puis quelques instants sous l'horizon quand nous supposons qu'ils y touchent; on s'en assure en déterminant par l'observation les intervalles de leurs apparitions, on les trouve toujours supérieurs à ce qu'ils devraient être en les calculant par les tables astronomiques.

La même cause a produit quelquefois un phénomène remarquable, celui d'une éclipse lunaire alors que le soleil et la lune paraissaient encore l'un et l'autre au-dessus de l'horizon, la lune près de son lever et le soleil près de son coucher. Mais la présence simultanée de ces deux astres sur l'horizon n'était alors qu'une illusion, et pour qu'ils fussent diamétralement opposés, on voit qu'il suffit de supposer que l'un d'eux, le soleil par exemple, était très-peu élevé au-dessus de ce plan, tandis que la lune était très-peu abaissée au-dessous; la réfraction, en augmentant sa hauteur vraie, faisait seule supposer à l'observateur qu'elle était encore sur l'horizon. On cite divers exemples de semblables éclipses, la dernière est celle qui a été observée à Paris le 19 juillet 1750.

C'est aussi à la réfraction de la lumière que l'on doit attribuer cette lumière pâle dont la lune paraît encore éclairée, même dans les éclipses totales, c'est-à-dire lorsque plongée entièrement dans le cône d'ombre de la terre et privée de la lumière solaire, elle devrait disparaître entièrement à nos yeux. Nous avons déjà parlé de ce phénomène en nous occupant des éclipses, et nous en avons indiqué la véritable cause; elle tient à ce que quelques-uns des rayons solaires rompus par la réfraction en traversant notre atmosphère, s'infléchissent vers la terre et pénètrent dans le cône d'ombre qu'elle laisse derrière elle. Le disque lunaire nous réfléchit cette lumière déjà

affaiblie par la réfraction, et nous le voyons se colorer d'une teinte faible et rougeâtre que l'on avait crue autrefois la lumière propre de la lune; souvent même, pendant la durée de la même éclipse, la lune, observée en différents lieux, a paru avoir divers degrés d'obscurité ou des couleurs différentes; ce qui tient à ce que l'atmosphère est plus ou moins chargée de vapeurs, et que les réfractions qu'y éprouvent les rayons de lumière avant d'atteindre la surface de la lune, sont différentes, comme s'ils traversaient des verres d'inégale épaisseur ou diversement colorés.

Il peut arriver, dans quelques circonstances, que les vapeurs répandues dans l'atmosphère soient assez épaisses pour intercepter tout à fait les rayons solaires qui la traversent pour arriver jusqu'à la lune, cet astre devient alors tout à fait invisible, mais l'histoire de l'astronomie n'offre que peu d'exemples de cette disparition totale de la lune dans ses éclipses. Dans les éclipses de soleil, l'atmosphère terrestre, en réfléchissant vers l'observateur une partie de la lumière de cet astre, diminue l'obscurité qui aurait lieu sans cette circonstance. Mais souvent les rayons solaires brisés par la réfraction et la réflexion qu'ils éprouvent et par les épaisses vapeurs qu'ils traversent, n'arrivent à la terre qu'extrêmement affaiblis; ils répandent alors sur tous les objets une couleur sombre qui participe du bleu du ciel et du rouge du crépuscule, et qui ajoutait encore à la terreur que la disparition subite du soleil dans les éclipses, causait aux hommes aux siècles d'ignorance.

147. Mais de tous les avantages que nous procure l'atmosphère dont la terre est environnée, le plus grand est

de prolonger pour nous la durée du jour et de diminuer la longueur des nuits. C'est à la réfraction des rayons solaires que nous devons cette douce clarté qui précède le lever du soleil et suit son coucher, et qui nous fait passer par une transition insensible de la lumière aux ténèbres et des ténèbres à la lumière. Sans l'atmosphère terrestre, le jour paraîtrait brusquement au moment où le soleil percerait l'horizon, et une obscurité complète lui succéderait au moment où cet astre s'abaisserait au-dessous de ce plan, mais par l'effet de la réfraction, nous jouissons encore de la présence du soleil quand il est déjà depuis quelque temps au-dessous de notre horizon. Ainsi, lorsque le soleil est en S (*fig.* 78), le rayon réfracté en O parvient suivant la tangente HO à l'œil de l'observateur, et l'astre lui paraît encore à l'horizon en H lorsqu'il est déjà d'un angle *s*'AH au-dessous de ce plan. Le soleil descendant en S' le rayon réfracté O*s* passe au-dessus de l'observateur, qui ne voit plus l'image de l'astre; mais tout l'hémisphère compris entre son horizon et son zénith est éclairé, et cette lumière, réfléchie par les molécules de l'atmosphère, éclaire encore la terre. Cependant, à mesure que le soleil s'abaisse davantage, la calotte sphérique qui reçoit ses rayons diminue par degrés, il arrive donc un moment ou aucun d'eux ne pénètre plus dans l'atmosphère, et la nuit alors est complète.

En observant l'instant où le crépuscule commence et en calculant pour cet instant la distance du soleil au zénith, on peut aisément déterminer quel est l'abaissement du soleil sous l'horizon au moment où ses rayons commencent à pénétrer dans l'atmosphère terrestre. Cependant comme les observations de ce genre ne peuvent

se faire rigoureusement, que leur résultat dépend d'ailleurs de l'état de l'atmosphère, les astronomes ont trouvé des valeurs assez différentes pour l'abaissement du soleil sous l'horizon à l'instant où le crépuscule commence le matin ou finit le soir; mais on s'accorde aujourd'hui à supposer cet abaissement de 18°, qui est la moyenne à peu près de toutes ces valeurs.

La durée du crépuscule n'est pas toujours la même; elle dépend du temps que le soleil emploie à décrire l'intervalle compris entre l'horizon et le plan qui lui est parallèle, et qui est situé à 18° au-dessous. Or ce temps n'est pas le même dans les différents lieux de la terre, et il change pour un même lieu dans les différentes saisons. En effet, sous l'équateur le mouvement du soleil est perpendiculaire à l'horizon; le temps qu'il emploie à s'abaisser de 18° au-dessous de ce plan est donc alors le plus court possible, et la durée du crépuscule est par conséquent moins longue sous l'équateur que dans tous les autres lieux de la terre. Elle va en augmentant à mesure qu'on s'avance vers les pôles, parce que les cercles du mouvement diurne s'inclinent de plus en plus sous l'horizon; enfin près des pôles, où le mouvement du soleil est presque parallèle à ce plan, la durée du crépuscule peut être de plusieurs mois, ce qui abrège les longues nuits auxquelles ces climats sont condamnés.

La durée du crépuscule dépend aussi de la déclinaison du soleil, et c'est un problème qui a beaucoup occupé les géomètres et les astronomes que de déterminer, pour un lieu donné, le jour du plus court crépuscule. On en trouve diverses solutions dans la plupart des traités d'astronomie; mais comme cette question n'est que de pure

curiosité, et qu'elle nous entraînerait dans des calculs mathématiques que nous nous sommes interdits dans cet ouvrage, nous ne nous en occuperons pas ici, et nous dirons seulement qu'à Paris le plus court crépuscule est de $1^h\ 50'$, et qu'il a lieu le 11 octobre et le 5 mars de chaque année.

Puisque la durée du crépuscule dépend à la fois de la latitude du lieu et de la déclinaison du soleil, il doit durer toute la nuit pour les contrées où cet astre, dans certaines saisons de l'année, ne s'abaisse pas à 18° au-dessous de l'horizon. La figure (79) représente cette situation : AD étant l'horizon, PP′ l'axe des pôles et gg' le cercle diurne du soleil à une certaine époque de l'année, si l'arc Dg' est supposé moindre que 18°, le soleil n'atteindra pas le cercle crépusculaire xx', ses rayons ne cesseront donc pas de pénétrer dans l'atmosphère terrestre et l'on voit que pour que ce phénomène ait lieu il faut que la distance gP du soleil au pôle, moins la hauteur PD du pôle, c'est-à-dire l'arc Dg', soit moindre que 18°. Ainsi, à Paris, la hauteur du pôle est 49°, et au solstice d'été la déclinaison du soleil est égale à l'obliquité de l'écliptique ou à 23° 28′; sa distance au pôle est donc $90° - 23° 28' = 66° 32'$, et l'on a $66° 32' - 49° = 17° 32' < 18°$: il n'y a donc pas de nuit à cette époque de l'année à Paris, l'aurore succède au crépuscule presque sans intervalle ; dans les climats plus septentrionaux le phénomène est plus sensible encore.

On peut, en observant avec soin l'instant où le crépuscule commence le matin et se termine le soir, déterminer la hauteur de l'atmosphère terrestre. En effet, le crépuscule commence lorsque les molécules extrêmes de l'atmosphère qui sont à l'horizon reçoivent les premiers

rayons du soleil ; soit donc A (*fig.* 80) l'une de ces molécules, la lumière réfléchie par elle nous vient suivant AB, il faut donc que le soleil soit situé quelque part en S sur le prolongement de la tangente AO à la terre, puisque, d'après les lois de la réflexion de la lumière, l'angle du rayon incident SA avec la normale CA doit être égal à l'angle que forme avec la même droite le rayon réfléchi AB, c'est-à-dire qu'on doit avoir CAS=CAB. Cela posé, l'angle ABS est l'abaissement du soleil sous l'horizon à l'instant où le crépuscule commence, et nous avons vu que cet angle était égal à 18°; l'angle HAB que forme le rayon incident avec le rayon réfléchi, est égal à SBA + ASB, et l'on peut supposer simplement HAB=SBA, en négligeant le petit angle ASB qui dépend de la parallaxe du soleil; on a d'ailleurs BAS=180°—HAB=180°—BCD, donc BCD=HAB=ABS=18°. Or, dans le triangle rectangle ABC, on connaît le côté CB égal au rayon de la terre, l'angle BCA=$\frac{1}{2}$ BCD=9°; on peut donc calculer le troisième côté CA ; si l'on en retranche le rayon terrestre CB, la différence CA—CB=A*a* sera la hauteur de l'atmosphère. En opérant les calculs que nous ne faisons qu'indiquer ici, et en tenant compte de quelques légères corrections que nous avons négligées, on a trouvé la hauteur de l'atmosphère d'environ 16 lieues, c'est-à-dire égale à peu près à un centième du rayon terrestre.

148. Nous n'avons parlé jusqu'ici que des phénomènes généraux qui résultent de la réfraction de la lumière dans l'atmosphère terrestre; mais puisqu'elle a encore pour effet d'augmenter la hauteur apparente des astres au dessus de l'horizon, il est important de connaître la quantité de cet accroissement pour corriger les hauteurs ob-

servées et déterminer leur véritable place. Il est d'abord évident que cette quantité doit varier avec la distance de l'astre au zénith. En effet, nous avons vu, n° 13, qu'un rayon lumineux tombant perpendiculairement sur la surface de séparation de deux milieux d'inégale densité, n'éprouve aucune réfraction en les traversant ; dans toute autre situation, le rayon est brisé, et plus son obliquité est grande, plus la déviation qu'il éprouve est considérable. Par conséquent, un astre qui passe au zénith de l'observateur doit lui paraître dans son vrai lieu, parce que les rayons qui en émanent traversent perpendiculairement toutes les couches de l'atmosphère; mais sa position apparente est d'autant plus altérée par l'effet de la réfraction, que sa distance zénithale devient plus grande ou que sa hauteur au-dessus de l'horizon diminue. Ainsi, pour un même astre, la réfraction est la plus grande possible lorsqu'il paraît à l'horizon; elle est alors de 33′ : elle diminue à mesure que l'astre s'élève au-dessus de ce plan, et elle devient tout à fait nulle pour les astres qui passent au zénith de l'observateur.

Dans le voisinage du zénith, c'est-à-dire depuis zéro jusqu'à 10° de distance zénithale, les réfractions varient à très-peu près proportionnellement à ces distances, et de 1″ environ par degré; mais la loi des réfractions devenant ensuite beaucoup plus compliquée, les astronomes et les géomètres se sont occupés de les déterminer pour toutes les distances zénithales depuis zéro jusqu'à 90°, ou depuis le zénith jusqu'à l'horizon, et ils en ont formé des tables qui servent à calculer immédiatement la réfraction d'un astre dont la hauteur est donnée. Ces tables sont construites, les unes sur les observations

seules, les autres sur les formules de la théorie mathématique de la réfraction de la lumière, et en n'employant les observations que pour déterminer quelques constantes que ces formules renferment.

Pour former une table de réfractions d'après les observations, supposons que nous remarquions une étoile qui passe à notre zénith ou qui s'en écarte peu; observons cette étoile dans une autre position quelconque; l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations nous donnera l'angle que forment les méridiens qui comprennent l'étoile dans ses positions successives : la hauteur du pôle est connue, la déclinaison de l'étoile l'est également, puisqu'elle est le complément de la hauteur du pôle si l'étoile passe au zénith, ou que, si elle s'en écarte d'une légère quantité, on peut aisément la mesurer en tenant compte de la réfraction, qui est alors proportionnelle à la distance zénithale et de 1″ par degré. On peut donc déterminer par le calcul la hauteur de l'étoile pour l'instant donné, et, en la comparant à la hauteur observée, la différence sera l'effet de la réfraction.

On peut ainsi déterminer les réfractions d'un astre pour toutes les hauteurs comprises entre 0° et 90°, et c'est sans doute l'idée qui a dû se présenter d'abord aux astronomes qui se sont occupés d'en former des tables; mais comme cette manière de les établir exige des opérations et des instruments d'une grande précision, les premières tables qui furent construites dans un temps où les erreurs des observations surpassaient quelquefois en grandeur les réfractions que l'on voulait déterminer, ne pouvaient être que très-défectueuses. L'art

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des réfractions moyennes, c'est-à-dire de celles qui ont lieu dans une atmosphère réduite à une pression barométrique et à une température déterminées; mais comme les réfractions dépendent de la densité de l'atmosphère, et que cette densité varie par la température et par les vapeurs qui y sont répandues, il faudra corriger les réfractions moyennes données par les tables, de l'effet qui dépend de la hauteur du baromètre et du nombre de degrés que marque le thermomètre au jour de l'observation; on a joint aux tables de réfraction des petites tables de correction pour cet usage. On remarque, en général, que les réfractions diminuent quand la chaleur augmente; elles sont plus fortes en hiver qu'en été et la nuit que le jour.

149. Lorsqu'on a observé une étoile qui n'est pas au zénith, pour avoir sa hauteur véritable, c'est-à-dire telle qu'on l'observerait s'il n'y avait point d'atmosphère autour de la terre, il faut corriger sa hauteur apparente de l'effet de la *réfraction*. Nous avons vu que cet effet est généralement d'élever les astres au-dessus de l'horizon plus qu'ils ne le sont réellement; il faut donc retrancher de la hauteur observée la quantité qui répond à cette hauteur dans les tables de réfraction; il faudrait l'ajouter, au contraire, à la distance zénithale donnée par l'observation.

Lorsqu'on veut calculer au moyen des tables la position *apparente* d'une étoile pour la comparer aux observations, il faut encore faire subir aux coordonnées

travaux auront les plus heureux résultats. (Voir sur ce sujet les comptes-rendus de l'Académie, premier trimestre 1838, n°s 13 et 16.)

qui déterminent sa position *vraie* deux corrections provenant l'une de la *nutation*, l'autre de l'*aberration*.

La *nutation*, dont nous avons parlé n° 25, produit dans l'axe de la terre une espèce de balancement périodique qui fait osciller l'équateur autour de sa position moyenne pendant une période des nœuds de la lune, c'est-à-dire dans l'intervalle où les nœuds de l'orbite lunaire font le tour du ciel, n° 48. Il faut donc, après avoir calculé l'*ascension droite* et la *déclinaison moyenne* d'une étoile, c'est-à-dire les valeurs de ces deux quantités relatives à l'équinoxe moyen et à l'obliquité moyenne de l'écliptique, corriger ces valeurs des effets de la nutation qui détermine la position véritable de l'équateur, c'est-à-dire l'obliquité apparente de l'écliptique et le lieu vrai de l'équinoxe. (Voir chap. XI.)

Quant à l'aberration, ce phénomène résulte, n° 71, du mouvement progressif de la lumière combiné avec le mouvement de la terre, et il a pour effet d'écarter, dans la période d'une année, les étoiles de leurs positions véritables d'une quantité qui varie selon leur place dans le ciel, mais qui ne peut jamais dépasser 20″,25, nombre qu'on appelle la *constante de l'aberration*. Il faudra donc avoir égard aux variations qui en résulteront dans les *ascensions droites* et les *déclinaisons* des étoiles, calculées par les tables, pour en déduire leurs lieux *apparents*, tels qu'ils sont donnés par l'observation. Au reste, les astronomes possèdent des tables toutes préparées des corrections résultantes de la *nutation* et de l'*aberration* qui abrégent beaucoup ces déterminations.

Les diverses corrections précédentes sont propres à tous les astres; mais s'il s'agit du soleil, de la lune ou

des planètes, il faut faire subir aux lieux apparents deux nouvelles corrections quand on veut les comparer à leurs lieux vrais calculés par les tables.

1° Aux observations de tous les astres qui ont un disque apparent, on ajoute le demi-diamètre de l'astre, si l'on a observé le bord inférieur, ou on l'en retranche si c'est le bord supérieur, pour avoir la hauteur apparente du centre.

2° A la *hauteur apparente* on ajoute la *parallaxe de hauteur*, l'effet de cette parallaxe étant de diminuer la hauteur de l'astre, telle qu'elle paraîtrait à un observateur placé au centre de la terre. D'après ce qu'on a dit de la réfraction, on voit que la correction qu'ell e exige est toujours de signe contraire à celle de la parallaxe, conformément à ce qui avait été annoncé n° 27.

L'effet de la parallaxe change les *ascensions droites*, *les déclinaisons*, les *longitudes* et les *latitudes* des astres telles qu'elles seraient vues du centre de la terre; les astronomes ont des formules très-commodes pour déterminer les corrections qui en résultent sur chacune de ces quantités (1). Quant aux étoiles, comme elles n'ont ni diamètres apparents, ni parallaxes sensibles, il n'y a lieu à leur appliquer aucune correction dépendante de ces deux causes.

150. Un phénomène remarquable qui se passe journellement sous nos yeux, et qui n'est encore qu'un effet de la réfraction, est cette dépression que le soleil et la lune

(1) Cependant, lorsqu'une observation a été faite au méridien, la parallaxe et la réfraction n'altèrent pas l'*ascension droite*, puisque leur effet se produit tout entier dans le plan vertical, n° 27; les corrections qui en dépendent ne doivent donc s'appliquer qu'à la distance au zénith ou à la *déclinaison*.

subissent dans le sens de leur hauteur, et qui nous les fait paraître sensiblement ovales quand ils sont près de l'horizon. En effet, tous les points du disque du soleil et de la lune sont élevés par suite de la réfraction, mais ils ne le sont pas également; le bord inférieur l'est davantage que le bord supérieur, parce qu'étant plus près de l'horizon, la réfraction est plus forte. Le diamètre du disque doit donc nous paraître plus court dans le sens vertical que dans le sens horizontal, et cet aplatissement est d'autant plus considérable que l'astre est plus voisin de l'horizon, parce que les réfractions varient alors d'une manière très-rapide; lorsque l'astre, au contraire, a déjà une certaine élévation, les réfractions ne varient plus d'un bord à l'autre que par degrés insensibles, et il n'en résulte, par conséquent, aucun effet appréciable sur la sphéricité apparente des disques du soleil et de la lune.

Les grandes réfractions que les astres éprouvent près de l'horizon, jointes à la densité des couches atmosphériques, affaiblissent considérablement leur lumière : c'est pour cela que le soleil, dont nous pouvons avec peine soutenir l'éclat à midi, peut être observé sans fatigue quand il est à l'horizon. Son disque, comme celui de la lune, nous paraît alors d'une couleur rouge fortement prononcée, ce qui indique que l'atmosphère terrestre réfracte moins les rayons rouges que ceux de toutes les autres couleurs, et c'est par la même raison que le disque lunaire nous paraît empreint de cette même teinte rougeâtre dans les éclipses de lune.

151. Plusieurs phénomènes particuliers, dont nous avons déjà eu l'occasion de faire mention, peuvent encore s'expliquer par la théorie de la réfraction de la lumière.

C'est par elle que nous avons appris que la lune n'avait point d'atmosphère, parce que la déviation que subiraient les rayons lumineux en la traversant nous ferait paraître la durée de l'occultation d'une étoile plus courte que le temps qu'elle doit employer à traverser le disque lunaire d'après son mouvement horaire. L'accord exact, au contraire, de ces deux intervalles, déduits de l'observation et du calcul, nous prouve que l'atmosphère lunaire, s'il en existe une autour de cet astre, est d'une telle rareté qu'elle équivaut au vide complet.

On explique encore d'une manière très-simple, si ce n'est incontestable, par la réfraction, le phénomène de la *scintillation* ou l'espèce de tremblement que nous observons dans la lumière des étoiles. En effet, l'atmosphère est en proie à une agitation continuelle qui résulte des changements de densité qu'elle éprouve par les variations de la température, par la formation des vapeurs et des gaz qui y sont répandus, par les proportions variables de l'électricité qu'elle renferme, etc.; les rayons de lumière qui la traversent éprouvent donc de continuelles réfractions qui changent leur direction et produisent un mouvement de *scintillation* d'autant plus sensible pour les étoiles, que leurs disques apparents sont plus petits et leur lumière plus faible.

C'est aussi à la réfraction de la lumière qu'il faut attribuer le phénomène optique connu des marins sous le nom de *mirage*, et qui s'observe sur une plaine horizontale dont aucun objet terrestre n'interrompt l'uniformité, comme sont celles qu'on trouve en Égypte ou sur d'autres points de l'Afrique.

CHAPITRE XII.

DU TEMPS, DE SA MESURE ET DU CALENDRIER.

Jour moyen solaire. — Équation du temps. — Gnomons et cadrans solaires. — Année tropique. — Année vague des Égyptiens. — Période sothiaque. — Calendrier Julien. — Réforme Grégorienne. — Division de l'année en mois et en semaines. — Fixation de la fête de Pâques. — Usage du nombre d'Or et de l'Épacte. — Cycle lunaire. — Cycle solaire. — Cycle d'indiction. — Lettres dominicales. — Calendrier perpétuel. — Utilité de l'astronomie pour la chronologie.

152. L'une des applications les plus utiles que l'homme ait tirées de ses connaissances astronomiques fut de faire servir les mouvements célestes à la mesure du temps. Le soleil et la lune sont principalement les astres qu'on a choisis pour cet usage ; leurs mouvements, il est vrai, ne sont pas uniformes, comme cela devrait être pour qu'ils pussent diviser le temps en intervalles égaux ; mais en substituant aux mouvements vrais des mouvements moyens, et des astres fictifs aux astres véritables, on fait disparaître, dans les résultats destinés aux besoins de la société, les inconvénients de ces irrégularités, en leur conservant tout leur caractère de grandeur et de généralité. Nous allons décrire les différents modes de division que l'on a adoptés pour mesurer le temps, et

les méthodes que l'on a suivies pour classer ces périodes, de manière à ce que l'esprit pût embrasser sans effort la suite des événements passés ou la production des événements futurs, quel que fût l'intervalle qui nous en sépare. Nous serons amenés ainsi à parler successivement de la gnomonique, du calendrier et de l'usage de l'astronomie dans l'art de vérifier les dates.

Le soleil, qui en s'élevant au-dessus ou en s'abaissant au-dessous de l'horizon forme les jours et les nuits, et dont les déplacements dans l'écliptique produisent la succession des saisons, a dû fournir aux hommes, dès l'origine du monde, l'idée de régler sur ses mouvements l'ordre de leurs travaux et les instants qu'ils consacrent au repos; c'est là sans doute ce qui les a conduits à choisir ses révolutions entre celles de tous les corps célestes, pour les faire servir à la mesure du temps.

Les retours du soleil au méridien forment le *jour*, ses retours au même équinoxe ou au même solstice forment l'*année tropique* ou *civile*, et enfin la réunion de cent années tropiques forme le *siècle* le plus long des intervalles que l'on ait encore employés dans la mesure du temps, et qui suffit jusqu'à présent aux recherches ordinaires de la chronologie. La distribution des jours en périodes, qui rendent faciles à saisir leurs rapports dans la durée indéfinie des temps, est ce qu'on nomme le *calendrier*.

Des jours.

153. La durée du jour est l'intervalle qui s'écoule entre deux retours consécutifs du soleil au même méridien

inférieur ou supérieur. Elle se divise en 24 heures, l'heure en 60 minutes, la minute en 60 secondes, etc. On a proposé aussi d'adapter au jour la division décimale, en le partageant en 10 heures, l'heure en 100 minutes, la minute en 100 secondes, etc.; mais l'usage de l'ancienne division est tellement général, que celle-ci ne peut être regardée que comme un moyen utile pour faciliter les calculs astronomiques.

L'origine du jour est arbitraire. Certains peuples le faisaient commencer au lever du soleil, d'autres à son coucher; mais ces méthodes, malgré les avantages particuliers qu'elles pouvaient offrir, avaient un grave inconvénient, en ce que les instants du lever et du coucher du soleil variant dans les diverses saisons, le jour devait commencer continuellement à des heures différentes. Pour lui donner une origine permanente, il fallait donc placer cette origine au passage du soleil au méridien. En choisissant le passage au méridien supérieur, c'est-à-dire en comptant les heures à partir de midi, on trouvait l'avantage d'avoir, pour fixer le commencement du jour, un phénomène facile à observer; mais il y avait dans ce choix un inconvénient, c'est que les travaux compris dans l'intervalle du lever au coucher du soleil se trouvaient répartis entre deux jours différents. On est donc unanimement convenu de faire commencer le jour civil *à minuit*, et de sous-diviser les 24 heures dont il se compose, pour faciliter leur énonciation, en deux périodes de *douze* heures chacune, qu'on nomme heures du matin et heures du soir. La construction des montres et des horloges, dont les cadrans ne portent ainsi que 12 heures au lieu de 24, comme cela devrait

être si les heures se comptaient de suite d'un minuit à l'autre, en est devenue plus facile. Les astronomes, cependant, n'ont pas encore entièrement renoncé à l'usage adopté depuis Ptolémée de faire commencer le jour au passage du soleil au méridien supérieur, le seul où on puisse l'observer; ils comptent ainsi 24 heures de suite d'un midi au suivant, intervalle qui forme ce que l'on nomme le *jour astronomique*. Il serait à désirer, sans doute, aujourd'hui surtout que les résultats des sciences deviennent de plus en plus répandus, que ces différences disparussent, et que les astronomes, comme on l'a fait en France, se conformassent partout aux usages de la vie commune, en faisant commencer le jour à minuit.

154. Nous avons vu que deux causes concourent à rendre inégaux les intervalles de temps que le soleil emploie à revenir au même méridien, ou la durée des jours dans les diverses saisons. La première, c'est que le mouvement propre du soleil n'est pas uniforme; la seconde, c'est que ce mouvement ne s'effectue pas dans le plan de l'équateur. Cette irrégularité des jours solaires aurait de graves inconvénients pour les usages de la vie civile; on a donc dû chercher à la faire disparaître en substituant, dans la mesure du temps, au jour vrai marqué par les retours du soleil au méridien, un jour de convention dont la durée fût constante et tînt le milieu entre les plus courts et les plus longs jours de l'année. Pour cela on imagine qu'un soleil idéal décrive l'équateur d'un mouvement uniforme, dirigé de l'occident à l'orient, de manière à passer aux équinoxes en même temps que le soleil vrai; les intervalles marqués par ses retours au

méridien forment ce qu'on appelle le jour moyen solaire. Sa longueur, n° 40, est la $\frac{1}{365\,242220}$ partie de la durée de l'année; elle surpasse de 3′ 56″ $\frac{1}{2}$ celle du jour sidéral; et comme cette différence est constante, il s'ensuit que la durée du jour moyen est invariable comme celle du jour sidéral.

On distingue donc en astronomie trois espèces de jours : le *jour sidéral*, le *jour moyen solaire*, et le *jour vrai*. Le jour sidéral est celui qu'emploient ordinairement les observateurs, à cause de sa durée uniforme. Le jour moyen, qui joint à cet avantage celui de s'écarter peu de la durée du jour solaire vrai, est généralement employé pour les usages de la société. Enfin, le jour vrai, malgré ses irrégularités, est de la plus grande utilité, parce que sa durée est facile à observer, soit à l'aide de la lunette méridienne, soit par le moyen du *gnomon*, et qu'elle sert à régler les instruments destinés à la mesure du temps.

Comparons ces trois espèces de jours. Pour cela imaginons trois pendules qui marquent, la première le *temps sidéral*, la seconde le *temps moyen*, la troisième le *temps vrai*, et comparons leur marche. Si la pendule qui donne le temps sidéral et celle qui indique le temps moyen marquent midi au même instant à une certaine époque, la première pendule avancera successivement de 3′ 56″,555 sur la seconde dans chacun des jours suivants, et ces avances accumulées produiront un jour sidéral entier au bout de l'année, époque à laquelle les heures marquées par les deux pendules coïncideront de nouveau.

Comparons maintenant la pendule qui marque le

temps moyen à celle qui donne le temps vrai. Si les deux pendules coïncident à une certaine époque, l'accord ne subsistera plus les jours suivants; la pendule qui marque le temps vrai sera tantôt en avance, tantôt en retard sur celle qui donne le temps moyen; mais au bout de l'année tout se trouvera compensé, et la coïncidence se rétablira comme au point de départ. Ces différences entre le temps vrai et le temps moyen sont ce qu'on nomme *l'équation du temps*. Nous en avons déjà parlé lorsque nous nous sommes occupés de la théorie du soleil, en nous réservant de revenir sur cet objet; c'est ce que nous allons faire.

155. L'équation du temps varie pour chaque jour de l'année, et sa détermination exacte est une question intéressante non-seulement pour les usages astronomiques, mais encore pour les besoins de la vie civile, parce qu'elle nous donne chaque jour la différence du temps moyen au temps vrai, le seul que nous puissions déterminer directement par l'observation.

Par le centre du soleil vrai et par le lieu du soleil moyen qui se meut sur l'équateur, faisons passer chaque jour deux méridiens; l'arc de l'équateur que ces plans comprennent entre eux, converti en temps, sera la différence du midi vrai au midi moyen, ou ce que nous avons nommé *l'équation du temps*. Pour l'obtenir, il suffit donc de comparer le mouvement vrai du soleil par rapport à l'équateur, à son mouvement moyen. Or, supposons que ABC (*fig.* 81) représente l'écliptique, *abcd* l'équateur, et Pγ leur commune intersection ou la ligne des équinoxes, et que le soleil vrai ainsi que le soleil moyen se soient trouvés ensemble à midi juste à l'équinoxe du prin-

temps, ce qui a lieu chaque année pour l'un des méridiens de la terre ; comparons ensuite leur marche pendant l'intervalle qui s'écoulera jusqu'à leur retour au même plan. Si nous faisons d'abord abstraction de l'excentricité de l'orbe solaire, le mouvement du soleil vrai dans l'écliptique sera parfaitement le même que celui du soleil moyen dans l'équateur. Si, par exemple, après un temps donné, le soleil vrai se trouve en A' sur l'écliptique et le soleil moyen en A sur l'équateur, on aura $\gamma A = \gamma A'$, et l'arc γA de même que $\gamma A'$ sera égal au mouvement moyen diurne 59′ 8″,33, multiplié par le nombre de jours écoulés depuis l'équinoxe. Mais le soleil, par les lois de son mouvement elliptique, est tantôt en avance et tantôt en retard sur son mouvement moyen ; si S désigne le lieu du soleil vrai sur l'écliptique lorsque l'astre du mouvement moyen est en A, qu'on nomme E l'équation du centre, on aura : $\gamma S = \gamma A + E$. Supposons maintenant que le méridien qui passe par le centre du soleil vrai rencontre en S' l'équateur, et nommons Q la différence de l'arc γS à sa projection $\gamma S'$, qu'il sera facile de calculer par les formules qui servent à réduire les arcs de l'écliptique à des arcs de l'équateur, on aura :

$$\gamma S' = \gamma S + Q = \gamma A + E + Q,$$

et par suite :

$$\gamma S' - \gamma A = E + Q.$$

L'arc $\gamma S' - \gamma A$ est l'arc de l'équateur qui sépare le lieu du soleil vrai de celui du soleil moyen ; cet arc réduit en temps à raison de la circonférence entière pour

un jour donnera la différence du midi vrai au midi moyen, ou l'équation du temps.

Les quantités E et Q sont données par les tables du soleil, il sera donc facile de calculer l'équation du temps pour une époque quelconque. Si elle est positive, le soleil vrai précède le soleil moyen au méridien ; il y passe plus tard que lui, au contraire, si l'équation est négative. Autrefois les horloges du temps civil indiquaient le temps vrai, mais la complication des rouages qu'il fallait alors introduire dans leur mécanisme, nuisait à leur précision, et l'on y a tout à fait renoncé. Toutes les pendules dont on fait usage maintenant soit en astronomie, soit dans la vie civile, ont une marche uniforme, et sont réglées sur le temps sidéral ou sur le temps moyen. C'est ainsi que les horloges publiques à Paris et à Londres marquent les heures du jour moyen, dont le midi se détermine en ajoutant chaque jour à l'instant du passage du soleil au méridien l'équation du temps qui lui correspond.

La plus grande valeur positive de l'équation du temps a été en 1838 de 14′ 33″,40, et sa plus grande valeur négative de 16′ 17″. Ce sont par conséquent les limites des retards et des avances du soleil vrai sur la pendule du temps moyen. Le plus grand retard a eu lieu le 11 février, et la plus grande avance, qui dépasse un quart d'heure, le 3 novembre. L'équation du temps se réduit a zéro à quatre époques de l'année ; le 15 avril, le 15 juin, le 1er septembre et le 24 décembre. Le midi vrai coïncide alors avec le midi moyen. Du 15 avril au 15 juin le soleil vrai avance sur la pendule du temps moyen; dans le second intervalle il retarde sur elle, dans le

troisième il reprend l'avance, et ainsi de suite. Mais ces différentes époques varieront dans les siècles futurs avec les déplacements du grand axe de l'orbe solaire.

En effet, les variations des éléments de l'orbe solaire changent à chaque révolution les valeurs de l'équation du centre ; les inégalités dont le mouvement elliptique est affecté ne sont point d'ailleurs les mêmes ; il en résulte qu'on est obligé de recommencer chaque année les calculs de l'équation du temps. Cependant, comme le périgée et l'obliquité de l'écliptique varient d'une manière très-lente, et que d'ailleurs les perturbations du mouvement solaire sont très-petites, les mêmes valeurs peuvent servir pendant deux ou trois ans sans erreur sensible.

Au reste, tous ces calculs sont faits d'avance par les astronomes, et l'on trouve dans les éphémérides l'indication du temps moyen à midi vrai pour tous les jours de l'année, c'est-à-dire l'heure qu'une pendule réglée sur le temps moyen doit marquer à l'instant où le soleil traverse le méridien. Comme cet instant est toujours facile à déterminer, soit par l'observation des passages à la lunette méridienne, soit simplement par l'observation de l'ombre que projette un style vertical sur une méridienne qui passe par son pied, il en résulte un moyen de vérifier la marche d'une pendule réglée sur le temps moyen, aussi exact que celui que pourrait fournir l'observation directe.

Des gnomons et cadran solaire.

156. Nous n'avons parlé dans le chap. II que des moyens

mécaniques que l'homme a imaginés pour mesurer la marche du temps, le *clepsydre* chez les anciens, les *horloges* et les *chronomètres* chez les modernes. Nous sommes naturellement amené à dire ici quelques mots sur les instruments qu'il a construits pour faire servir le soleil lui-même à cette détermination. Ces appareils sont les *gnomons* et les *cadrans solaires*.

Les anciens astronomes ont nommé *gnomons* de petites pyramides ou obélisques dont les ombres, projetées sur une ligne méridienne, leur servaient à déterminer l'instant du passage du soleil au méridien. Ces gnomons leur servaient encore à mesurer la déclinaison du soleil, et cet instrument était même le seul universellement employé pour cet usage jusqu'aux temps modernes. En effet, la hauteur du gnomon et la longueur de l'ombre qu'il projette derrière lui étant connues, il est facile d'en conclure la hauteur méridienne du soleil. Soit, par exemple (*fig.* 82), AB le gnomon, et AC la longueur de l'ombre méridienne, dans le triangle ABC, rectangle en A, on aura :

$$AC : AB :: 1 : \text{tang. } C = \frac{AB}{AC}.$$

On connaîtra donc ainsi l'angle C, qui représente la hauteur SCA du soleil au-dessus de l'horizon, puisque cet astre se trouve sur le prolongement de l'hypoténuse BC, et il sera facile d'en conclure la déclinaison lorsque la hauteur du pôle ou la latitude du lieu de l'observation sera connue. La déclinaison du soleil change dans les différentes saisons, l'ombre projetée par le gnomon n'est donc pas toujours de la même longueur; elle est la

plus courte possible lorsque le soleil est au solstice d'été, et qu'il a atteint sa plus grande hauteur méridienne ; elle est la plus longue au solstice d'hiver lorsque la hauteur méridienne est la plus petite. Soit (*fig.* 83) CH la plus grande hauteur du soleil, et *g*H la plus petite, la demi-somme de ces deux valeurs ou l'angle GHC sera le complément de la hauteur du pôle, et leur demi-différence ou l'angle ABC sera l'obliquité de l'écliptique ; enfin, le nombre de jours écoulés entre les retours consécutifs du soleil à sa plus grande ou à sa plus petite hauteur, donnera la durée entière de sa révolution. On peut donc, par les observations du gnomon, déterminer à la fois la latitude, l'obliquité de l'écliptique, et la longueur de l'année (1). C'est ce moyen que les anciens astronomes paraissent avoir généralement employé pour fixer ces éléments ; mais comme les hauteurs méridiennes

(1) Les observations du gnomon ont d'abord montré que le soleil met 365 jours à revenir au même solstice ; mais en comparant des observations faites à quelques années de distance, on a reconnu que ce résultat n'était qu'approché, et que le solstice arrivait toujours plus tard qu'il ne le devrait si la durée de l'année était exactement de 365 jours ; l'erreur s'élève à 15 jours en 60 ans, ce qui fait un jour en 4 ans, ou un quart de jour par année. On a reconnu ainsi que la longueur de l'année était plus longue d'un quart de jour qu'on ne l'avait d'abord supposé, et on l'a faite de 365j,25. Hipparque, en comparant ensuite une observation de solstice faite par lui-même à une observation d'Aristarque de Samos, faite cent quarante-cinq ans auparavant, trouva que le dernier solstice était arrivé un demi-jour plus tôt que cela n'aurait eu lieu si la longueur de l'année eût été exactement de 365j,25. Cette hypothèse donnait donc un demi-jour d'erreur en cent quarante-cinq ans, où 0j,00345 par an, d'où l'on conclut 365j,24655 pour la longueur de l'année ; valeur qui se rapproche beaucoup de la véritable, égale à 365j,24222013, comme on l'a vu n° 40.

du soleil varient très-peu vers les solstices, et que d'ailleurs il est assez difficile de reconnaître exactement le point où aboutit l'ombre du gnomon, qui est en général mal terminée, les observations de ce genre laissent toujours beaucoup d'incertitude, et l'on doit attendre une bien plus grande précision des méthodes suivies par les astronomes modernes.

Quelquefois le gnomon est formé par une simple ouverture circulaire faite dans un mur élevé; l'image du soleil pénètre par ce trou et vient tomber sur une méridienne destinée à la recevoir. Les variations de la distance du centre de l'image au mur donnent la longueur de l'ombre dans les différentes saisons, et l'on en peut conclure la hauteur de l'astre. On voit un très-beau gnomon de cette espèce dans l'église de Saint-Sulpice, à Paris; il a été construit par Lemonnier.

157. Les cadrans solaires sont destinés au même usage que les gnomons; mais ils ont plus d'étendue, puisqu'ils donnent les heures pendant tout le temps que le soleil demeure sur l'horizon. Il existe plusieurs espèces de cadrans solaires, suivant la position des plans ou la nature des surfaces sur lesquels ils sont tracés. Nous ne nous occuperons ici que des principaux.

Commençons par le cadran *équinoxial*, qui est le plus simple à concevoir, et avec l'aide duquel on peut très-aisément construire ensuite tous les autres cadrans. Concevons un cercle (*fig.* 84) dont la circonférence soit divisée en vingt-quatre parties égales ou en arcs de 15° chacun, et qu'au centre du cercle soit fixée une verge de métal AB ou style, perpendiculaire à son plan. Plaçons ce cercle dans le plan de l'équateur, de manière que le

diamètre qui passe par la division qui porte le n° XII se trouve dans le plan du méridien; l'ombre du style, en tombant sur les points de division du cercle, marquera les heures avant et après midi, et cet appareil formera un cadran équinoxial. En effet, le mouvement diurne du soleil étant uniforme, les cercles horaires dans lesquels il se trouve aux différentes heures du jour divisent l'équateur en arcs de 15° chacun; mais le plan du cadran étant parallèle à l'équateur, et le style pouvant être considéré comme l'axe même autour duquel s'opère le mouvement du soleil, à raison de la petitesse des dimensions de la terre relativement à la distance de cet astre, il en résulte que les intersections des plans horaires avec le plan du cadran diviseront également le cercle qu'on y a tracé en arcs de 15° chacun, et seront représentées sur ce cercle par les diamètres AI, AII, etc. Cela posé, le cadran étant placé comme il a été dit plus haut, le soleil à midi se trouvera dans le plan du méridien; l'ombre que le style projette derrière lui couvrira donc la ligne AXII; une heure après elle couvrira la ligne AI; quatre heures après, la ligne AIV, et ainsi de suite, de manière que la marche de l'ombre sur le cadran, correspondant à celle du soleil, qui continue à se mouvoir dans un plan parallèle, indiquera successivement toutes les heures du jour; mais comme le soleil est pendant six mois d'un côté de l'équateur et pendant six mois du côté opposé, pour que le même cadran équinoxial puisse servir pendant toute l'année, il faudra tracer des divisions sur les deux faces du plan qui le contient, et prolonger de part et d'autre de ce plan le style, qui doit toujours lui être perpendiculaire. Le soleil indiquera l'heure alternati-

vement pendant six mois sur l'une ou sur l'autre face du cadran. Il est à remarquer que le jour de l'équinoxe, le cadran équinoxial n'indique point les heures, parce que le soleil se trouvant alors dans le plan de l'équateur, il ne frappe que le bord du cadran, et le style ne projette aucune ombre sur sa surface. On voit encore qu'un cadran équinoxial peut servir dans tous les lieux de la terre, pourvu qu'on ait soin de diriger son plan parallèlement au plan de l'équateur, et que la droite, qui va du pied du style à la douzième heure, soit située dans le plan méridien.

Le cadran horizontal diffère du cadran équinoxial en ce qu'il est tracé sur un plan parallèle à l'horizon au lieu de l'être sur un plan parallèle à l'équateur. Le soleil pouvant éclairer le même plan horizontal, quelle que soit sa situation dans l'écliptique, pourvu qu'il soit au-dessus de l'horizon, le cadran horizontal a sur le cadran équinoxial l'avantage de donner les heures du jour pendant toute l'année. Le style dans ce cadran, comme dans le précédent, doit être parallèle à l'axe du monde; quant aux lignes horizontales, elles sont faciles à tracer avec le secours d'un cadran équinoxial, que nous savons maintenant construire. En effet, supposons que ce dernier cadran étant convenablement dirigé dans le plan ABCD (*fig.* 85), on veuille construire un nouveau cadran dans le plan horizontal MOPQ; soit PQ la droite suivant laquelle le plan ABM coupe le plan OMPQ, droite qui est nécessairement perpendiculaire à la méridienne AM, et soient a', b', c', etc., les points où aboutissent les lignes horaires Aa, Ab, Ac, etc., prolongées jusqu'à leur rencontre avec PQ. Par le point O, où le style OA du cadran équi-

GENERAL LIBRARY UNIVERSITY OF MICHIGAN

noxial rencontre le plan mOP, menons les droites Oa', Ob', etc. ; ces droites seront les lignes horaires sur le cadran horizontal. En effet, l'ombre projetée par le style tombera successivement aux différentes heures du jour sur chacune de ces droites, puisqu'elles représentent par la construction les intersections des plans horaires qui renferment le soleil avec le plan horizontal. L'angle AOM, que forme le style AO avec la méridienne OM, est égal à la hauteur du pôle ou à la latitude de l'observateur; le cadran horizontal varie donc pour tous les lieux de la terre qui ont des latitudes différentes.

Par des procédés analogues, on pourrait tracer un cadran solaire sur un plan quelconque, et en général sur toute espèce de surface. En effet, supposons que l'on fixe au centre du cadran un style parallèle à l'axe du monde, et que, du point où l'extrémité de ce style prolongé rencontre le plan horizontal, on trace un cadran dans ce plan, qu'on prolonge les lignes horaires jusqu'à la rencontre de la surface sur laquelle le nouveau cadran doit être tracé, les points d'intersection appartiendront aux lignes horaires du nouveau cadran. On pourrait également employer pour cette construction le secours d'un cadran équinoxial.

Quelquefois on se contente, pour construire un cadran sur un plan ou une surface quelconque, de tracer une méridienne et de diriger le style parallèlement à l'axe des pôles; ensuite on marque aux différentes heures du jour, indiquées par une montre bien réglée, la direction de l'ombre du style sur le cadran. Les lignes horaires ainsi déterminées pourront servir toute l'année.

Quant à la méridienne, on peut pour la tracer se servir

d'une boussole, mais il faut connaître pour cela avec beaucoup de précision la déclinaison de l'aiguille aimantée; les hauteurs correspondantes du soleil offrent un moyen plus simple et suffisamment exact pour l'orientation d'un cadran solaire. En effet, la hauteur du soleil étant la même lorsqu'il est à égale distance du méridien avant et après midi, les ombres d'un style vertical sur le plan horizontal sont égales à ces deux instants; en supposant donc qu'on ait mesuré avec soin la longueur de l'ombre quelque temps avant midi, qu'on attende ensuite jusqu'à ce que cette longueur soit redevenue précisément la même, qu'on divise en deux parties égales l'angle formé par les droites qui représentent les directions des ombres du style à ces deux époques, la ligne de division sera la trace du méridien sur le plan horizontal. On peut, pour plus d'exactitude, répéter l'opération sur plusieurs longueurs de l'ombre avant et après midi.

Les cadrans solaires servent quelquefois à donner l'heure pendant la nuit par l'ombre de la lune ou des étoiles. Il suffit pour cela de savoir l'heure à laquelle la lune ou l'étoile qu'on a choisie passe au méridien, ce qu'on trouve indiqué dans les éphémérides. Ainsi, en supposant que la lune passe au méridien deux heures avant le soleil ou à dix heures du soir, on saura qu'il est dix heures quand l'ombre du style éclairé par la lune tombera sur midi, il sera onze heures quand l'ombre indiquera une heure, et ainsi de suite.

Outre les lignes horaires indiquant le temps vrai, on trace quelquefois sur les cadrans solaires les lignes horaires du temps moyen. Nous avons vu que la longueur

de l'ombre projetée par le style varie avec la position du soleil par rapport à l'équateur ; si l'on suppose donc que pendant le cours d'une année on marque exactement chaque jour le point où aboutit l'ombre de l'extrémité du style lorsque la pendule du temps moyen marque midi, la suite de ces points formera une courbe qui sera la méridienne du temps moyen. Cette courbe a la figure d'un 8 resserré et qui embrasse le méridien.

Nous avons vu que le midi vrai et le midi moyen coïncident à quatre époques de l'année ; ces coïncidences sont indiquées sur le cadran par les points où la méridienne du temps vrai coupe la méridienne 8 du temps moyen. A ces quatre époques, l'ombre du soleil vrai se confond à midi avec celle du soleil moyen, et tombe ou au milieu du 8 ou à ses deux extrémités ; à toute autre époque, l'ombre du midi moyen diffère de l'ombre du midi vrai, et tombe tantôt à l'orient, tantôt à l'occident du méridien, selon que la pendule du temps moyen est en retard ou en avance sur le soleil vrai, ou, ce qui revient au même, selon que l'équation du temps est additive ou soustractive. On peut encore marquer sur la méridienne les signes du zodiaque où se trouve le soleil, d'après la grandeur de l'ombre que projette le style ; mais on conçoit que ces indications ne peuvent se faire que sur des cadrans de grande dimension, et d'ailleurs elles sont en général plus nuisibles qu'utiles par la confusion qu'elles y répandent, l'objet essentiel d'un cadran solaire étant d'indiquer exactement les heures du temps vrai pour le lieu où il est situé.

De l'année civile.

158. Nous avons vu, chap. IV, que les astronomes distinguent plusieurs espèces d'années, selon les points du ciel auxquels ils rapportent la révolution du soleil. L'année *tropique*, ou le temps que le soleil emploie à revenir au même équinoxe ou au même solstice, ramène dans le même ordre les saisons et tous les phénomènes que produisent sur la terre les variations de la température; il était donc naturel de la choisir pour une des mesures du temps destinées aux usages de la société. Si la ligne des équinoxes était fixe dans le ciel, sa durée serait la même que celle de l'année sidérale; mais le mouvement de précession des points équinoxiaux, dirigé en sens inverse du mouvement propre du soleil, abrége la durée de l'année tropique, qui est, dans ce siècle, de 365^j, 24222013, plus courte de 0,0141543 que l'année sidérale.

Du calendrier.

159. Si la durée de l'année tropique se composait d'un nombre exact de jours solaires, et qu'on en eût fixé l'origine à une époque astronomique remarquable, à celle de l'équinoxe du printemps, par exemple, ce phénomène coïnciderait constamment avec le commencement de l'année, qu'il serait facile, par conséquent, de retrouver dans tous les temps, et les autres phénomènes célestes qui produisent la succession des saisons arriveraient invariablement aux mêmes époques. La construction du

calendrier n'offrirait alors aucune difficulté ; mais comme cela n'a pas lieu, et que l'année, outre un nombre entier de jours, contient encore une fraction de jour, pour éviter l'emploi de cette fraction, qui aurait des inconvénients dans les usages ordinaires, puisqu'elle obligerait à changer tous les ans l'heure où commence l'année, on a dû chercher, par les moyens les plus simples, à ramener ce second cas au premier, de manière cependant à ce que l'année civile s'écartât le moins possible de la véritable année astronomique. Mais pour cela il fallait d'abord avoir une idée exacte de la longueur de l'année, que l'imperfection de l'astronomie ancienne n'avait point permis de mesurer avec une précision rigoureuse ; sa valeur a été mieux connue à mesure que la science a fait de nouveaux progrès, et le calendrier, d'abord barbare, a dû subir successivement plusieurs réformes avant d'arriver enfin à l'état de permanence qu'il a aujourd'hui.

Les Égyptiens se contentèrent d'abord de faire leur année de 365 jours, en négligeant tout à fait les fractions. Cette idée était trop simple, en effet, pour ne pas se présenter d'abord à l'esprit, mais elle avait un grand inconvénient ; la partie négligée, qui est d'un quart de jour à peu près, rendait l'année civile plus courte que l'année tropique, en sorte que le commencement de l'année civile devait continuellement anticiper sur celui de l'année astronomique, et parcourir ainsi successivement toutes les saisons de l'année. Ainsi, par exemple, si à une certaine époque on avait fixé l'origine de l'année à l'équinoxe du printemps, comme la partie négligée donne un jour environ en quatre ans, après cet intervalle le

commencement de l'année devait précéder déjà d'un jour l'instant de l'équinoxe, et la différence s'accumulant successivement, elle serait devenue d'une année entière de 365j au bout de quatre fois 365 ans ou de 1460 ans; le commencement de l'année aurait alors coïncidé de nouveau avec l'équinoxe du printemps, mais on aurait compté depuis la première coïncidence une année civile de plus que d'années astronomiques. Cette période remarquable a été connue des peuples de l'ancienne Égypte, qui figuraient le retour du soleil au même point du ciel, au jour initial de l'année, après 1460 ans d'intervalle, sous l'emblème du phénix renaissant de ses cendres. On a nommé cette année de 365j, employée jadis par les Égyptiens et les Perses, *année vague*, à cause de son origine incertaine; et l'on a appelé *période solthiaque* ou *cycle caniculaire* la période de 1460 ans, qui ramenait, pour ces peuples, le commencement des quatre saisons aux mêmes jours de l'année civile.

160. Les Grecs réglaient leur année sur le cours de la lune, ce qui les obligeait à des corrections fréquentes pour ramener l'année civile à s'accorder avec le soleil, lorsque les écarts étaient devenus trop sensibles. Le calendrier des Romains était plus simple, et uniquement fondé sur les mouvements du soleil; c'est encore à très-peu près celui que nous suivons aujourd'hui. Mais Romulus, fondateur de ce calendrier, avait des idées inexactes de la longueur de l'année, et Numa, pour faire disparaître les écarts qui en étaient résultés entre l'année civile et l'année astronomique, fut forcé de prescrire des intercalations assez compliquées, qui furent mal observées pendant les désordres des guerres civiles. La confusion

qui en était résultée dans le calendrier était telle, que Jules-César, parvenu au pouvoir, sentit l'impérieuse nécessité d'y établir une complète réforme. Il fit venir à Rome l'astronome Sosygène, qui prescrivit de faire l'année de 365 jours, comme les Égyptiens, mais pour éviter les erreurs résultantes de la fraction négligée, et faire coïncider à perpétuité le commencement de l'année civile avec le retour du soleil au même point du ciel, il fut décidé qu'on intercalerait un jour tous les quatre ans, c'est-à-dire, qu'après avoir compté trois années de suite de 365 jours, on ferait la quatrième de 366 jours, le nombre total de jours compris dans cet intervalle était donc de 1461, et comme on a 4 (365,25) = 1461, la coïncidence entre l'année civile et l'année tropique se trouvait parfaitement rétablie tous les quatre ans, tandis que dans le calendrier égyptien, elle ne l'était qu'après une période de 1460 ans. Ce procédé très-simple qui consiste à réparer les erreurs du calendrier avant qu'elles ne se soient accumulées, et tandis qu'elles ne s'élèvent pas encore à un jour entier, se nomma *intercalation*. Celle de Sosygène était depuis longtemps en usage chez les Indiens, mais avant de l'introduire dans le calendrier romain, il fallut ajouter 90 jours à l'année civile de 365 jours pour rétablir sa concordance avec le cours du soleil, cette année qui fut la 47e avant notre ère se nomma *l'année de confusion*, et deux années plus tard commença la réforme julienne. On nomma *bissextile* l'année sur laquelle tombait l'intercalation, dénomination qui provenait de ce que le jour intercalaire dans le calendrier romain, était le second sixième jour (*bissexto*) avant les calendes de mars.

161. L'intercalation julienne supposait l'année solaire de $365^j \frac{1}{4}$ ou de $365^j,25$ exactement, quoique Hipparque eût déjà reconnu, comme nous l'avons dit, que cette valeur était trop grande de $0^j,0034$ environ; mais Sosygène ignorait cette correction, ou ne crut pas nécessaire d'y avoir égard. Il en résulta que, si la correction introduite dans le calendrier était suffisante pour assurer la permanence des saisons pendant la durée de la vie d'un homme, elle cessait de l'être dans un intervalle de plusieurs siècles, et devait ramener à la longue des inconvénients semblables à ceux de la mesure inexacte des Égyptiens. Une nouvelle réforme du calendrier devait donc, après un espace de temps plus ou moins long, devenir indispensable (1). En effet, l'excès annuel de l'année julienne de $365^j,25$ sur l'année véritable de $365^j,24222013$ est $0^j,00777987$, ce qui produit un jour à peu près en 130 ans, en sorte qu'après cet intervalle l'année civile se trouvait d'un jour en arrière sur l'année

(1) Les Perses, vers le milieu du onzième siècle, en avaient adopté une remarquable par son exactitude. Elle consistait à rendre bissextile la quatrième année, sept fois de suite, et à ne faire porter l'intercalation la huitième fois, que sur la *cinquième* année, et non pas sur la *quatrième*. Ce procédé suppose l'année tropique de $365^j,242242$, plus grande seulement de $0,000041$ que l'année déterminée par les observations modernes, en sorte qu'il faudrait un grand nombre de siècles pour déplacer sensiblement l'origine de l'année civile. Il paraît donc que les Perses avaient déjà des idées très-exactes de la grandeur de l'année, 500 ans avant que les peuples de l'Europe ne s'occupassent de la mesurer; le mode d'intercalation grégorienne est un peu moins exact que le précédent, mais il donne plus de facilité pour réduire en jours les années et les siècles, ce qui est l'un des principaux objets du calendrier.

(*Exposition du système du monde.*)

solaire; c'est ainsi que le concile de Nicée ayant fixé, en 325, pour la célébration de la fête de Pâques, l'équinoxe du printemps au 21 mars, il se trouva qu'en 1582 l'équinoxe avait avancé de dix jours et tombait le 11 mars, parce que le commencement de l'année avait retardé de la même quantité dans cet intervalle. Pour remédier à cet inconvénient, le pape Grégoire XIII ordonna d'abord de retrancher dix jours à l'année 1582, en comptant le 15 octobre le lendemain du 4 du même mois. Pour empêcher ensuite la même erreur de se reproduire à l'avenir, on convint de supprimer la bissextile séculaire pendant trois siècles consécutifs, en la conservant au commencement du quatrième, et ainsi de suite de quatre siècles en quatre siècles. Les années séculaires 1700, 1800, 1900, par exemple, sont des années communes, tandis que l'année 2000 sera bissextile. Cette double correction se nomme la *réforme grégorienne*. Elle remédie aussi bien que possible aux défauts que le temps avait signalés dans le calendrier romain. En effet, la petite différence 0j,0077799 de la longueur de l'année julienne à celle de la véritable année tropique, produit 3 jours à peu près en 400 ans, ce sont donc trois jours qu'il faut retrancher sur cette période évaluée, suivant l'intercalation julienne, comme le prescrit le calendrier réformé. La longueur de l'année civile ne faisant plus d'ailleurs qu'osciller de part et d'autre de celle de l'année tropique, sans pouvoir s'en écarter de plus d'un jour, l'équinoxe du printemps est toujours compris entre le 20 et le 22 mars.

Remarquons toutefois que la correction grégorienne suppose l'excès de l'année julienne sur l'année solaire de 0j,0075 exactement, tandis que cet excès est un peu

plus grand en réalité; mais la différence ne peut produire que des erreurs tout à fait insensibles. Si l'on voulait cependant y avoir égard, on observerait que d'après l'intercalation grégorienne l'année tropique est supposée de 365j,2425, admettons que sa longueur soit de 365j,24225, ce qui se rapproche beaucoup de sa valeur véritable, la différence sera de 0j,00025, ce qui produit en 4000 ans un jour entier d'anticipation de l'année civile sur l'année tropique, il faut donc retrancher un jour sur une période de 4000 ans comptés suivant la correction grégorienne, ce qui revient à supprimer encore la bissextile au commencement du quarantième siècle.

D'après cela il est facile d'établir une règle sûre pour reconnaître si une année donnée est bissextile ou non. Pour qu'une année ordinaire soit bissextile, il faut que le nombre qui l'exprime soit divisible par 4, et si l'année est séculaire, il faut que les chiffres qui expriment les centaines soient séparément divisibles par le même nombre. Enfin l'an 4000 et ses multiples font seuls exception à cette dernière règle et ne sont pas bissextiles. Ainsi, l'année 1836 était bissextile, l'année séculaire 1600 l'était également, parce que 16 est une multiple de 4, les premières années des deux siècles suivants, c'est-à-dire 1700 et 1800 ne l'étaient pas, parce que 17 et 18 ne sont pas divisibles par 4.

La *réforme grégorienne* ne fut d'abord généralement admise que par les états catholiques de l'Europe, les états protestants de l'Allemagne la reçurent en 1700, et retranchèrent *onze* jours au mois de février de cette année pour se conformer au nouveau calendrier; enfin ce ne fut qu'en 1752 qu'il fut introduit en Angleterre.

Les Russes et les peuples qui suivent le rituel grec persistent encore aujourd'hui à conserver le calendrier julien, de sorte que leur année est maintenant de douze jours en retard sur la nôtre, ainsi l'équinoxe du printemps arrive pour eux le 9 mars au lieu du 21.

162. Le commencement de l'année peut être fixé arbitrairement, et l'on a été longtemps avant de s'accorder pour lui donner une origine commune et générale comme elle l'a aujourd'hui. Les Grecs la commençaient en septembre, les Romains, depuis Numa, en janvier; longtemps en France elle commença au 25 mars, jour de l'*Annonciation*, ce ne fut qu'en 1564 que Charles IX prescrivit par un édit de la commencer au 1er janvier. Pour établir plus d'analogie entre l'année civile et l'année solaire, on aurait dû faire coïncider le commencement de l'année avec un phénomène astronomique remarquable, avec le passage du soleil à l'équinoxe ou au solstice, par exemple; en faisant commencer l'année à l'équinoxe du printemps, on aurait eu le même inconvénient qu'en faisant commencer le jour à midi, celui de répartir sur deux années différentes des travaux agricoles, telles que les semences et les récoltes qui appartiennent à une même année. Cela n'a plus lieu lorsque l'on fixe le commencement de l'année au solstice d'hiver, et c'est en effet l'origine qu'il convient le mieux de lui donner dans nos climats septentrionaux. Sans doute, il eût été à désirer que, lors de la *réformation grégorienne*, le calendrier eût été établi sur cette base; mais comme le 1er janvier n'en est pas très-éloigné, que d'ailleurs à cause de la fraction de jour qui entre dans la longueur de l'année, l'origine de l'année civile ne peut pas s'accorder rigou-

reusement deux ans de suite avec l'origine de l'année solaire, il n'importe guère que la différence soit un peu plus ou un peu moins grande, et comme tout changement de cette espèce ne peut s'introduire qu'avec une peine infinie et avec le secours du temps, il vaut mieux s'en tenir à l'usage aujourd'hui généralement adopté, que de chercher un perfectionnement qui aurait de graves inconvénients sans avantages bien réels.

La division de l'année en douze mois est très-ancienne, elle paraît devoir son origine à l'observation des mouvements de la lune. En effet, nous avons vu que la durée d'une révolution synodique de la lune était de 29^j 5305885 c'est-à-dire de 29 à 30 jours. Douze mois lunaires supposés de 30 jours ne feraient que 360 jours, et par conséquent 5 jours de moins que l'année tropique ; les Égyptiens qui supposaient tous les mois invariablement de 30 jours, ajoutaient cinq jours complémentaires après le douzième mois pour combler la différence. Les Romains, dont nous avons adopté le calendrier, et qui donnèrent aux mois les noms qu'ils portent encore aujourd'hui, préférèrent des mois inégaux combinés de manière à éviter cette intercalation. Ils firent tous les mois, à partir de janvier alternativement, de 31 et de 30 jours, excepté juillet et août qui ont tous deux 31 jours, et février qui n'en a que 28 dans les années communes et 29 dans les années bissextiles. L'année se composa ainsi de sept mois de 31 jours, quatre mois de 30 et un mois de 28 jours, ce qui forme un total de 365 jours, égal à la durée de l'année civile ordinaire. Sans doute, comme le remarque Laplace, on aurait pu trouver un arrangement plus simple et faire, par exemple, tous les mois alternativement de

30 et de 31 jours, excepté décembre qui n'aurait eu que 30 jours dans les années communes et 31 dans les années bissextiles. Mais les réformes successives qu'a subies le calendrier des Romains ayant introduit la distribution des jours dans les différents mois de l'année, telle qu'elle existe aujourd'hui, les peuples modernes ont dû la conserver en l'adoptant.

La division du temps en *semaines*, ou périodes de sept jours, a été employée très-anciennement par les peuples de l'antiquité. On ne connaît pas positivement l'origine de cette division, il semble seulement que les sept planètes alors connues, et qui ont donné leurs noms aux jours de la semaine, ont dû en fournir l'idée.

La semaine qui ramène invariablement les jours dans le même ordre, ne forme point une période qui divise exactement ni le mois ni l'année, cependant comme elle offre dans les travaux de l'homme un repos proportionné à ses forces, on l'a préférée généralement à la décade ou période de dix jours, que les Grecs avaient introduite dans leur calendrier, et qui avait l'avantage d'être une partie aliquote du mois de 30 jours. Comme 52 semaines ne donnent que 364 jours, il en résulte que le 365e jour ou le dernier de l'année est le même que le premier dans les années ordinaires. Il suit de là que chaque année anticipe d'un jour dans la semaine sur celle qui la précède, et de deux jours si cette année est bissextile.

163 Il ne reste plus, pour achever la construction du calendrier, qu'à y placer les jours fériés consacrés par la religion au repos et aux cérémonies du culte. Quelques uns d'entre eux reviennent invariablement aux mêmes époques; les autres changent de date chaque année et

on les nomme par cette raison *fêtes mobiles ;* ce sont les seules dont la fixation puisse offrir quelque difficulté. Les fêtes mobiles sont attachées au cours de la lune, le calendrier ecclésiastique est donc, sous ce rapport, moins simple que le calendrier civil qui, pour la longueur de l'année et l'ordre des saisons, ne dépend que du cours du soleil. Les fêtes mobiles sont *Septuagésime, les Cendres, Pâques, les Rogations, l'Ascension, la Pentecôte, la Trinité, la Fête-Dieu.*

Elles précèdent ou suivent Pâques à des intervalles déterminés; il suffit donc, pour assigner leur place dans l'année, de connaître le jour de Pâques. La célébration de la fête de Pâques a été fixée par le concile de Nicée au *premier dimanche d'après la pleine lune qui tombe le jour de l'équinoxe ou le suit immédiatement.* Cette règle a été établie en supposant que l'équinoxe du printemps arrive constamment le 21 mars. D'après cela si la lune était pleine le 21 mars et que le lendemain fût un dimanche, le jour de Pâques serait le 22. Si la pleine lune arrivait le 20 mars, la pleine lune suivante n'arriverait que 29 jours après, c'est-à-dire le 18 avril, et si ce jour tombait un dimanche, le jour de Pâques se trouverait reculé jusqu'au dimanche suivant, c'est-à-dire jusqu'au 25 avril. Ainsi donc la fête de Pâques ne peut arriver plus tôt que le 22 mars ni plus tard que le 25 avril. Ce sont les limites entre lesquelles elle est nécessairement comprise.

Pour placer la fête de Pâques dans une année donnée, il faut connaître l'époque de la nouvelle lune qui précède l'équinoxe du printemps ou plutôt le 21 mars de cette année. On l'obtient très-simplement au moyen d'une

quantité auxiliaire que nous allons faire connaître. On nomme *épacte astronomique* le nombre de jours écoulés depuis la nouvelle lune ou l'âge de la lune pour le commencement de chaque année. Lorsque cette quantité est connue il est facile d'indiquer les différentes phases de la lune pour le reste de l'année; il suffit d'observer en effet qu'il s'écoule 29^j, 530588 d'une nouvelle lune à la suivante, et 14^j, 7652943 d'une nouvelle lune à la pleine lune qui la suit. Les quadratures s'obtiennent d'une manière semblable. Les épactes de plusieurs années consécutives ont entre elles des relations qu'il est facile de fixer. En effet, l'année solaire commune est de 365 jours et l'année lunaire de 354, la différence est de 11 jours. Cela posé, si, au commencement de la première année, l'âge de la lune ou l'épacte est supposée zéro, c'est-à-dire que la pleine lune arrive précisément le 31 décembre à minuit, l'épacte sera 11 pour le commencement de la deuxième année, 22 pour la troisième, 33 ou simplement 3 en retranchant un mois de 30 jours, et en continuant ainsi, on trouve que l'épacte de la dix-neuvième année est de 18; si à ce nombre on ajoute 12 au lieu de 11, l'épacte de la vingtième année sera de 30 ou zéro, celle de l'année suivante 11, et ainsi de suite, c'est-à-dire, qu'après chaque période de 19 ans, les épactes reviendront dans le même ordre que dans la période précédente. Or, nous avons vu que l'intervalle de 19 ans forme le cycle lunaire, période remarquable qui ramène les phases lunaires aux mêmes jours de l'année solaire; si l'on fait donc coïncider l'origine de la période des épactes avec celle du cycle lunaire, et que pour la première année de ce cycle, on prenne celle où la nou-

velle lune tombe le 1er janvier ou plutôt le 1er mars, il suffira pour calculer l'épacte, ou l'âge de la lune correspondant à une année quelconque, de connaître le rang qu'elle occupe dans le cycle lunaire ou le *nombre d'or* qui en est l'indication. En effet, d'après la formation des épactes qui augmentent de 11 d'une année à la suivante, *pour avoir l'épacte d'une année donnée, on multipliera par* 11 *le nombre d'or diminué d'une unité, le résultat, après en avoir retranché tous les multiples de* 30 *qu'il peut contenir, sera l'épacte demandée.*

Pour trouver le *nombre d'or* la règle est facile; il suffit d'observer que l'année qui précéda la première de notre ère, fut la première du cycle, la suivante ou l'an 1 fut la seconde, l'an 2 fut la troisième, etc., jusqu'à l'an 18 où le cycle lunaire recommença. D'après cela *si l'on ajoute une unité au nombre qui marque l'année, qu'on divise la somme par* 19, *le reste sera le nombre d'or de l'année proposée; s'il n'y a pas de reste l'année dont il s'agit sera la dernière ou la dix-neuvième du cycle.*

Ainsi, pour 1838, le nombre d'or est 15, parce que 15 est le reste de la division de 1838 + 1 par 19.

Connaissant le nombre d'or pour en conclure l'épacte de la même année, j'observe que (15 - 1) 11 = 154 en retranchant de ce nombre 30 × 5 = 150, le reste 4 sera l'épacte demandée.

La règle qui sert à déterminer la fête de Pâques d'après l'épacte dans le calendrier ecclésiastique, se réduit à celle-ci : chercher l'époque de la nouvelle lune qui suit le 7 mars, en ajoutant 13 jours à cette époque, on

aura le jour de la pleine lune qui suit le 20 mars, et le dimanche d'après sera la fête de Pâques.

Ainsi, par exemple, en 1834, l'épacte était 20, ce qui indique qu'au 1er janvier, ou plutôt au 1er mars, car les épactes sont les mêmes pour ces deux époques, l'âge de la lune était 20, c'est-à-dire que 20 jours s'étaient écoulés depuis la nouvelle lune; en supposant donc le mois lunaire de 30 jours en nombres ronds, il restait à cette époque à la lune 10 jours pour achever sa révolution synodique, ce qui donne le 10 mars pour l'époque de la nouvelle lune; en ajoutant 13 jours à cette date, on trouve le 23 mars pour la pleine lune pascale, et comme le 23 tombe un dimanche, le dimanche suivant, ou le 30 mars, a dû être le jour de la fête de Pâques.

Il faut observer que comme le calcul des épactes n'est fondé que sur les moyens mouvements de la lune et du soleil, il peut se trouver en défaut de *un* ou *deux* jours sur l'époque de la vraie pleine lune, ce qui serait une grave erreur en astronomie, mais on doit regarder l'usage des épactes moins comme destiné à donner les vraies époques des phases lunaires, qu'à indiquer les fêtes mobiles par des règles de convention, dont les résultats peuvent s'écarter plus ou moins des phénomènes astronomiques auxquels on avait d'abord voulu les soumettre (1).

La règle que nous avons donnée pour trouver l'épacte

(1) On peut appliquer généralement la même remarque aux diverses hypothèses sur lesquelles est fondée la fixation de la fête de Pâques. Ainsi, l'équinoxe n'arrive pas constamment le 21 mars, comme elle le suppose, et 13 jours ajoutés à l'époque de la nouvelle lune qui suit le 7 mars, ne donnent point celle de la pleine lune.

d'après le nombre d'or, est exacte de l'année 1800 à l'année 1900, mais elle change dans les différents siècles, ce qui tient à l'intercalation grégorienne, et à ce que le cycle de 19 années lunaires ne correspond pas exactement à 19 années solaires, la différence peut s'élever à un jour en 300 ans. Il serait facile de modifier la règle des épactes pour l'appliquer aux différents siècles, et d'ailleurs, dans les traités d'Astronomie, on en trouve des tables toutes formées qu'on peut étendre indéfiniment.

Lorsque la fête de Pâques est ainsi fixée, on en déduit sans difficulté les époques de toutes les fêtes mobiles.

Le septième dimanche ou le quarante-neuvième jour avant Pâques, est *quinquagésime* ou le dimanche gras. Le mercredi suivant *les cendres,* ou l'entrée du carême.

Le jeudi quarantième jour après Pâques, est l'*Ascension;* dix jours après ou le cinquantième jour à partir de Pâques, est *la Pentecôte*.

Le dimanche suivant est *la Trinité* et le jeudi d'après *la Fête-Dieu;* elle tombe deux mois juste ou soixante et un jours après le samedi saint qui est la veille de Pâques.

Les fêtes immobiles sont distribuées dans l'ordre suivant :

La Circoncision, le 1er janvier.
L'Épiphanie ou *les Rois*, le 6 janvier.
La Purification ou *la Chandeleur*, le 2 février.
L'Annonciation, le 25 mars.
La saint Jean d'été, le 24 juin.
L'Assomption, le 15 août.

La nativité de la Vierge, le 8 septembre.

La Toussaint, le 1er novembre.

La Conception, le 8 décembre.

Noël, le 25 décembre.

Les quatre dimanches de *l'Avent* sont ceux qui précèdent Noël.

164. Dans le calendrier *perpétuel*, dont le nom indique suffisamment le but, on emploie les sept premières lettres de l'alphabet A, B, C, D, E, F, G, pour représenter les jours de la semaine. Ces lettres sont disposées de manière que A est à côté du 1er janvier, B à côté du 2 et ainsi de suite jusqu'à G qui se trouve à côté du septième jour. La lettre qui indique le dimanche se nomme *dominicale*. Si le 1er janvier tombe un dimanche, tous les jours qui porteront la lettre A dans le calendrier perpétuel, seront des dimanches. Il en serait de même de toutes les autres lettres qui deviennent *dominicales* à tour de rôle. En effet, l'année commune se composant de 365 jours ou de 52 semaines et un jour, si une année commence par un dimanche, l'année suivante commencera par un lundi. Ainsi, si A est la dominicale pour la première année, elle sera G pour la seconde, F pour la troisième, etc. Il faut observer cependant que dans les années bissextiles la lettre dominicale qui rétrograde d'un rang dans les années ordinaires, doit rétrograder de deux rangs à cause du jour ajouté au mois de février. Pour avoir égard à cette double rétrogradation, on emploie dans les années bissextiles deux lettres dominicales, l'une qui sert pour les mois de janvier et de février, et celle qui la précède immédiatement pour le reste de l'année, en sorte que la lettre qui désigne le dimanche

dans les deux premiers mois, désignera le lundi dans les dix derniers.

165. On nomme *cycle solaire* une période de vingt-huit ans qui ramène les lettres dominicales dans le même ordre ou les jours de la semaine au même quantième du mois. Si toutes les années étaient des années communes, c'est-à-dire si elles étaient toutes de 365 jours, le cycle solaire ne contiendrait que sept années, puisque la rétrogradation des lettres dominicales étant d'un jour tous les ans, elle produirait une semaine entière dans cet intervalle; mais comme il arrive une année bissextile tous les quatre ans, il en résulte une nouvelle différence d'un jour qui produit une semaine au bout de sept bissextiles ou dans un intervalle de $4 \times 7 = 28$ ans. Le cycle solaire a commencé neuf ans avant l'ère chrétienne, et il s'est reproduit autant de fois que l'on a compté vingt-huit ans depuis cette époque. De là la règle suivante pour trouver le rang qu'occupe dans le cycle solaire une année déterminée, on ajoutera 9 au nombre qui indique l'année, et l'on divisera la somme par 28; le reste de la division sera l'année du cycle, et le quotient le nombre de cycles écoulés depuis l'origine. Ainsi, en 1838 nous étions dans la vingt-septième année du soixante-sixième cycle; car en divisant $1838 + 9 = 1847$ par 28, on trouve pour quotient 65 et pour reste 27. Le cycle solaire ne peut être de quelque utilité que pour les peuples qui emploient encore le calendrier julien, sans avoir égard à la suppression des bissextiles séculaires prescrites par la réforme grégorienne.

L'indiction est une période de quinze années en usage dans le calendrier romain, et qui se trouve encore indi-

quée dans nos almanachs. Cette période était relative à un certain mode de perception des impôts, et n'a aucun rapport avec les phénomènes astronomiques.

La période julienne, qu'il ne faut pas confondre avec la *réforme julienne*, est un intervalle qui ramène dans le même ordre les années qui ont à la fois le même cycle solaire, le même cycle lunaire et la même indiction. Cette période fut imaginée par Scaliger, elle se forme en multipliant entre elles les durées des trois cycles ou les nombres 28, 19 et 15, le produit 7980 est la durée de la période, et sa 4718e année répond à la première de notre ère.

166. Ces notions suffisent pour comprendre toutes les indications qu'on trouve ordinairement dans les livres consacrés à la division du temps. En récapitulant ce que nous venons de dire, pour former le calendrier on déterminera d'abord le jour initial de l'année qui servira à fixer les dénominations de chacun des autres jours; on cherchera ensuite le nombre d'or, et l'on calculera l'épacte au moyen de laquelle on déterminera les dates des lunaisons moyennes et la fête de Pâques. Les fêtes mobiles se placent dans le calendrier d'après leurs distances au jour de Pâques, et l'on y inscrit ensuite les fêtes fixes et les noms des saints auxquels chaque jour est consacré. On fixera enfin, suivant les règles prescrites, le rang de l'année dans le cycle solaire, dans le cycle d'indiction et la lettre dominicale.

Quant aux éclipses et aux phases lunaires qu'on a coutume d'indiquer dans les calendriers, nous avons donné le moyen de les déterminer lorsque nous nous sommes occupés des mouvements de la lune. On doit se

rappeler d'ailleurs que, d'après les propriétés du *cycle de Méton* qui ramène les *sysigies* et *les quadratures* aux mêmes jours de l'année solaire, il suffit d'avoir dressé un tableau des phases lunaires pendant une période de dix-neuf ans, pour pouvoir annoncer les phases d'une année quelconque du moment que l'on connaît le rang qu'elle occupe dans le cycle ou le *nombre d'or* qui lui appartient.

Telles sont les principales dispositions du calendrier grégorien, aujourd'hui en usage chez la plupart des peuples chrétiens. Sans doute ce calendrier n'est pas sans défauts ; on peut y reprendre avec raison l'arbitraire de l'origine de l'année, qui, fixée au solstice d'hiver, à l'avantage d'être marquée par un phénomène astronomique facile à observer, aurait réuni celui de faire conconcourir l'entrée du soleil dans les différents signes du zodiaque et l'origine des quatre saisons avec le commencement d'un mois. On peut encore blâmer dans le calendrier grégorien l'inégalité des mois, et surtout la complication introduite par la fixation des fêtes mobiles qui dépend des mouvements de la lune. Sans doute au moment de la réforme grégorienne il eût été facile de faire disparaître toutes ces imperfections, si les connaissances astronomiques eussent été alors ce qu'elles sont aujourd'hui. Mais maintenant que ce calendrier est universellement adopté, convient-il de lui donner ce degré de perfection? Nous ne pouvons sur ce point que nous en référer à l'opinion de l'illustre auteur de l'*Exposition du Système du Monde*. « Il me semble, dit Laplace, qu'il n'en résulterait pas assez d'avantages pour compenser les embarras qu'un pareil changement introduirait dans nos

habitudes, dans nos rapports avec les autres peuples et dans la chronologie déjà trop compliquée par la multitude des ères. Si l'on considère que ce calendrier est maintenant celui de presque toutes les nations d'Europe et d'Amérique, et qu'il a fallu deux siècles et toute l'influence de la religion pour lui procurer cette univerversalité, on sentira qu'il importe de lui conserver un aussi précieux avantage aux dépens même d'une perfection qui ne porte pas sur des points essentiels; car le principal objet d'un calendrier est d'offrir un moyen simple d'attacher les événements à la série des jours, et par un mode facile d'intercalation de fixer dans la même saison l'origine de l'année, conditions qui sont bien remplies par le calendrier grégorien. »

Ajoutons que l'essai fait en France pour l'introduction d'un nouveau calendrier en 1792, lorsque l'autorité souveraine de la Convention permettait d'opérer tant de réformes utiles, ne fut pas heureux; ce calendrier qui, à vrai dire, était au moins aussi imparfait que celui qu'il devait remplacer, ne trouva en France même que peu de partisans, et comme il n'y avait aucune chance de le faire adopter à l'étranger, on fut bientôt obligé d'y renoncer. Tenons-nous-en donc au calendrier grégorien, en y introduisant la petite correction dont nous avons parlé qui en rendra l'intercalation plus exacte; il pourra servir pendant un grand nombre de siècles, et l'on doit espérer que les peuples chrétiens qui conservent encore le calendrier julien s'y soumettront avec le temps; il réunira alors deux avantages qui assurent mieux encore que leur perfection la durée des institutions humaines, *l'habitude* et *la généralité*.

167. Les observations des phénomènes célestes ont fourni encore le moyen le plus sûr que nous ayons pour vérifier les dates historiques, et l'astronomie a été sous ce rapport d'un grand secours à la chronologie. Ainsi, lorsqu'on trouve dans les anciens historiens la description d'une éclipse, lorsqu'on voit sur le fronton d'un temple grec ou égyptien la figure d'un zodiaque où est indiquée l'entrée du soleil dans les différents signes, il est facile de remonter par le calcul aux époques où ces phénomènes ont dû se produire, et d'assigner par conséquent la date exacte des événements contemporains, ou l'antiquité des monuments sur lesquels nous n'aurions sans cela que des notions douteuses.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

DEUXIÈME PARTIE.

MOUVEMENTS ET FIGURES DES CORPS CÉLESTES DÉDUITS DE LA THÉORIE DE LA GRAVITATION.

La marche que l'astronomie a suivie pour atteindre le haut degré de perfectionnement auquel elle est arrivée, nous offre un exemple frappant de la sage réserve que doit s'imposer l'esprit humain dans l'étude des sciences naturelles. Ce n'est qu'après des siècles d'observations et lorsque les phénomènes ont été réunis en nombre suffisant, que le véritable système du monde nous a été dévoilé; toutes les tentatives que l'on avait faites pour devancer cette époque de maturité, ont été infructueuses. Avant de rechercher les causes, l'observateur pendant longtemps a dû se contenter d'enregistrer les faits, et s'astreindre seulement à les décrire avec une scrupuleuse exactitude; c'est à l'homme de génie qui vient ensuite, et dont la nature ne se montre jamais avare quand l'occasion le réclame, à les classer, à les coordonner, à trouver leurs liaisons entre eux, à en découvrir enfin dans le monde physique le principe général et commun. Quand la patience, le travail et le temps ont rassemblé les matériaux épars, c'est alors qu'il faut songer à élever l'édifice. Si

les astronomes de l'antiquité eussent suivi ces sages préceptes, sans doute nous aurions été privés de leurs ingénieuses spéculations sur les mouvements planétaires; mais ils auraient tracé à la science une route sûre dans laquelle elle se serait avancée à pas lents peut-être, mais sans jamais demeurer stationnaire et sans courir le risque d'être forcée de revenir en arrière pour réparer les erreurs d'une fausse direction. Il n'en a pas été ainsi : à peine possesseurs d'un petit nombre de phénomènes, découverts, il est vrai, avec une rare sagacité, ils voulurent, sur ces notions imparfaites, construire un système qui sans doute n'était dans leurs idées qu'un moyen de classer les faits, ou même peut-être qu'une ingénieuse hypothèse propre à expliquer quelques phénomènes isolés, mais que l'autorité de leurs noms et de leurs talents fit adopter ensuite pendant des siècles comme des vérités irrécusables et comme le principe fondamental du système du monde. Ainsi, dans leur impatience, en cherchant trop tôt à le soulever, ils appesantirent longtemps encore le voile qui nous dérobait la nature.

Les astronomes modernes ont suivi une voie plus sûre, ou du moins ils y ont été amenés par la force des choses. Nous avons vu comment les observations en se perfectionnant les avaient conduits à se dégager enfin des illusions de leurs sens et à rendre au soleil sa véritable place au centre du monde. Masse énorme dont la nature nous est inconnue, il tourne sur lui-même en 25 j $\frac{1}{2}$; peut-être sa fixité même n'est-elle qu'apparente, et quelques observations semblent indiquer qu'il a lui-même un mouvement progressif et très-lent qui le pousse vers la constellation d'Hercule. Autour de cet astre et à diverses

distances de son centre, sont rangées les planètes qui circulent autour de lui et lui forment un magnifique cortége. Elles tournent toutes dans le même sens d'occident en orient, dans des courbes qui s'écartent peu de la forme circulaire, et dans des plans dont les inclinaisons mutuelles sont peu considérables. La terre elle-même n'est qu'une faible partie dans ce grand système; elle est, comme les autres planètes, un corps opaque qui reçoit et réfléchit la lumière du soleil. Quatre planètes, savoir : la Terre, Jupiter, Saturne et Uranus, sont accompagnées de satellites; les autres planètes, Mercure, Vénus, Mars et les planètes télescopiques, n'en ont point. Les satellites ou planètes secondaires circulent autour des planètes principales comme celles-ci autour du soleil; elles participent d'ailleurs au mouvement de translation de leurs planètes respectives autour de cet astre, en sorte que leurs mouvements relatifs n'en sont pas troublés.

Une étude approfondie du cours des planètes a montré que les orbites qu'elles décrivent ne sont pas circulaires, quoiqu'elles en diffèrent peu. On peut déterminer leur lieu moyen avec une exactitude suffisante dans une première approximation, en supposant qu'elles se meuvent dans des ellipses dont les éléments varient insensiblement dans les différents siècles. Les lois du mouvement sur ces courbes sont renfermées dans les trois principes suivants : les orbites des planètes sont des ellipses dont le soleil occupe le foyer commun; les aires décrites sont proportionnelles aux temps, et les cubes des grands axes des orbites sont proportionnels aux carrés des temps des révolutions des différentes planètes.

Les comètes ne sont point comme les planètes renfermées dans une zône étroite de la sphère céleste; elles parcourent le ciel dans toutes les directions, tantôt dans le même sens que les planètes, tantôt dans le sens opposé, quelquefois du sud au nord, d'autres fois du nord au sud. Longtemps, à cause de leurs irrégularités, elles avaient paru des phénomènes particuliers sans aucune analogie avec les autres corps du système de l'univers; mais en rapportant leurs mouvements au centre du soleil au lieu de regarder la terre comme le pivot fixe autour duquel elles l'exécutent, Newton fit voir que les comètes sont assujetties aux mêmes lois que les mouvements planétaires. Les orbes qu'elles décrivent autour du soleil sont des courbes de même espèce que les orbites des planètes; seulement, tandis que celles-ci s'éloignent peu de la forme circulaire, les ellipses des comètes peuvent avoir des excentricités considérables et des inclinaisons quelconques sur le plan de l'orbe terrestre. C'est en vertu de la figure particulière de leurs orbites, que les comètes s'approchent quelquefois très-près du soleil, ce qui nous permet de les apercevoir, et qu'elles s'en éloignent ensuite à des distances si considérables qu'elles échappent entièrement à nos regards. Le nombre des comètes est illimité, et l'étendue des courbes qu'elles décrivent doit rendre en général leurs retours périodiques très-éloignés les uns des autres. Jusqu'ici on n'en connaît que trois dont le retour à des époques déterminées ait été constaté. Sans doute il en existe beaucoup d'autres, mais il y a trop peu de temps qu'on les observe assez soigneusement pour reconnaître avec certitude, dans celles que nous apercevons aujourd'hui, celles qui auraient paru à des époques

antérieures. La nature des comètes nous est généralement inconnue ; nous savons seulement qu'elles doivent être formées d'une matière très-subtile, puisque leurs queues laissent passer la lumière à travers leur immense profondeur, et que leurs masses n'ont jamais exercé aucune action appréciable sur les planètes près desquelles elles ont passé.

L'observation des taches qu'on aperçoit sur le disque de plusieurs planètes ou de leurs satellites, a fait connaître qu'elles avaient comme la terre un mouvement de rotation autour de leur centre. Tous ces mouvements s'exécutent dans le même sens que le mouvement de translation, c'est-à-dire d'occident en orient, et cette *coïncidence de direction de tous les mouvements planétaires* est sans contredit l'un des phénomènes les plus remarquables du système du monde (1).

La vitesse de rotation n'est pas la même pour les différentes planètes : Mercure, Vénus et Mars tournent sur leur centre comme la terre dans l'espace de 24 heures environ, mais le mouvement de rotation de Jupiter et de Saturne est beaucoup plus prompt, et ces deux planètes n'emploient que dix heures à peu près à faire une révolution autour de leur centre.

La vitesse de rotation de la terre est constante, et les observations les plus précises ne montrent aucune altération dans son mouvement diurne depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours ; cette loi s'observe égale-

(1) La cause de cette uniformité dans le sens de tous les mouvements célestes est encore ignorée ; mais le calcul des probabilités a montré qu'il y a 1 à parier contre 4095 pour la probabilité d'une plus grande facilité de mouvement d'occident en orient que dans le sens contraire.

ment pour la lune, et sans doute elle s'étend à toutes les autres planètes et à leurs satellites. Les mouvements de rotation des corps célestes autour de leur centre de gravité, peuvent donc être généralement considérés comme uniformes ; mais les axes autour desquels ces mouvements s'exécutent ne demeurent pas constamment parallèles à eux-mêmes dans le mouvement de translation des planètes auxquelles ils appartiennent ; leur direction s'altère insensiblement dans les différents siècles, et ces variations séculaires produisent, pour la terre, le phénomène de la précession des équinoxes.

Les figures des planètes ne sont point celles de globes parfaitement sphériques : ainsi les observations montrent dans Jupiter un aplatissement très-sensible ; les mesures directes prises à la surface de la terre indiquent également que sa figure est celle d'un sphéroïde aplati dans la direction des pôles et renflé sous l'équateur ; sans doute la même loi peut être étendue par analogie à tous les corps célestes qui sont doués d'un mouvement de rotation sur leur centre, quoiqu'il soit difficile de le constater par les observations. Les figures des planètes et des satellites ont ainsi un caractère général d'uniformité ; les seules différences qui les distinguent, dépendent de leurs dimensions respectives et des divers degrés de leur aplatissement.

Le soleil, les planètes, les satellites et les comètes constituent le système solaire proprement dit, et l'étude des mouvements de ces différents corps, de leurs figures, de leurs rapports mutuels, forme l'objet principal de l'astronomie théorique et pratique. C'est en effet celle qui doit nous intéresser le plus vivement, puisque la

terre que nous habitons forme elle-même l'une des parties constituantes de ce grand système. Mais si l'homme eût borné les facultés de son intelligence aux connaissances qui pouvaient lui être d'une utilité immédiate, il n'eût fait que de médiocres progrès dans la carrière des sciences. Au delà des limites du système solaire et à des distances dont le seul énoncé confond l'imagination, il existe d'autres corps qui durent d'abord attirer ses regards et fixer son attention; reculées aux extrémités de l'espace et attachées d'une manière invariable à la voûte des cieux, les étoiles ont servi aux astronomes de points de repère auxquels ils ont rapporté la position de tous les autres astres.

Les planètes et les comètes tirent leur lumière du soleil; mais les étoiles sont des corps lumineux par eux-mêmes, et peut-être sont-elles le centre d'autant de systèmes particuliers d'autres planètes, qu'elles éclairent et qu'elles animent comme le soleil donne la lumière et la vie à notre système planétaire.

Cette opinion, il est vrai, n'est qu'une conjecture à laquelle l'analogie donne beaucoup de probabilité, mais que la distance qui nous sépare des étoiles et la faiblesse de nos moyens d'investigation ne nous permettront sans doute jamais de vérifier. Cependant nos observations actuelles, tout imparfaites qu'elles sont, nous ont déjà permis de reconnaître des changements très-importants dans les positions des étoiles. Quelques-unes d'entre elles, outre les variations apparentes auxquelles toutes les étoiles sont assujetties, et qui ne sont qu'un effet du déplacement de l'axe terrestre ou de l'aberration de la lumière, ont un mouvement propre très-remarquable, et forment

entre elles des systèmes particuliers, qui circulent autour de leurs centres de gravité respectifs suivant des lois semblables à celles qui régissent les mouvements des planètes autour du soleil. Ce déplacement séculaire de certaines étoiles établit ainsi un rapprochement remarquable entre ces corps de nature si différente ; il montre que les mêmes lois qui régissent notre système solaire s'étendent jusqu'aux limites de l'espace, et atteste l'uniformité des vues de la nature dans la création de l'univers.

Mais quel est donc le puissant ressort qui donne ainsi l'activité, le mouvement et la vie à toutes les parties de ce grand ensemble ? Sans doute cette cause est unique, puisque les effets qu'elle produit ont entre eux une si admirable analogie. Jusqu'ici nous ne nous sommes attachés qu'à reproduire dans l'ordre le plus naturel l'exposition des phénomènes et celle des différentes hypothèses que les astronomes ont imaginées pour les lier entre eux, et pour montrer comment leur explication pouvait résulter de la disposition mutuelle de toutes les parties du système. Sans doute c'était déjà une belle gloire pour l'esprit humain que d'être ainsi parvenu à découvrir les vraies lois des mouvements des astres en se dégageant des illusions que leurs mouvements apparents nous présentent; mais il osa davantage, et lorsqu'on eut réuni un assez grand nombre d'observations, Kepler, auquel nous avons vu que l'astronomie était redevable de ces grandes lois qui régissent les mouvements célestes et qui forment aujourd'hui la base de toute l'astronomie, avait soupçonné que ces mouvements si réguliers et si uniformes pour toutes les planètes devaient

résulter d'un seul et même principe, et il pressentit même la nature des forces qui les produisent. Mais, comme l'a justement observé l'illustre auteur de la *Mécanique céleste*, le moment n'était pas venu de franchir ce dernier pas, et la route qui pouvait y conduire devait être aplanie par les progrès de la mécanique et par l'invention du calcul infinitésimal.

Enfin Newton parut; aidé des immenses travaux de ses devanciers, et surtout des découvertes de Galilée sur la chute des graves, et des recherches d'Huygens sur les forces centrales, il osa transporter jusqu'aux cieux les lois qui régissent les déplacements des corps que nous observons sur la terre, et la vraie cause des mouvements célestes lui fut révélée. Dès lors l'univers matériel ne fut plus qu'une vaste machine dont les variations sont réglées par des lois immuables, et la théorie du système du monde qu'un vaste problème de mécanique dont la solution complète ne dépend que du plus ou moins de perfection des méthodes analytiques. En empruntant seulement à l'astronomie un petit nombre de données indispensables, le géomètre peut désormais embrasser dans ses formules tous les états passés et futurs du système planétaire, et prédire même, sans sortir pour ainsi dire de son cabinet, tous les phénomènes que l'observation la plus attentive doit révéler aux siècles futurs, ou bien vérifier l'exactitude des observations qui nous ont été transmises par les siècles passés. Quelques-unes de ces observations ont été faites par des hommes qui méritent toute notre confiance, si la théorie newtonienne n'est pas une vaine hypothèse, nous devons donc trouver une entière concordance entre les déduc-

tions de l'observation et les résultats du calcul. Eh bien! c'est ce qui s'est en effet confirmé dans la plupart des cas; la théorie est toujours sortie victorieuse de cette épreuve, et elle a représenté les observations anciennes dans les limites des erreurs que comportait leur imperfection. Quant aux observations modernes, elles sont représentées par la théorie avec une précision qui surpasse presque toujours celle que nos instruments d'optique nous permettent d'atteindre, et souvent même le calcul a précédé l'observation en faisant découvrir dans les corps célestes des mouvements qui lui avaient échappé à cause de leur petitesse, ou dont une longue suite de siècles aurait suffi à peine pour nous révéler les lois.

Certes, ce sont là d'admirables résultats; nous qui venons de voir par quelle série de travaux persévérants les astronomes les ont si péniblement conquis, nous nous étonnerons moins sans doute qu'ils les aient forcés d'entrer à la fin dans le domaine de la science; mais si, par quelque bouleversement dans l'ordre physique ou moral de l'univers, les traces de la route par laquelle l'homme s'est avancé vers le but qu'il voulait atteindre venaient à s'effacer un jour, peut-être penserait-on qu'ils ont eu des communications avec la Divinité, ceux qui ont pu en pénétrer ainsi la pensée et en découvrir tous les secrets. Cependant, quelle que fût la portée à laquelle l'esprit humain pouvait s'élever, sans le secours du calcul, ce merveilleux auxiliaire qui décuple pour ainsi dire ses facultés, la théorie du système du monde serait restée à peu près fermée à ses investigations. L'exposition même des grandes vérités qu'elle nous a révélées offre de nombreuses difficultés lorsqu'on se prive, pour les

énoncer, de l'appui du langage algébrique. Toutefois, il nous a paru qu'il ne serait pas absolument impossible de donner au moins une idée générale de la marche des raisonnements qui ont conduit à tant de sublimes découvertes, en n'employant que les notions les plus élémentaires de l'algèbre et de la géométrie, et que le rapprochement des déductions de la théorie des phénomènes reconnus par l'observation était devenu, dans l'état actuel de la science, le complément indispensable de tout ouvrage d'astronomie. Nous avons exposé dans la première partie de ce livre les principaux résultats qu'une contemplation assidue du ciel nous a fournis relativement aux mouvements et à la figure des corps célestes, nous nous occuperons spécialement dans cette seconde partie d'exposer ce que la théorie nous a appris sur ce double sujet.

CHAPITRE Ier.

DES LOIS GÉNÉRALES DE L'ÉQUILIBRE ET DU MOUVEMENT.

Inertie de la matière. — Des forces, de leur composition et de leur décomposition. — Mouvement uniforme. — Mouvement varié. — Lois de la chute des graves. — Théorie des forces centrales. — Force centrifuge. — Force centripète. — Principes généraux qui s'observent dans le mouvement d'un système de corps.

168. Avant de nous occuper de rechercher la nature des forces qui agissent sur les planètes, les comètes et les satellites, et qui produisent les mouvements auxquels ces corps sont assujettis, nous allons rappeler aussi succinctement que nous le pourrons les principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement; on suivra avec plus de facilité ensuite l'application que nous en ferons au système du monde.

C'est un principe généralement admis comme une loi de la nature, qu'un corps ne peut se donner par lui-même aucun mouvement, ni altérer d'une manière quelconque le mouvement qu'il a reçu, ce qui tient à ce qu'un corps matériel ne renferme en lui-même aucune raison pour se mouvoir dans un sens plutôt que dans un autre. Cette

tendance des corps à persévérer dans l'état de repos ou de mouvement est ce qu'on nomme *l'inertie de la matière*. La marche des corps célestes qui, depuis un si grand nombre de siècles, se conserve sans aucune altération sensible, nous offre, de cette tendance de la matière à persévérer dans son état de repos ou de mouvement, la preuve la plus manifeste que nous puissions choisir.

Toute cause perturbatrice qui tend à faire passer un corps de l'état de repos à l'état de mouvement, ou à modifier, d'une manière quelconque, le mouvement dont il est animé, se nomme *force* ou *puissance*.

Un point matériel soumis à l'action de plusieurs forces qui ne se font pas équilibre tend à se mouvoir dans une direction quelconque, et cette direction est unique, puisqu'il ne peut se mouvoir à la fois dans deux sens différents. Si l'on imagine une force dirigée suivant la ligne que le point tend à décrire, et dont l'effet équivale à l'action combinée des autres forces qui le sollicitent, il est évident que l'on pourra remplacer par cette force unique le système de forces que l'on avait considéré d'abord, et en faire désormais abstraction. La force ainsi déterminée s'appelle la *résultante* de celles qui ont mis le corps en mouvement, et celles-ci sont nommées les *composantes* de la première.

Si plusieurs forces agissant dans la même direction sont appliquées à un même point matériel, leur résultante est égale à leur somme ou à leur différence, selon qu'elles agissent dans le même sens ou dans des sens opposés; mais si les directions des deux forces forment un angle entre elles, la direction de la résultante

sera moyenne entre les deux autres, et l'on démontre par la géométrie que si sur les directions des deux forces données on prend (*fig.* 86) des longueurs AB, AC qui représentent ces forces, la résultante sera représentée en grandeur et en direction par la diagonale AD du parallélogramme ABCD construit sur les deux composantes AB et AC.

Ce théorème, qui est le fondement de toute la mécanique, donne le moyen de composer entre elles un nombre quelconque de forces agissant sur un point matériel. En effet, en composant successivement toutes ces forces deux à deux, on réduira ce cas général au cas plus simple que nous venons d'examiner. Réciproquement, si un point matériel est sollicité par une force donnée, on pourra substituer un système composé de plusieurs forces à l'action de cette force unique, pourvu que leur résultante lui soit égale.

Dans l'état de repos, toutes les forces qui agissent sur un point matériel parfaitement libre doivent se faire équilibre, c'est-à-dire que leur résultante doit se réduire à zéro. Si ce point n'est pas libre, s'il est forcé à se mouvoir sur une courbe ou une surface donnée, il suffit alors pour que l'équilibre ait lieu que la résultante soit perpendiculaire à la surface ou à la courbe sur laquelle il est assujetti ; si ces conditions ne sont pas remplies, l'équilibre ne peut plus subsister, et le point matériel passe du repos à l'état de mouvement.

169. Lorsqu'un point matériel a été mis en mouvement par une force qui lui est appliquée, et qu'il a été ensuite abandonné à lui-même, il doit continuer à se mouvoir en ligne droite sur le prolongement de cette force, parce

qu'en vertu de l'inertie de la matière, il n'y a pas de raison en effet pour qu'il incline plutôt dans un sens que dans un autre. Si une nouvelle impulsion l'oblige à changer sa première direction, il persévère encore dans son mouvement rectiligne; mais le point de l'espace vers lequel tend le mobile n'est plus le même.

Il résulte encore de la loi d'inertie ou de l'impossibilité où est un corps de se donner à lui-même aucun mouvement, que le mouvement d'un point matériel sollicité par une force qui agit instantanément sur lui, doit être uniforme, c'est-à-dire qu'il doit décrire des espaces égaux dans les mêmes intervalles de temps, jusqu'à ce que l'intervention d'une force nouvelle l'oblige à accélérer ou à ralentir le mouvement primitif qu'il a reçu. Ainsi donc, dans le mouvement uniforme, les espaces parcourus sont proportionnels aux temps employés à les décrire, le rapport de l'espace au temps est donc constant, ce rapport est ce que dans ce mouvement on nomme *la vitesse*; on voit qu'elle est égale aussi à l'espace décrit par le mobile dans l'unité des temps.

Si le mobile, après avoir reçu une première impulsion, au lieu d'être abandonné à lui-même, reçoit, à des intervalles de temps déterminés, des impulsions nouvelles, qui s'exercent dans des sens différents de la première, la direction et la rapidité de son mouvement varieront continuellement, et l'assemblage de toutes les portions de lignes droites qu'il décrira, formera un polygone d'un nombre de côtés égal à celui des intervalles qui séparent les actions de la force d'impulsion. Si l'on suppose donc ces intervalles infiniment petits, le polygone se changera en une courbe continue, parce qu'une courbe

quelconque peut toujours être considérée comme un polygone d'une infinité de côtés.

La pesanteur qui fait tomber les corps à la surface de la terre, nous présente un exemple très-simple d'une force qui agit sans interruption. Elle exerce une action égale sur toutes les molécules de la matière, soit dans l'état de repos soit dans l'état de mouvement. Son intensité varie suivant les différents points que nous occupons sur le globe, sa direction change également avec l'horizon du lieu auquel elle est toujours perpendiculaire; mais comme les mouvements que l'on considère sur la terre, ont toujours infiniment peu d'étendue relativement à ses dimensions, on peut, dans les applications théoriques, regarder l'action de la pesanteur comme une force constante, et la supposer dirigée suivant des droites parallèles.

Pour qu'un corps décrive un orbite curviligne, il faut donc qu'après avoir reçu l'impulsion qui lui a donné le mouvement, il soit sollicité à chaque instant par une force dont l'action soit permanente; car si cette force venait à suspendre son action pendant un temps fini, le mobile, dans cet intervalle, continuerait à se mouvoir en ligne droite et d'un mouvement uniforme, dans la direction de la force qui le sollicite, il décrirait donc successivement les côtés d'un polygone rectiligne qui ne pourrait plus se confondre avec une courbe, qu'autant qu'on supposerait les sommets de ce polygone infiniment rapprochés, ou les intervalles de temps qui séparent les actions de la force motrice, infiniment petits.

Réciproquement, tout mouvement curviligne résulte nécessairement de la combinaison de deux forces dont

l'une au moins exerce, sur le mobile, une action continue. Les rapports qui peuvent exister entre les intensités et les directions de ces forces, déterminent ensuite la nature de l'orbite qu'il décrit. Un projectile qui sort de la bouche d'un canon nous offre l'exemple d'un mouvement produit par la combinaison de deux forces, l'une de projection qui abandonne le mobile après lui avoir communiqué une première impulsion, la seconde, la pesanteur, qui agit sur lui d'une manière continue. Le calcul montre que la courbe décrite en vertu de ces deux forces est une parabole, dont le grand axe est vertical et dont la première tangente est la droite, suivant laquelle a été dirigée l'impulsion initiale. Le mouvement est uniforme dans le sens horizontal, c'est-à-dire que les espaces croissent proportionnellement au temps, et dans le sens vertical il est le même que si le corps tombait suivant la verticale. Si la force de projection est dirigée perpendiculairement à l'horizon, la parabole se change en une ligne droite et se confond avec la verticale. Le mouvement des projectiles dans la parabole comprend donc, comme cas particulier, les lois de la chute des graves à la surface de la terre.

170. Supposons qu'un point pesant, en partant de l'état de repos, soit abandonné à lui-même; en vertu de la pesanteur il tombera vers la terre en suivant la direction de la verticale. Si l'on conçoit le temps divisé en intervalles infiniment petits, et si l'on suppose que l'action de la pesanteur au lieu d'être continue, soit séparée par ces intervalles (1), l'action de la pesanteur pourra être

(1) Il nous est impossible de savoir si la pesanteur et les forces

regardée comme une force constante pendant la durée de chaque intervalle, et le mouvement qui en résultera comme uniforme. Le mouvement des corps se trouvera ainsi partagé en une infinité de mouvements uniformes dont les vitesses, constantes pendant chacun des intervalles, varieront seulement d'un intervalle à l'autre.

En effet, au commencement du premier instant, la pesanteur communique au mobile une certaine vitesse en vertu de laquelle il décrit un espace déterminé. Dans le second instant, la force accélératrice reçoit un accroissement infiniment petit, la vitesse augmente proportionnellement, l'espace qu'elle fait décrire au corps dans ce second intervalle doit donc être plus considérable que dans le premier, et ainsi de suite. Les accroissements de la vitesse dépendent en général de la nature de la force accélératrice; si cette force est constante comme on peut supposer que l'est l'action de la pesanteur sur les corps peu éloignés de la surface terrestre, la vitesse augmentera proportionnellement au temps, et les espaces dont les corps tombent en partant du repos, croîtront comme les carrés des temps. De sorte que si dans le mouvement d'un corps accéléré par la pesanteur, on représente par

semblables, que nous observons dans la nature, agissent en effet sans interruption sur les corps qui leur sont soumis, ou si leurs actions sont séparées par des intervalles de temps dont la durée est insensible. Mais assurés que les résultats devaient être les mêmes dans les deux cas, les géomètres ont adopté la seconde hypothèse comme la plus commode pour le calcul, et surtout parce qu'elle leur a fourni le moyen de ramener immédiatement les lois d'un mouvement quelconque aux lois d'un mouvement uniforme.

1 l'espace dont il descend dans la première seconde de sa chute; il descendra de 4 unités dans la deuxième seconde, de 9 dans la troisième, et ainsi de suite, de manière que les espaces, parcourus pendant chaque intervalle, croîtront successivement comme les nombres 1, 3, 5, 7, 9, etc.

On prouve encore par la simple géométrie, que si l'on considère un triangle rectangle dans lequel l'un des côtés représente le temps de la chute d'un corps accélérée par la pesanteur, et l'autre côté la vitesse acquise à la fin de sa chute, la surface de ce triangle, égale à la moitié du produit de sa base par sa hauteur, représentera l'espace que le corps a décrit. On voit en effet que si l'on compare les chutes du corps pendant deux instants différents, les deux triangles qui en résulteront étant semblables, leurs côtés homologues seront proportionnels et leurs surfaces seront entre elles comme les carrés de ces côtés, les vitesses seront donc proportionnelles aux temps, et les espaces croîtront comme les carrés des temps ou comme les carrés des vitesses, conformément à la loi énoncée plus haut. Si, au bout d'un temps déterminé, la pesanteur venait à cesser tout à coup son action, le corps étant abandonné à lui-même, il continuerait à se mouvoir uniformément et décrirait, dans le même intervalle que celui de sa chute, un espace égal au produit de cet intervalle par la vitesse acquise; ce produit, en supposant que AB (*fig.* 87) représente le temps de la chute, BC la vitesse acquise, sera la surface du rectangle ABCD double du triangle ABC. Ainsi, un corps mu uniformément, en vertu de la vitesse qu'il acquiert en tombant d'une hauteur donnée, décrit,

dans un temps égal à celui de sa chute ; un espace double de celui que l'action de la pesanteur lui a fait parcourir. Telles sont les lois de la chute des graves dans le vide, trouvées par Galilée. Ces lois, dont les anciens n'avaient eu aucune idée, sont l'une des plus belles découvertes des temps modernes. A voir leur admirable simplicité, l'on s'étonnerait sans doute qu'elles nous soient restées si longtemps cachées, si l'on ne savait que les découvertes les plus simples en apparence, ont été souvent celles qui ont coûté aux hommes le plus de temps et de travaux.

171. Toute force qui agit d'une manière continue sur un point matériel, se nomme généralement *force accélératrice*, soit que cette force soit constante comme la pesanteur dans un même lieu de la terre, soit qu'elle soit variable comme nous verrons que le sont les forces qui animent les corps célestes. Si un corps est composé d'un nombre quelconque de points matériels, on pourra, quelle que soit sa nature, le supposer décomposé en une infinité de points matériels de même masse, et considérer la force qui le sollicite comme la résultante de forces égales et parallèles qui agiraient sur chacun des éléments du corps ; or, la résultante d'un système de forces parallèles est égale à leur somme, la force motrice d'un corps est donc égale au produit de sa masse par la force accélératrice qui agit sur l'une de ses parties. Ainsi, par exemple, le poids d'un corps abandonné à lui-même est sa *force motrice*, et la pesanteur est sa *force accélératrice*.

La nature des forces accélératrices nous est en général inconnue, et nous ne pouvons juger de leur grandeur que

par les effets qu'elles produisent. Si une force agit instantanément sur un mobile, on suppose que son effet est proportionnel à son intensité, c'est-à-dire que plusieurs forces, agissant dans le même sens et dans la même direction; feront parcourir au corps qu'elles sollicitent, un espace égal à la somme des espaces que chacune d'elles lui aurait fait décrire séparément, les résultats qui dérivent de cette hypothèse sont d'ailleurs parfaitement d'accord avec les phénomènes observés, ce qui prouve qu'elle est en effet la loi de la nature.

Dans le mouvement uniforme, la vitesse ou le rapport de l'espace au temps employé à le décrire, est constante, et dans deux mouvements uniformes différents, les vitesses sont proportionnelles aux espaces parcourus dans les mêmes intervalles de temps; mais les espaces, d'après ce qui précède, doivent être proportionnels aux forces motrices; les vitesses, dans le mouvement uniforme, peuvent donc servir de mesure aux forces, et réciproquement.

Dans le mouvement varié qui résulte de l'action de la pesanteur et généralement d'une force accélératrice constante, la vitesse est variable; mais ses accroissements sont égaux en temps égaux, ou en d'autres termes, ils sont proportionnels au temps, quelle que soit d'ailleurs la vitesse dont le mobile est animé. Dans ce mouvement qu'on appelle uniformément accéléré, le rapport de la vitesse au temps est donc constant pour le même mouvement, et il augmente ou diminue pour deux mouvements différents proportionnellement à la force accélératrice, ce rapport est donc propre à lui servir de mesure (1). Ces

(1) Soit v la vitesse acquise au bout du temps t, et F la force ac-

deux manières d'exprimer les forces instantanées dans le mouvement uniforme, ou les forces continues dans le

célératrice, on aura généralement $F=\frac{v}{t}$. On peut donner à cette expression différentes formes utiles selon les circonstances. Nous avons vu que le produit de la vitesse par le temps est égal au double de la hauteur dont le mobile est tombé au bout du temps t; en nommant donc h cette hauteur, on aura $2h=vt$, d'où l'on tire $v=\frac{2h}{t}$, et par conséquent $F=\frac{2h}{t^2}$; c'est-à-dire que dans le mouvement uniformément varié, on peut prendre également pour mesure de la force accélératrice, le double de l'espace parcouru divisé par le carré du temps. Enfin, les deux valeurs précédentes donnent en les combinant $F=\frac{v^2}{2h}$, c'est-à-dire que la force accélératrice est encore égale au carré de la vitesse divisé par le double de l'espace décrit.

Lorsque la force qui produit le mouvement varié n'est pas constante, les accroissements de la vitesse ne sont plus égaux en temps égaux; mais en concevant le temps divisé en intervalles infiniment petits, on pourra toujours supposer la force accélératrice constante pendant chacun de ces intervalles. Le mouvement du mobile se trouvera ainsi décomposé en une infinité de mouvements uniformément accélérés, mais les forces qui les produisent varieront d'un intervalle à un autre. Soit v la vitesse au bout du temps t, dv l'accroissement qu'elle prend pendant l'instant infiniment petit dt; le mouvement du corps étant uniformément accéléré pendant cet intervalle, on aura pour la mesure de la force accélératrice qui le produit $F=\frac{dv}{dt}$; soit e l'espace que cette force fait décrire au mobile dans le même instant, on aura $e=\frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dt}\right)dt^2$, par conséquent $F=\frac{2e}{dt}$. Ainsi, la force accélératrice aura pour mesure dans ce mouvement, la vitesse qu'elle communique au mobile pendant un instant infiniment petit, divisée par l'élément du temps, ou le double de l'espace qu'elle lui fait décrire dans le même intervalle, divisé par le carré de cet élément. On voit donc que les relations qui existent entre les forces accélératrices, les vitesses et les espaces parcourus, dans le mouvement varié produit par une force accélératrice quelconque, seront les mêmes que celles qui ont lieu dans le mouvement *uniformément accéléré*, pourvu qu'on suppose infiniment petit le temps pendant lequel cette force exerce son action.

mouvement uniformément varié, ne donnent point, il est vrai, la mesure absolue de ces forces, elles déterminent seulement leur rapport entre elles; mais cela suffit pour les comparer et opérer leur composition ou leur décomposition. Ainsi, lorsqu'on connaîtra les vitesses que deux forces communiquent séparément à un mobile, on déduira, par la règle du parallélogramme des forces, la vitesse qui serait due à la résultante de ces forces. Réciproquement lorsque la vitesse, imprimée à un mobile par la résultante de deux forces, sera connue, on pourra, en la décomposant, déterminer l'intensité de chacune d'elles.

172. Nous avons vu, n° 20, qu'un point matériel suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible, formait ce qu'on a nommé un *pendule simple*. Le mouvement du pendule, ou les oscillations qu'il fait de part et d'autre de la verticale lorsqu'il en a été écarté, résultent fort simplement de l'action de la pesanteur. En effet, supposons d'abord l'appareil dans une situation verticale et qu'aucune vitesse initiale ne lui soit imprimée, le point matériel que son poids tend à faire tomber à la surface de la terre, se trouvant retenu par la résistance du fil qui détruit cette action, demeurera immobile. Si l'on écarte le pendule de sa position d'équilibre, et qu'ensuite on l'abandonne à lui-même, la pesanteur tendra à le ramener à sa première position, mais arrivé à la verticale, il la dépassera en vertu de la vitesse que sa chute lui a fait acquérir, et il parcourra, sur le cercle qu'il décrit, de l'autre côté de la verticale un arc précisément égal à celui de son premier écart. Pendant cet intervalle, la pesanteur dont l'action contrarie le mouvement du pendule, détruit suc-

cessivement une partie de la vitesse qui l'anime, et lorsqu'elle est complétement annulée, le pendule revient de nouveau vers la verticale qu'il dépasse bientôt; il continue ainsi indéfiniment son mouvement en faisant, de part et d'autre de cette droite, des oscillations qui ont la propriété si importante, pour la mesure du temps, d'être toutes *isochrônes* ou d'égale durée, quel que soit l'angle dont le pendule a été écarté de sa situation primitive, c'est-à-dire l'amplitude des oscillations.

L'isochronisme des oscillations du pendule a lieu quelle que soit la courbe décrite par le point matériel suspendu à son extrémité; mais la propriété qu'a leur durée d'être indépendante de l'amplitude des oscillations, n'est rigoureuse que pour une courbe particulière que l'on nomme *cycloïde;* elle n'est qu'approchée pour le pendule circulaire qui est celui que l'on emploie ordinairement dans la pratique, et elle suppose que les oscillations sont très-petites, ou que le pendule a été très-peu dérangé de sa position d'équilibre, condition d'ailleurs facile à remplir. Observons encore que pour que le pendule, abandonné à lui-même, oscille indéfiniment de part et d'autre de la verticale, il faut supposer qu'il n'éprouve aucune résistance, soit par le frottement qui a lieu au point de suspension, soit par la résistance de l'air environnant; car ces deux causes, diminuant successivement l'étendue de ses oscillations, finiraient après quelque temps par le réduire à l'état de repos. C'est donc à cet appareil imaginaire qu'il faudra rapporter les différentes propriétés du pendule que nous allons exposer.

Le calcul montre que la durée des oscillations fort

petites d'un même pendule, ou le temps qu'il emploie à passer d'une de ses positions extrêmes à l'autre, des deux côtés de la verticale, est au temps qu'un point matériel emploierait à tomber d'une hauteur égale au double de la longueur du pendule, comme la demi-circonférence est au diamètre (1).

On en conclut : 1° la durée des oscillations fort petites de deux pendules de longueurs différentes et animés de la même pesanteur, sont entre elles comme les racines carrées de leurs longueurs ; en sorte que plus un pendule s'allonge, soit par l'accroissement de la température, soit par toute autre cause, plus les oscillations se ralentissent, et réciproquement. On peut au moyen de ce théorème calculer la longueur d'un pendule qui fait un nombre déterminé de vibrations dans un temps donné, ou bien lorsque sa longueur est connue, calculer la durée de ses oscillations.

2° Les durées des oscillations de deux pendules de même longueur, soumises à des pesanteurs différentes, sont entre elles comme les racines carrées de leurs intensités. Cette propriété offre un moyen très-simple de dé-

(1) Soit T la durée d'une oscillation, a la longueur du pendule, t le temps qu'un corps pesant mettrait à décrire $2a$ et enfin π le rapport de la circonférence au diamètre, on aura $T : t :: \frac{1}{2}\pi : 1$. D'après les lois de la chute des graves, on a $2a = \frac{1}{2} gt^2$, en désignant par g l'intensité de la pesanteur ou la vitesse que cette force, quelle que soit sa nature, imprime aux corps pesants dans la première seconde de leur chute, en tirant de là la valeur de t, et en la substituant dans la proportion précédente, on aura :

$$T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$$

Expression très-simple d'ou se déduisent aisément toutes les propriétés du pendule.

terminer les variations de la pesanteur à la surface de la terre, et l'on sait, en effet, que c'est par la différence des longueurs du pendule qui bat les secondes sous l'équateur et à la latitude de Paris, que Richer reconnut, pour la première fois, les accroissements de la pesanteur en allant de l'équateur au pôle, résultat que la théorie et les observations subséquentes ont depuis complétement confirmé.

3° Enfin, la relation qui existe entre la durée des oscillations et le temps qu'emploierait un corps pesant à descendre suivant la verticale, a fourni le moyen de déterminer la valeur absolue de la pesanteur terrestre dans un lieu donné. En effet, cette force a pour mesure le double de l'espace qu'elle fait décrire aux corps dans la première seconde de leur chute n° 171. Or, il est facile de s'assurer que cet espace est à la longueur du pendule qui bat les secondes dans le même lieu, comme le carré du rapport de la circonférence au diamètre est à l'unité; et comme la longueur du pendule qui bat les secondes dans un lieu déterminé est facile à connaître, on calculera par cette relation l'intensité de la pesanteur avec beaucoup plus de précision qu'on ne pourrait le faire par des expériences directes sur la chute des corps (1).

(1) En désignant par g l'intensité de la pesanteur, on aura, d'après l'expression de la durée des oscillations du pendule, $g = \frac{a\pi^2}{T^2}$ ou, en faisant T égal à 1″, $g = a\pi^2$. Le jour sidéral contenant 86164″, le pendule à secondes est celui qui fait 86164 oscillations dans cet intervalle. En désignant par a sa longueur, soit m le nombre de secondes que bat dans ce même espace de temps le pendule dont la la longueur est l, les nombres d'oscillations de deux pendules dans un même temps, étant réciproquement proportionnels aux racines

C'est ainsi que Borda ayant trouvé que la longueur du pendule à secondes, à l'Observatoire de Paris, était de $0^m,99355$, on en a conclu $9^m,80896$ pour la mesure de la pesanteur ou plutôt pour le double de la hauteur dont la pesanteur fait tomber les corps dans la première seconde de leur chute à cette latitude.

Newton, ayant fait osciller successivement plusieurs corps de même poids, mais de matière différente, a reconnu que l'intensité de la pesanteur qui en résultait était sensiblement la même. M. Bessel a, depuis, répété des expériences semblables, et elles ont conduit à la même conclusion ; c'est-à-dire, que la pesanteur exerce une action égale sur tous les corps placés en un même lieu de la surface de la terre, quelle que soit leur matière, et que par conséquent, dans le vide, elle leur communiquerait à tous la même vitesse en temps égal.

173. Considérons, comme second exemple d'un mouvement produit par l'action d'une force continue, celui d'un point matériel, assujetti à décrire la circonférence d'un cercle donné. Tout corps de sa nature tend à prendre un mouvement rectiligne et uniforme, il faut donc que le point qui décrit un cercle, soit soumis à l'action d'une force permanente, qui s'oppose à la tendance qu'il éprouve à s'échapper par la tangente au cercle, et l'oblige à y demeurer.

On appelle généralement *force centrale*, la puissance qui tend à rapprocher ou à écarter un corps du centre

carrées de leurs longueurs, on aura $1 : m :: \sqrt{l} : \sqrt{a}$. Il sera donc facile de calculer la longueur a du pendule qui bat les secondes à une latitude donnée, lorsqu'on aura observé le nombre d'oscillations que fait, dans un jour, un pendule dont la longueur est connue.

de son mouvement. La force centrale prend le nom de *force centripète* ou de *force centrifuge*, selon qu'elle est dirigée vers ce centre ou dans le sens opposé. Tout corps mu sur une courbe, tend à reprendre à chaque instant le mouvement rectiligne et uniforme qu'il tient de sa nature, et l'effort qu'il fait pour s'écarter de la courbe, suivant la direction de sa tangente, constitue spécialement la force centrifuge. La résistance qui lui est opposée, et qui oblige le corps à demeurer sur la courbe, forme la force centripète.

Soit ABCD (*fig.* 88) une circonférence de cercle, que le point matériel *m* est supposé décrire d'un mouvement uniforme. Arrivé en A, le point *m*, en vertu de sa force d'inertie, tend à s'éloigner de la courbe, et il continuerait à se mouvoir en ligne droite, suivant la tangente AT, s'il n'était retenu par la force centripète, qui le sollicite vers le centre O de la circonférence. Cette force lui fait parcourir la droite MB, perpendiculaire à AT, en même temps qu'il décrit l'arc AB; de sorte que si la force centrale venait tout à coup à cesser son action, le mobile, en vertu de sa vitesse acquise, décrirait l'espace AM, dans le même temps qu'il emploie à décrire l'arc AB; tandis qu'au contraire, il descendrait vers le centre, suivant le rayon vecteur AO, de la hauteur A*m*, si la force centrale agissait seule. En supposant donc l'arc AB, infiniment petit, on pourra regarder le mouvement de A en M et celui de A en *m*, comme uniforme, et AM représentera la force d'impulsion, A*m* la force centripète dont le mobile est animé en arrivant au point A, car les forces, dans le mouvement uniforme, sont proportionnelles aux espaces qu'elles font décrire. En

vertu de ces deux forces réunies, le point *m* décrira donc la diagonale du parallélogramme construit sur les lignes qui les représentent, ou l'arc AB, qu'on peut supposer se confondre avec elle. Au point B, le mobile éprouve une nouvelle tendance à s'échapper, suivant la tangente en ce point, il est encore retenu par l'action de la force centrale, et décrit la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux forces. La direction rectiligne que le point matériel *m* tend toujours à prendre de sa nature, recevant ainsi à chaque instant une nouvelle inflexion, il finit par décrire toute l'étendue du cercle ABCD.

Si l'on suppose, comme nous le faisons, l'arc AB infiniment petit, la droite BM, perpendiculaire à AT, sera la mesure de la force centrifuge, qui sollicite le mobile au point B, et qui tend à l'éloigner du centre O du mouvement. BM représente également, comme nous l'avons vu, la force qui attire le mobile vers ce même point, la force centrifuge, dans le cercle, est donc toujours égale, et contraire à la force centripète. On voit de plus, que le mouvement sur le cercle étant supposé uniforme, l'arc décrit dans le second instant sera le même que dans le premier, la quantité BM, dont le point à la fin de cet instant s'écarte de la tangente qu'il tend à suivre, sera donc toujours la même, la force continue qui produit le mouvement circulaire, est donc une quantité constante.

On peut se former une idée très-exacte de l'action des forces centrales dans le mouvement circulaire, en supposant qu'au lieu d'être forcé à se mouvoir sur le cercle ABCD, le mobile est un point matériel suspendu à

l'extrémité d'un fil inextensible. Si l'on suppose que le point a été mis en mouvement par une impulsion dirigée perpendiculairement à la longueur du fil, et qu'il ne soit d'ailleurs soumis à l'action d'aucune force accélératrice, il décrira un cercle dont le rayon sera égal à la longueur du fil, et dont le centre sera le point de suspension. L'effort qu'il faudra faire pour retenir le fil, sera la mesure de la force centrale, et la tension qu'il éprouve, sera celle de la force centrifuge.

Or, c'est un fait facile à constater que l'effort que supporte le point de suspension, ou ce qui revient au même, la tension qu'éprouve le fil, est d'autant plus grande, toutes choses égales d'ailleurs, que sa longueur est moindre. En effet, plus le rayon d'un cercle est considérable, plus sa courbure est petite, et plus par conséquent il se rapproche de la ligne droite; la force centrifuge, que le mobile exerce pour s'échapper par la tangente, doit donc être plus considérable, lorsqu'il décrit un petit cercle, que lorsqu'il en décrit un grand. En général, on peut admettre, comme un résultat de l'observation, que la force centrifuge, dans le mouvement circulaire, est réciproquement proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, au rayon du cercle, sur lequel le corps est emporté. L'expérience fait voir encore que la tension du fil augmente à mesure que le corps se meut avec plus de rapidité, et l'on s'est assuré que la force centrifuge, qu'exerce un corps mu dans un même cercle, ou dans des cercles égaux, pour s'échapper par la tangente, est proportionnelle au carré de sa vitesse. De là, on peut conclure que les forces centrifuges d'un même corps, mu avec des vitesses quelconques, sur

des cercles différents, sont entre elles comme les carrés des vitesses divisés par les rayons des cercles qu'il décrit (1).

Cette loi, très-simple, donne le moyen de comparer entre elles les forces centrales de différents corps mus circulairement, quelles que soient d'ailleurs les autres circonstances de leur mouvement. En effet, soient deux corps M et m, qui décrivent les cercles dont les rayons respectifs sont R et r, avec les vitesses V et v; les forces motrices de ces corps doivent être égales au produit de leurs masses, c'est-à-dire de la somme des points matériels qui les composent, par la force accélératrice qui

(1) Le rapport du carré de la vitesse au rayon du cercle parcouru par le mobile, étant constant dans le même mouvement et variant d'un mouvement circulaire à un autre, proportionnellement à la force accélératrice, ce rapport est essentiellement propre à lui servir de mesure. On peut d'ailleurs déduire très-simplement, par un calcul rigoureux, l'expression des forces centrales dans le mouvement circulaire, des premiers principes du mouvement varié exposés plus haut.

En effet, la force accélératrice étant constante dans le mouvement circulaire, elle doit avoir pour mesure le double de l'espace qu'elle fait parcourir au mobile dans un temps donné, divisé par le carré du temps (Voir la note page 488); en appelant donc τ le temps employé par le point m à parcourir l'arc AB (*fig.* 88), et F la force accélératrice, on aura :

$$F = \frac{2AM}{\tau^2}.$$

AM est ce qu'en trigonométrie on nomme le sinus verse de l'arc AB : la force accélératrice a donc pour mesure, dans le mouvement circulaire, le double du sinus verse de l'arc décrit dans un temps donné, divisé par le carré du temps. On peut lui donner une autre expression. En effet, si du point B on mène les droites AB, BC, aux extrémités du diamètre AC, en observant que, par une propriété de géométrie élémentaire, AB est moyenne proportionnelle

agit sur l'un de ces points. En nommant donc F et f les forces centrales des deux corps, on aura :

$$F : f :: \frac{MV^2}{R} : \frac{mv^2}{r} \ (a),$$

c'est-à-dire que les forces centrales de deux corps mus sur des cercles différents, sont entre elles comme les produits de leurs masses, multipliées par les carrés des vitesses, et divisées par les rayons des cercles qu'ils décrivent.

Soient C et c les circonférences décrites par les mobiles, T et t les temps des révolutions, on aura $V = \frac{C}{T}$, $v = \frac{c}{t}$; les circonférences sont d'ailleurs entre elles comme leurs rayons, ce qui donne $C : c :: R : r$; d'où l'on conclut :

$$F : f :: \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2} \ (b)$$

c'est à dire que les forces centrales de deux corps mus dans des cercles différents sont entre elles comme les rayons des circonférences qu'ils décrivent, divisés par les carrés des temps employés à les décrire.

entre le diamètre AC et le segment adjacent AM, dans le triangle rectangle ABC, on aura la proportion :

$$AC : AB :: AB : AM = \frac{AB^2}{AC}.$$

Par conséquent, $F = \frac{2AB^2}{AC \cdot \tau^2}$; soit r le rayon du cercle décrit, on aura $AC = 2r$; l'arc AB étant très-petit, on peut supposer qu'il se confond avec la corde qui le sous-tend : le mouvement d'ailleurs étant uniforme, si l'on nomme v sa vitesse, on aura $AB = v\tau$; par conséquent, $AM = \frac{v^2\tau^2}{2r}$; et enfin, pour l'expression de la force centrifuge dans le cercle, l'on aura :

$$F = \frac{v^2}{r}.$$

Il sera donc toujours facile d'estimer la force centrifuge d'un corps quand on connaîtra sa distance au centre du mouvement, et la grandeur de l'arc qu'il parcourt en un temps donné.

Si l'on suppose par conséquent que deux corps de poids égal décrivent dans le même intervalle des cercles de rayons inégaux, les forces centrifuges seront entre elles comme les rayons des cercles parcourus; en effet, on aura dans cette supposition $\frac{M}{T^2} = \frac{m}{t^2}$, et par conséquent, $F : f :: R : r$.

On peut conclure de là que sur deux parallèles terrestres différents, les forces centrifuges dues au mouvement de rotation de la terre, sont entre elles comme les rayons de ces parallèles. Soit PP' (*fig.* 89) l'axe de la terre, EO l'équateur, l la latitude du point M, la perpendiculaire MN, abaissée du point M sur l'axe de rotation, sera le rayon du parallèle que décrit M, et dans le triangle MON, on aura MN = OM cos. l. La force centrifuge décroît donc de l'équateur aux pôles, proportionnellement au cosinus de la latitude.

La force centrifuge tend à écarter les corps de la surface de la terre; la pesanteur, au contraire, tend à les en rapprocher : la force centrifuge est donc continuellement opposée à l'action de la pesanteur, en sorte qu'excepté au pôle, où elle est nulle, la pesanteur des corps est moindre dans tous les lieux du globe que si la terre n'avait point de mouvement de rotation. La pesanteur, en chaque point de la terre est dirigée suivant la verticale; la force centrifuge est dirigée suivant le rayon du parallèle que ce point décrit. A l'équateur, ces deux forces sont directement opposées l'une à l'autre, et en les comparant, on trouve que la force centrifuge est à la pesanteur comme l'unité est à 289; c'est-à-dire que la force centrifuge diminue, à cette latitude, la pesanteur des corps de $\frac{1}{289}$ du poids qu'ils auraient si la terre était im-

mobile (1). Cette diminution est moindre en tout autre lieu du globe, soit parce que la force centrifuge diminue d'intensité de l'équateur au pôle, soit parce que l'angle que fait sa direction avec la verticale va toujours en augmentant. En effet, en chaque point de la terre, l'angle que forme le rayon du parallèle avec la verticale est égal à la latitude du lieu. Ainsi, on a (*fig.* 88) HMZ = EOM = l; si l'on décompose donc la force centrifuge Ma en deux autres forces, l'une dirigée suivant la verticale, l'autre perpendiculaire à cette droite, la première de ces deux composantes Mb s'obtiendra en multipliant l'intensité Ma de la force centrifuge par cos. l. Or, en prenant pour unité de force l'intensité de la pesanteur, la force centrifuge sous l'équateur aura pour mesure $\frac{1}{289}$, et sous un parallèle quelconque dont la latitude

(1) En nommant AB l'arc décrit par un mobile dans une seconde de temps, sur le cercle dont le rayon est r, nous avons vu que la force centrifuge avait pour expression $\frac{AB^2}{r}$. A l'équateur, le rayon r est à très-peu près égal à 6377284^m. La longueur de l'arc AB que décrit un point de l'équateur en une seconde de temps, en vertu du mouvement diurne, à raison de la circonférence entière pour un jour sidéral ou en 86164″, est d'environ $465^m,076$: au moyen de ces nombres, on trouve $\frac{AB^2}{r} = 0^m,033916$. Pour comparer la force centrifuge à la pesanteur, rappelons-nous que cette dernière force a pour mesure le double de l'espace qu'elle fait décrire aux corps dans la première seconde de leur chute; l'observation du pendule donne à l'équateur cet intervalle égal à $9^m,80896$. Ainsi la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre, est à la pesanteur, sous l'équateur, comme $0,^m033914$ est à $9^m,80896$, ou bien comme 1 : 289 environ. Le rapport de ces deux forces est donc, à cette latitude, de $\frac{1}{289}$ à peu près, comme on le suppose dans le texte.

est l, la force centrifuge sera égale à cette même quantité multipliée par cos. l; on aura donc $Ma = \frac{\cos.^2 l}{289}$, et par conséquent $Mb = \frac{\cos.^2 l}{289}$ pour la diminution de la pesanteur due à la force centrifuge, sous un parallèle quelconque. Cette diminution des pôles à l'équateur, est proportionnelle, par conséquent, au carré du cosinus de la latitude.

La fraction $\frac{1}{289}$ est le carré de $\frac{1}{17}$; les forces centrifuges dans le même cercle sont d'ailleurs entre elles en raison inverse des carrés des durées des révolutions; il suit de là que si le mouvement de rotation de la terre était dix-sept fois plus rapide, ce qui supposerait la durée de sa révolution diurne de 1 h. 24′ à peu près, la force centrifuge sous l'équateur deviendrait deux cent quatre-vingt-neuf fois plus grande qu'elle ne l'est aujourd'hui; elle serait donc égale à la pesanteur, et les corps resteraient suspendus et en équilibre sous l'action de ces deux forces.

Nous avons supposé jusqu'ici la terre parfaitement sphérique, et la pesanteur constamment la même en tous les points de sa surface; nous verrons bientôt que la pesanteur varie à raison de la différence de la figure de la terre à celle de la sphère; la diminution qui résulte de cette cause dans l'intensité de la pesanteur des pôles à l'équateur s'ajoute à celle qui provient de la force centrifuge, et varie comme elle proportionnellement au carré du cosinus de la latitude. La diminution totale de la pesanteur devient ainsi de $\frac{1}{200}$ à l'équateur.

Les deux proportions (a) et (b) renferment généralement toutes les lois des forces centrales, et il est facile

de les en déduire. C'est à Huygens que l'on en doit la découverte, mais il les avait données sans démonstration et ne les avait considérées que dans le cercle. Newton en étendit la théorie à toutes les courbes possibles, et il en conclut les lois générales du mouvement sur ces courbes. En effet, observons que par trois points pris sur une courbe quelconque, on peut toujours faire passer un cercle, et plus les points seront rapprochés, plus la circonférence approchera de se confondre avec la courbe dans toute l'étendue de l'arc qui les sépare. Si les distances comprises entre les points sont supposées infiniment petites, le cercle passera par deux éléments contigus de la courbe et deviendra ce qu'en géométrie on nomme *cercle osculateur*. Un corps mû sur une courbe quelconque tend, à s'en écarter en vertu du mouvement rectiligne et uniforme qui lui est naturel. Or, on peut toujours supposer qu'en chaque point de la courbe, le corps, pendant un instant infiniment petit, se meut sur la circonférence du cercle osculateur en ce point, sa force centrifuge est, par conséquent, la même que si le mouvement avait réellement lieu sur ce cercle, elle a donc pour mesure le carré de la vitesse divisé par le rayon du cercle osculateur. La grandeur de ce rayon change en chaque point de la trajectoire, ce qui montre que sur une courbe différente du cercle la force centrifuge varie sans cesse, tandis qu'elle est constamment de même grandeur dans une orbite circulaire.

174. L'analyse mathématique a fourni aux géomètres tous les secours qui leur étaient nécessaires pour s'élever de la considération des lois du mouvement d'un point matériel, à celle des mouvements d'un système de corps liés

entre eux d'une manière quelconque serait difficile, sans le secours du calcul, de donner même l'idée des moyens qu'ils ont employés pour y parvenir ; mais on a déduit des formules de l'analyse plusieurs principes généraux qui s'observent dans les mouvements de tout système de corps, et qu'il importe de faire connaître, parce qu'ils sont d'une application immédiate à la constitution de notre système planétaire.

Ces principes généraux du mouvement sont au nombre de quatre et peuvent s'énoncer ainsi :

1° Si un système de corps agissant les uns sur les autres d'une manière quelconque, et soumis à l'action d'une force dirigée vers un centre fixe, n'est assujetti d'ailleurs à l'action d'aucune force étrangère au système, la somme des aires tracées par les rayons vecteurs des différents corps du système sur un plan immobile passant par le point fixe, multipliées respectivement par les masses de ces corps, sera proportionnelle au temps. Ce théorème constitue le principe de la *conservation des aires*.

Si tous les corps n'étaient soumis qu'à leur action mutuelle et qu'il n'y eût point de centre d'action, on pourrait choisir alors arbitrairement l'origine des rayons vecteurs, et le principe précédent aurait lieu pour tous les points de l'espace.

2° Si un système de corps n'est soumis qu'à l'action mutuelle de toutes ses parties, et n'est sollicité par aucune force étrangère, le centre commun de gravité se meut en ligne droite et d'un mouvement uniforme (1);

(1) On appelle *centre de gravité* d'un corps ou d'un système de corps, un point remarquable par lequel passe constamment la résultante de toutes les forces parallèles, appliquées au système, quelle que

c'est-à-dire que son mouvement sera le même que s'il n'obéissait qu'à l'impulsion primitive qui le lui a communiqué ; ainsi donc, de même que par la loi d'inertie un point matériel ne peut, sans l'intervention d'une cause étrangère, changer le mouvement qu'il a reçu, de même un système de corps ne saurait altérer le mouvement de son centre de gravité par la seule action de ses parties les unes sur les autres : ce résultat constitue le principe de la *conservation du mouvement uniforme du centre de gravité*.

En général, quelles que soient les forces qui agissent sur un système de corps, le mouvement du centre de gravité du système est le même que si tous les corps y étaient réunis, et si toutes les forces qui sollicitent ces corps lui étaient directement appliquées.

3° La masse d'un corps, multipliée par le carré de sa vitesse, est ce qu'on nomme sa *force vive ;* si le système que l'on considère n'est soumis qu'à l'action mutuelle de toutes ses parties et à des attractions dirigées vers des centres fixes, la somme des forces vives des corps qui le composent, ou la force vive totale du système, est constante dans le cas même où plusieurs de ces corps seraient astreints à se mouvoir sur des lignes ou des surfaces données. Ce principe est celui de la *conservation des forces vives*.

soit la direction qu'on donne à ces forces, pourvu que l'on conserve leur parallélisme. La propriété qui caractérise ce point dans les corps solides qui ne sont soumis qu'à l'action de la pesanteur, c'est que s'il est supposé fixe, le corps reste en équilibre dans toutes les positions qu'on peut lui donner ; et, en effet, dans ce cas la résultante de toutes les forces appliquées au corps vient passer par le point fixe qui détruit son action.

4° Le quatrième et dernier principe peut s'énoncer ainsi : la somme des forces vives d'un système de corps, pendant le temps qu'il emploie à passer d'une position à une autre, est un *minimum*. Cette loi, qu'on avait longtemps cherché à déduire de considérations métaphysiques, en supposant que la nature emploie toujours dans les effets qu'elle produit le moins d'efforts possibles, résulte directement des formules analytiques, et se nomme le *principe de la moindre action*.

Le principe de la *conservation des aires* a lieu, quelle que soit la direction du plan que l'on choisit pour plan de projection ; mais parmi tous les plans que l'on peut mener par un même point, il y en a toujours un relativement auquel la somme des aires tracées par les projections des rayons vecteurs, multipliées respectivement par les masses des corps, est un *maximum*. Ce plan jouit d'une propriété très-remarquable ; c'est que cette même somme est nulle par rapport à tout plan qui lui est perpendiculaire. Ce plan demeure d'ailleurs toujours parallèle à lui-même, quels que soient les mouvements particuliers de chacun des corps du système ; on peut donc retrouver en tout temps sa position, ce qui rend sa considération très-précieuse dans la théorie du système du monde, comme on le verra bientôt.

Les quatre principes précédents s'observent dans les déplacements de tout système de corps, mais c'est surtout dans les mouvements des corps célestes que leur exactitude se manifeste par une admirable concordance des résultats du calcul et de ceux de l'observation. C'est que les causes secondaires, telles que les frottements, les résistances des milieux traversés, etc., qui entravent si

souvent les mouvements des corps que nous observons sur la terre, et qui rendent leur calcul mathématique presque impossible, disparaissent ou deviennent tout-à-fait insensibles quand il s'agit des corps célestes circulant dans l'immensité de l'espace, et nous n'observons plus alors que les effets des forces principales qui les animent.

CHAPITRE II.

DES FORCES QUI PRODUISENT LES MOUVEMENTS CÉLESTES, OU LOI DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE.

Recherche de la cause qui fait décrire aux planètes, aux comètes et aux satellites, des orbites elliptiques. — Gravitation universelle. — La pesanteur terrestre n'est qu'un cas particulier de cette grande loi de la nature. — Conséquences qui s'en déduisent.

175. Après avoir rappelé, dans le chapitre précédent, les principes généraux de la mécanique, nous allons en faire l'application aux mouvements célestes. Nous montrerons d'abord comment les beaux théorèmes d'Huygens, sur les forces centrales, rapprochés des lois de Kepler sur les mouvements de translation des planètes, conduisirent Newton à la découverte de la grande loi de la pesanteur universelle. Nous verrons ensuite comment cette loi, combinée avec les principes généraux de la mécanique, suffit pour rendre raison des moindres variations observées dans les dispositions du système solaire.

Puisque les planètes se meuvent sur des courbes, en vertu du principe de l'inertie de la matière, il doit exister une puissance inconnue qui les retient dans leurs orbites, et les empêche à chaque instant de s'échapper,

suivant la ligne droite que tout corps abandonné à lui-même tend à décrire de sa nature. De ce que les orbes planétaires sont des courbes rentrantes, on peut encore conclure que le foyer des forces qui les sollicitent est situé dans l'intérieur de ces courbes. Mais, pour aller plus loin, il faut recourir aux circonstances particulières de leur mouvement, indiquées par l'observation.

Selon la première des belles lois découvertes par Kepler, *les aires décrites par les rayons vecteurs des planètes, dans leur mouvement autour du soleil, sont proportionnelles au temps*. Or, c'est un principe général de mécanique facile à démontrer, que, si un corps est sollicité par une force dirigée vers un centre fixe, les aires, tracées autour de ce point, seront proportionnelles au temps employé à les décrire.

Pour le faire voir, supposons qu'un corps se meuve sur la ligne courbe PAQ (fig. 90). Soit MA l'élément de la trajectoire qu'il décrit dans un instant infiniment petit; arrivé au point A, si aucune force n'agissait sur lui, il parcourrait dans l'instant suivant, d'un mouvement uniforme, sur le prolongement de MA, un espace A*m* égal à AM. Mais en vertu de la force centrale dirigée vers le point fixe C, à laquelle il est soumis, sa direction rectiligne MAT doit changer d'un instant à l'autre. Or, on peut supposer que, pendant un temps très-court *t*, la direction de la force centrale demeure toujours parallèle à elle-même, et en représentant par A*n* son intensité, d'après la loi de la composition des forces, le mobile décrira la diagonale du parallélogramme A*m* M'*n*, dans le même temps qu'il aurait mis à décrire la ligne A*m*. Cela posé, les triangles AC*m* et ACM' seront équiva-

lents, puisqu'ils ont même base AC, et que leurs sommets sont situés sur une même ligne parallèle à la base; d'ailleurs, les triangles AC*m* et ACM sont équivalents, comme ayant même base et même hauteur : le triangle ACM′ est donc équivalent au triangle ACM; et comme les arcs AM, AM′ sont, par hypothèse, parcourus dans le même intervalle de temps, il s'ensuit, en généralisant le résultat précédent, que les aires tracées autour du point fixe C, en vertu de la force qui fait décrire au mobile la courbe PAQ, sont égales en temps égaux, quelle que soit d'ailleurs l'intensité de cette force, pourvu que sa direction passe constamment par le point fixe.

Réciproquement, si la condition de la proportionnalité des aires aux temps employés à les décrire est remplie, la force qui sollicite le mobile est nécessairement dirigée vers le centre fixe autour duquel les aires sont tracées. En effet, dans la fig. 90, les triangles ACM et AC*m* sont égaux par construction, mais les triangles ACM et ACM′ sont équivalents par hypothèse; donc le triangle ACM′ est équivalent au triangle AC*m* : or, ces deux triangles ont même base AC, donc leurs sommets sont situés sur la même ligne *m*M′, parallèle à la base, mais *m*M′ est parallèle à A*n*. donc le prolongement de cette ligne passe par le point C, c'est-à-dire que la force qui agit sur le mobile au point A est dirigée suivant le rayon vecteur AC, ce qu'il s'agissait de démontrer.

176. Considérons, maintenant, les variations de la force centrale dans les différents points de l'orbite d'une planète. D'après la seconde loi de Kepler, nous savons que *les orbes planétaires sont des ellipses dont le soleil occupe un des foyers*. Soit donc (*fig.* 91) ABCD l'ellipse

d'une planète *m*, S le soleil; nous avons nommé périhélie le point A, où la planète se trouve dans sa plus grande proximité du soleil, et aphélie le point B, où elle en est à sa plus grande distance. Il est d'abord évident que, puisque les rayons vecteurs vont en augmentant en allant du périhélie à l'aphélie, il faut que la vitesse de la planète soit moins considérable vers ce dernier point que vers le premier, pour que les surfaces décrites soient toujours égales en temps égaux, conformément à la première loi de Kepler. Or, les vitesses augmentent avec les forces qui les produisent; il résulte donc de la nature des courbes que décrivent les planètes, que l'intensité de la force attractive qui les sollicite vers le soleil doit diminuer quand leur distance à cet astre augmente, et, réciproquement, elle augmente quand cette distance diminue.

Comparons la loi de ces variations dans les deux points de l'orbite les plus remarquables, c'est-à-dire au périhélie et à l'aphélie. Nous avons vu que, tout mouvement étant de sa nature rectiligne et uniforme, tout corps qui se meut sur une courbe a une tendance qui le porte à chaque instant à s'échapper par la tangente à l'orbite qu'il décrit; cette tendance est ce que nous avons nommé *la force centrifuge*, et elle a pour mesure, n° 173, le carré de la vitesse du mobile, en chaque point de sa trajectoire, divisé par le rayon du cercle osculateur qui lui correspond. La courbure de l'ellipse étant la même au périhélie et à l'aphélie, les rayons des cercles osculateurs sont aussi les mêmes; les forces centrifuges de la planète en ces deux points sont donc entre elles comme les carrés des vitesses, c'est-à-dire qu'en nommant f et f' les forces centrifuges au périhélie et à l'aphélie, et

v et v' les vitesses correspondantes, on aura la proportion :

$$f : f' :: v^2 : v'^2. \ (a)$$

Représentons par z et z' les espaces angulaires que décrit la planète dans l'unité de temps lorsqu'elle est au périhélie et à l'aphélie, et par R et R' les rayons vecteurs qui se rapportent à ces deux points; le secteur elliptique ASa pourra être considéré comme un secteur circulaire, et il aura pour mesure $\frac{1}{2}R^2z$; de même le secteur elliptique BSb aura pour mesure $\frac{1}{2}R'^2z'$, et par la loi des aires on aura :

$$\tfrac{1}{2}R^2 z = \tfrac{1}{2}R'^2 z'.$$

Nous avons désigné par v et v' les vitesses absolues de la planète au périhélie et à l'aphélie; ces vitesses sont entre elles comme les espaces parcourus dans l'unité de temps; on a donc $v : v' :: Rz : R'z'$, et par conséquent, en vertu de l'équation précédente :

$$v : v' :: R' : R,$$

ou bien en élevant tous les termes au carré :

$$v^2 : v'^2 :: R'^2 : R^2,$$

la proportion (a) en vertu de celle-ci devient :

$$f : f' :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{R'^2}.$$

Or, au périhélie et à l'aphélie, la force centrifuge est évidemment égale à la tendance de la planète vers le soleil, puisque ces deux forces sont dirigées sur la même ligne droite et doivent se faire équilibre. Les forces centrales en ces deux points sont donc en raison inverse du carré des rayons vecteurs R et R'.

L'analogie nous permettrait déjà d'étendre la même loi à tous les points de l'orbite elliptique; mais l'analyse

mathématique a montré qu'en effet cette loi, que nous venons de vérifier dans deux points particuliers, est générale, et qu'elle s'exerce de la même manière à toutes les distances de la planète au soleil, c'est-à-dire que la tendance des planètes vers cet astre augmente ou diminue en raison inverse du carré de leurs distances à son centre.

176. Comparons enfin les variations de la force centrale en passant d'une planète à une autre. Supposons d'abord que les planètes se meuvent dans des orbites circulaires, ce qui s'éloigne peu de la vérité, puisque nous avons vu que les ellipses planétaires étaient toutes très-peu excentriques. On sait, d'après la théorie des forces centrales (p. 499), que si deux corps se meuvent dans des cercles concentriques, les forces qui les animent seront entre elles comme les rayons des cercles divisés par les carrés des temps des révolutions, c'est-à-dire que si F et f représentent les forces centrales des deux mobiles de même poids, R et r les rayons des cercles qu'ils décrivent, et T et t les temps de leurs révolutions, on aura la proportion :

$$F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}.$$

Mais d'après la troisième loi de Kepler, *les carrés des temps des révolutions sont comme les cubes des grands axes des orbites;* en supposant les orbes circulaires, on aura donc :

$$T^2 : t^2 :: R^3 : r^3.$$

En divisant la première proportion par la seconde, on en déduit :

$$F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2},$$

c'est-à-dire que les forces qui sollicitent les planètes vers le soleil sont réciproquement proportionnelles aux carrés des rayons de leurs orbites supposées circulaires; elles seraient les mêmes pour deux planètes également éloignées du soleil.

Ainsi donc, chacune des lois observées dans les révolutions des corps célestes nous révèle un des principes de leurs mouvements, et nous sommes conduits, par une suite de raisonnements rigoureux, à ces trois résultats qui sont la clef de tous les mouvements célestes.

1° *Les planètes sont retenues dans leurs orbites par une force qui agit continuellement sur elles et qui est dirigée vers le centre du soleil.*

2° *Cette tendance augmente quand la planète approche du soleil; elle diminue quand elle s'en éloigne, et la loi de ces augmentations et de ces diminutions est celle du rapport inverse du carré des distances.*

3° *La force qui sollicite les planètes vers le soleil est la même pour toutes supposées à égales distances de cet astre, et elle ne varie d'une planète à une autre qu'à raison de la différence de leur éloignement du soleil.*

178. Cette tendance qui pousse les planètes vers le soleil se nomme *gravitation*, et les lois qui règlent son action forment les bases du vrai système de l'univers. Nous venons de parvenir à ces lois par une suite d'inductions très-vraisemblables sans doute, mais quoique cette méthode soit souvent utile dans la recherche des vérités physiques, elle ne suffirait pas pour mettre à l'abri de toute objection les principes fondamentaux d'une théorie aussi importante que celle de la gravitation. Pour les démontrer d'une manière incontestable, il faudrait prou-

ver que la tendance des planètes vers le soleil suit en effet la même loi dans tous les points de leurs ellipses qu'au périhélie et à l'aphélie, et qu'elle ne varie d'une planète à une autre qu'à raison des distances au soleil, quelle que soit d'ailleurs l'excentricité de leurs orbites. C'est ce que Newton a fait le premier ; il commença par chercher l'expression de la force qui, dirigée vers un centre fixe, fait décrire une ellipse au mobile qu'elle sollicite, et il prouva qu'en effet cette force est réciproque au carré du rayon vecteur. Il fit voir ensuite que la loi de la proportionnalité des carrés des temps aux cubes des grands axes entraîne la conséquence que cette force ne varie d'une planète à une autre qu'à raison de son éloignement du soleil, en sorte qu'elle serait la même pour toutes les planètes placées à égale distance de cet astre (1).

Deux planètes supposées également éloignées du soleil seraient donc attirées vers lui par des forces égales, et, abandonnées à elles-mêmes, elles s'y précipiteraient avec la même vitesse ; l'intensité de la force motrice de chaque planète est donc encore proportionnelle à sa masse, comme les poids des corps matériels à la surface de la terre.

Ces beaux résultats avaient d'abord été déduits par Newton de simples considérations géométriques ; ils ont été pleinement confirmés depuis, lorsque les progrès des sciences mathématiques ont permis d'appliquer à la théorie de la gravitation des méthodes plus savantes. En renversant le problème et en cherchant quelle est

(1) Voir la note 6.

la courbe qu'une force réciproque au carré des distances fait décrire à un mobile, l'analyse qui embrasse dans sa généralité tous les effets dépendants d'une même cause, a montré que cette courbe peut être une section conique quelconque, c'est-à-dire, non-seulement une ellipse, mais encore une parabole ou une hyperbole. La nature de la courbe dépend du rapport qui existe entre le mouvement primitif de projection et la force attractive; sa figure, de la direction suivant laquelle ce mouvement a été imprimé au mobile. Il peut donc exister des astres qui se meuvent sur des orbites paraboliques ou hyperboliques; mais comme ces courbes s'étendent à l'infini, ces astres ne seraient visibles pour nous qu'une seule fois lorsqu'ils reviendraient dans le voisinage du soleil, ils s'éloigneraient ensuite indéfiniment sans que nous pussions les suivre dans l'immensité des cieux. Ils n'auraient donc pas pour l'astronome l'intérêt qui s'attache aux astres qui circulent dans des orbites fermées, les seuls dont les retours soient assurés et dont l'étude puisse être pour nous de quelque utilité.

Newton a étendu aux comètes les lois qui régissent les mouvements des planètes autour du soleil. En effet, on a vu que, dans la partie de leur cours où nous pouvons les observer, la proportionnalité des aires au temps employé à les décrire est exactement observée, ce qui annonce que la force qui les sollicite est dirigée vers le centre du soleil. Leurs orbites sont en général des ellipses très-excentriques, qui se confondent sensiblement avec des arcs de parabole, dont le soleil occupe le foyer, lorsqu'elles se rapprochent de leur périhélie, seul point de leur orbite où nous puissions les apercevoir

la force qui les anime est donc réciproque au carré de leur distance à cet astre. Enfin, la grandeur des aires décrites par leurs rayons vecteurs suppose la loi des carrés des révolutions proportionnels aux cubes des grands axes, ce qui indique que cette force ne varie d'une comète à une autre comète, ou d'une comète à une planète, que par les distances différentes où elles sont du soleil.

Les lois de Kepler s'observent encore dans les mouvements des satellites autour de leurs planètes, et l'on peut en déduire les mêmes conséquences relativement aux forces qui les animent. Les satellites circulent d'ailleurs autour du soleil à très-peu près comme leurs planètes elles-mêmes; sans cela leurs mouvements seraient assujettis à des inégalités très-sensibles que l'observation n'a pas indiquées: ainsi, en même temps que les satellites se meuvent autour de leurs planètes, le système entier de la planète et de ses satellites est emporté d'un mouvement commun dans l'espace et retenu par la même force vers le soleil, en sorte que les mouvements relatifs des satellites, par rapport à la planète, sont les mêmes à très-peu près que si elle était en repos et que si ces satellites n'obéissaient qu'à l'action qu'elle exerce sur eux. Il faut conclure de là que les satellites sont attirés vers le centre du soleil par des forces réciproques aux carrés des distances.

Les planètes, les comètes et les satellites sont donc assujettis à la même loi de gravitation vers le soleil, et cette tendance n'est point particulière à cet astre; on l'observe encore dans l'action des planètes sur les satellites, où elle s'exerce de la même manière. C'est d'ailleurs un principe généralement admis en physique, que la réaction

est toujours égale et contraire à l'action (1); les planètes et les comètes réagissent donc sur le soleil et l'attirent comme elles en sont attirées; les satellites réagissent suivant la même loi sur leurs planètes et sur le soleil, et la gravitation de tous les corps célestes les uns vers les autres doit être regardée comme un principe incontestable qui résulte directement de l'observation de leurs mouvements.

Cette force d'attraction dont sont doués tous les corps du système solaire n'est pas une propriété qui leur appartienne en masse; elle pénètre également toutes leurs

(1) Soit M la masse du soleil, m celle d'une planète quelconque, r leur distance mutuelle, la force motrice produite par l'attraction du soleil sur la planète sera fmM, à l'unité de distance, et $\frac{fm\mathrm{M}}{r^2}$ à la distance r, f représentant un coefficient constant, qui dépend du pouvoir attractif dont la matière est douée. De même, la force motrice du soleil, résultant de l'action de la planète, sera $\frac{fm\mathrm{M}}{r^2}$, et comme ces deux forces sont égales et directement opposées, il s'ensuit que chaque planète exerce sur le soleil une réaction égale et contraire à l'action qu'elle en éprouve. Mais les effets qui résulteront de ces deux actions seront fort différents. En effet, les forces motrices ont pour mesure les produits des vitesses qu'elles produisent dans un instant infiniment petit, par les masses des corps auxquels elles sont appliquées; les vitesses que la même force motrice $\frac{fm\mathrm{M}}{r^2}$ imprimera au soleil et à la planète seront donc réciproquement proportionnelles à leurs masses M et m, et par conséquent les espaces qu'ils parcourront en s'avançant l'un vers l'autre seront entre eux dans le même rapport; or, comme les masses des planètes sont toutes très-petites relativement à celle du soleil, il s'ensuit que l'attraction du soleil produira dans un temps donné des variations considérables dans les positions des planètes, tandis qu'il ne résultera de leur réaction sur cet astre que des déplacements à peu près insensibles.

molécules, et l'on peut admettre désormais au rang des vérités physiques les plus rigoureusement démontrées cette grande loi de la nature, savoir : que *toutes les molécules de la matière s'attirent en raison directe des masses et inverse du carré des distances.*

179. La pesanteur qui fait tomber les corps à la surface de la terre n'est elle-même qu'un cas particulier de cette loi générale. En effet, la pesanteur terrestre est une force de même nature que celle qui sollicite les planètes vers le soleil et les satellites vers les centres de leurs planètes ; elle pénètre de même toutes les parties de la matière ; elle est de même proportionnelle aux masses, et, placés dans le vide, tous les corps que nous connaissons se précipiteraient vers la terre avec la même vitesse, n° 172 ; enfin l'expérience prouve que l'action de la pesanteur diminue à mesure qu'on s'écarte du centre de la terre. Les distances auxquelles il nous est permis d'atteindre sont trop peu considérables, il est vrai, pour que nous puissions déterminer par l'observation la loi de cette diminution, mais nous avons dans le mouvement de translation de la lune autour de la terre, un moyen facile de reconnaître son identité avec celle des attractions célestes. En effet, supposons que la pesanteur terrestre s'étende jusqu'à la lune en suivant la loi de diminution de la gravité, un corps pesant placé à sa surface devra tomber vers la terre précisément de la même hauteur que tomberait dans le même temps la lune abandonnée à elle-même, si la force qui la retient dans son orbite et celle qui fait tomber les corps à la surface de la terre sont deux forces de même nature. Or, c'est ce qu'un calcul très-simple confirme exactement.

En effet, les expériences du pendule montrent que la pesanteur fait décrire aux corps placés près de la surface de la terre $4^m,90448$ dans la première seconde de leur chute; nous supposons que l'intensité de cette force varie en raison inverse du carré des distances au centre de la terre; la distance moyenne de la lune à ce centre est de 60,3141 rayons terrestres; en nommant donc h la hauteur dont un corps placé à la distance de la lune tomberait vers la terre en 1″ de temps, on aura la proportion :

$$(60,3141)^2 : 1 :: 4^m,90448 : h = 0^m,0013482.$$

Comparons cette quantité à la hauteur dont l'attraction fait tomber la lune dans le même intervalle. Soit ABCD (*fig.* 88) l'orbite de la lune, AB l'arc très-petit qu'elle décrit dans une seconde, AM serait la quantité dont elle s'avancerait vers la terre sans la force de projection qui la maintient dans son orbite; c'est donc la hauteur dont l'attraction fait tomber la lune dans une seconde de temps. AM est ce que l'on nomme le *sinus verse* de l'arc AB, en supposant cet arc très-petit et en le désignant par rs, r étant le rayon du cercle ABCD, on a $AM = \frac{1}{2} rs^2$ (1). L'espace angulaire que la lune parcourt dans l'intervalle d'une seconde de temps est de 0″,5490, et le rayon de l'orbe lunaire est de 384221000^m environ. On trouve ainsi : $AM = 0^m,0^m,0013609$, valeur à très-peu près égale à la valeur précédente de h, et qui n'en diffère, on peut le supposer, que par les quantités négligées dans le calcul, telles

(1) Voir la note, pag. 497.

que la force centrifuge de la terre, l'excentricité de l'orbe lunaire, etc.

La lune pèse donc vers la terre comme les corps matériels placés à sa surface. Il en est de même de tous les satellites par rapport à leurs planètes respectives, et des planètes relativement au soleil. La pesanteur terrestre n'est donc qu'un cas particulier d'une propriété attractive dont sont doués tous les corps célestes, et c'est cette analogie remarquée pour la première fois par Newton qui lui fit nommer cette tendance qu'ont tous les corps de la nature les uns vers les autres, *gravitation* ou *pesanteur universelle*.

180. Il resterait à découvrir quelle est la cause inconnue de ce phénomène, à vérifier si c'est en effet une attraction mutuelle que les corps éprouvent, ou s'ils sont soumis à l'action d'une force qui les pousse à se réunir ; il faudrait reconnaître par quels agents l'influence de cette force se transmet, etc. Mais sans s'embarrasser de cette recherche, qui est plus du domaine de la physique que de l'astronomie, il suffit aux géomètres de savoir que tous les phénomènes célestes s'accomplissent en effet comme si cette force d'attraction était réellement une propriété inhérente à la matière, et que la plus légère variation soit dans son intensité, soit dans sa direction vers le centre du soleil, ou des planètes, produirait dans les mouvements des planètes et des satellites des inégalités en désaccord avec tout ce que l'observation nous présente. Nous verrons au contraire qu'il suffit d'introduire l'expression de cette force dans les formules de la mécanique, pour en voir résulter toutes les circonstances des mouvements planétaires, et qu'il n'y a pas une seule

des inégalités reconnues par les astronomes dont on ne soit parvenu à déterminer par ce moyen et les causes et les lois. La théorie a pu même devancer souvent l'observation et découvrir dans les mouvements célestes des inégalités nouvelles qui ne se manifesteront que dans des temps très-éloignés, et qui n'acquerront que par la durée des siècles tout leur développement.

Pour expliquer le double mouvement de translation et de rotation des planètes, qui nous a paru d'abord si compliqué, il suffit de supposer qu'elles ont reçu à l'origine une impulsion primitive qui ne passait pas par leur centre de gravité (1). Le grand principe de la pesanteur universelle une fois admis, on voit ensuite tous les phénomènes célestes s'en déduire sans peine, et l'astronomie physique n'est plus qu'un vaste problème de mécanique dont le géomètre peut suivre les moindres détails avec le seul secours du calcul, tandis que l'astronomie pratique est incessamment occupée à augmenter la masse des bonnes observations, pour fournir à la théorie les données dont elle a besoin pour l'application de ses formules.

En vertu de leur action mutuelle les unes sur les autres, les planètes doivent s'écarter des orbites elliptiques

(1) D'après les lois de la mécanique, si un corps de figure quelconque reçoit une impulsion qui ne passe pas par son centre de gravité, ce centre sera emporté dans l'espace comme si l'impulsion lui était directement appliquée, et le corps prendra autour de ce point le même mouvement que s'il était immobile. En supposant la terre une sphère homogène, on trouve qu'en vertu du rapport qui existe entre la vitesse angulaire de rotation de cette planète et sa vitesse de révolution autour du soleil, la distance de la direction de l'impulsion primitive à son centre a dû être à très-peu près égale à un 160e de son rayon.

qu'elles décriraient, si elles n'étaient soumises qu'à l'action du soleil. C'est ce qui arrive en effet, et le mouvement elliptique supposé par Kepler aux planètes n'est qu'approximatif; une observation plus rigoureuse montre que les mouvements des planètes, des comètes et des satellites sont soumis à des perturbations qui ne peuvent être que l'effet de leurs attractions mutuelles. Cependant, comme les actions des planètes les unes sur les autres sont proportionnelles à leurs masses, et que ces masses sont extrêmement petites relativement aux forces principales qui les animent, elles ne peuvent qu'altérer légèrement la forme et la position des orbites sans en changer la nature et sans troubler sensiblement les lois du mouvement elliptique. C'est, en effet, ce que le calcul et l'observation constatent. Il en est de même des satellites; s'ils n'obéissaient qu'à l'action de leurs planètes respectives, ou si l'action du soleil était identiquement la même sur la planète et sur ses satellites, ils suivraient exactement les lois du mouvement elliptique; mais la différence d'attraction du soleil et leurs actions réciproques causent dans leur marche des inégalités qui sont surtout sensibles dans les mouvements des satellites de Jupiter et dans le mouvement de la lune.

Réunies par leurs attractions mutuelles, les molécules dont les corps célestes se composent ont dû former d'abord une masse à peu près sphérique, mais leur mouvement de rotation a bientôt altéré cette figure, et, en vertu de la force centrifuge, il a dû aplatir leurs pôles et élever leur équateur.

La figure des corps célestes n'étant plus sphérique, la résultante de leurs actions mutuelles n'a plus passé exac-

tement par leur centre de gravité (1), et il a dû en résulter des mouvements qui déplacent insensiblement leurs axes de rotation; c'est ce phénomène qui produit la *précession* des équinoxes et la *libration de la lune*.

Enfin, l'action inégale du soleil et de la lune sur les eaux de l'océan doit y faire naître des mouvements d'oscillation analogues à ceux que nous présente le phénomène du flux et du reflux de la mer.

Ainsi donc, après tant de siècles d'erreurs et de tentatives infructueuses, l'observation attentive des phénomènes conduisit Kepler, il n'y a pas deux cents ans, à déterminer les vraies lois des mouvements des corps célestes, et Newton, par une route plus savante, remontant des effets à leur cause, s'éleva jusqu'à la loi aussi simple que générale de tous ces mouvements. Son génie plein de sagacité découvrit à l'instant le lien secret

(1) Newton, en déterminant par l'analyse le mode d'action des sphères, a été conduit aux résultats suivants : 1° un point situé dans l'intérieur d'une sphère creuse est également attiré de toutes parts, et demeure par conséquent en équilibre en quelque endroit qu'il soit placé, s'il n'est soumis qu'aux attractions des éléments de la sphère, supposées réciproquement proportionnelles au carré des distances. Cette proposition est facile à vérifier. En effet, soit O (*fig.* 92) le point situé dans l'intérieur de la couche sphérique ABCD, considérons les deux éléments Aa et Bb placés aux extrémités de la droite AOB, soient m et m' leurs masses, r et r' leurs distances au point O, les attractions qu'ils exercent sur ce point seront respectivement exprimées par $\frac{m}{r^2}$ et $\frac{m'}{r'^2}$; or, la couche étant partout de même densité et de même épaisseur, les masses m et m' des deux éléments sont entre elles comme leurs bases ou comme les carrés de leurs rayons Aa et Bb. Mais à cause des triangles semblables AOa et BOb, on a $Aa^2 : Bb^2 :: r^2 : r'^2$; on aura donc $m : m' :: r^2 : r'^2$, et par conséquent $\frac{m}{r^2} = \frac{m'}{r'^2}$. Le résultat serait le même, quelle que fût la position de la droite AOB, en sorte qu'à chaque élément A de la couche répond un élément B qui annule

qui les unit entre eux, et en saisit toutes les conséquences; mais l'analyse algébrique n'était point alors assez avancée pour donner à de simples inductions tous les caractères d'évidence nécessaires pour frapper les yeux du vulgaire. Newton laissa à ses successeurs le soin d'achever son ouvrage. Un siècle de travaux a suffi à peine pour accomplir cette tâche; mais à mesure que l'analyse s'est perfectionnée, et que les observations astronomiques ont été plus exactes, les petites différences que pouvaient présenter les résultats de ces deux manières d'arriver à la connaissance des mouvements célestes, ont successivement disparu, et les géomètres ont enfin donné à la loi de la gravitation universelle le plus grand degré de certitude dont les théories humaines soient susceptibles, le parfait accord des conséquences qui s'en déduisent avec les phénomènes observés.

Nous tâcherons d'indiquer dans les chapitres suivants, autant que les bornes de cet ouvrage le permettent, par quelle suite d'heureux efforts ce but a pu enfin être atteint.

son action; l'attraction de la couche entière est donc nulle, et le point O demeure en équilibre.

2° L'attraction qu'une couche sphérique homogène, ou composée de couches concentriques dont la densité varie de l'une à l'autre suivant une loi quelconque, exerce sur un point extérieur, est la même que si sa masse entière était réunie à son centre. Cette proposition est encore vraie pour un corps de figure quelconque, lorsqu'on suppose que la distance du point attiré est extrêmement grande relativement aux dimensions du corps attirant; elle sera donc d'autant plus exacte relativement à un système de corps dont on considérera les actions réciproques, qu'ils seront plus éloignés entre eux et se rapprocheront davantage de la figure sphérique. Nous verrons que, sous ce double rapport, elle convient parfaitement aux corps planétaires et facilite beaucoup le calcul de leurs attractions.

CHAPITRE III.

DU MOUVEMENT ELLIPTIQUE DES PLANÈTES, DE LEURS MASSES ET DE LA PESANTEUR A LEUR SURFACE.

Variations de la force centrale dans les différents points d'une orbite elliptique. — Détermination des masses des planètes qui sont accompagnées de satellites. — Tableau des masses de toutes les planètes, celle du soleil étant prise pour unité. — Densité des planètes. — Intensité de la pesanteur à leur surface.

181. Si les planètes n'obéissaient qu'à l'action du soleil, elles décriraient autour de cet astre des orbites parfaitement elliptiques. Nous avons vu qu'il suffit pour cela que la puissance qui les anime soit une force d'attraction dirigée vers le soleil et croissant en raison inverse du carré des distances, combinée avec la force d'impulsion qui les a mises en mouvement. Suivons les effets que la réunion de ces deux forces doit produire dans les différents points de l'orbite.

Pour qu'un corps sollicité par une force centrale décrive un cercle, il faut, n° 173, 1° que la direction de l'impulsion qui lui est imprimée à l'origine du mouvement soit perpendiculaire au rayon vecteur qui joint ce corps au foyer de la force attractive ; 2° que la force centrifuge qui en résulte, et qui a pour mesure *le carré de la vitesse du mobile divisé par le rayon vecteur*, p. 498, soit égale à la force centrale. Si ces deux conditions ne sont pas remplies, l'orbite, quelle que soit sa nature, s'éloi-

gne de la forme circulaire. Cela posé, considérons une planète M en mouvement sur l'ellipse AMBM' (*fig.* 93).

A l'aphélie B, les directions de la force centrale et du mouvement de la planète, ou de sa force d'impulsion, sont perpendiculaires l'une à l'autre; la courbe décrite serait donc un cercle si la force attractive au point B était égale au carré de la vitesse divisé par le rayon vecteur FB; mais si, comme nous le supposons, elle dépasse cette limite, la planète, en vertu de la supériorité de la force centrale, se rapprochera du foyer F plus qu'elle ne ferait dans le cercle. Il arrivera ainsi que la planète, étant plus voisine du soleil, en éprouvera une plus forte attraction; mais par l'accroissement de cette force, la vitesse de la planète sera nécessairement augmentée. Or, le calcul montre que cette vitesse croît dans un plus grand rapport que la force d'attraction; il y aura donc un point où le carré de la vitesse divisé par le rayon vecteur de la planète atteindra la force centrale qui le surpassait d'abord.

Soit M le point où cette égalité a lieu; si l'angle FMT que forme la direction du mouvement de la planète avec le rayon vecteur FM, était droit, la planète continuerait à se mouvoir sur une circonférence de cercle; mais cet angle est alors d'autant plus aigu que l'excentricité de l'ellipse est plus grande (1); la résultante de la force de projection et de la force centrale se rapproche ainsi du rayon vecteur et tend à le diminuer de plus en plus. La planète continue donc à se rapprocher du soleil; arrivée au périhélie A, elle s'en trouve à sa plus courte distance; la force centrale a acquis alors sa plus grande valeur; et comme sa direction forme un angle droit avec

(1) *Voir note* 6.

celle de la force de projection, la planète, à partir de ce point, prendrait un mouvement circulaire autour du foyer F, si la force centrale était demeurée égale au carré de la vitesse divisé par le rayon vecteur, comme elle l'était au point M. Mais cette quantité ayant continué à augmenter, à partir de ce point, d'une manière plus rapide que la force centrale, elle la surpasse de beaucoup quand la planète arrive au périhélie A ; et la force d'attraction étant ainsi inférieure à ce qu'elle devrait être dans le cercle, la planète s'éloigne du foyer plus qu'elle ne le ferait dans ce cas. La distance de la planète au soleil augmentant, la force attractive et la vitesse diminuent en même temps ; mais cette diminution étant plus rapide pour la seconde quantité que pour la première, il se trouve bientôt un point M′ où la force centrale est égale au carré de la vitesse divisé par le rayon vecteur ; l'orbite deviendrait alors circulaire si la direction du mouvement de la planète et le rayon vecteur FM′ étaient perpendiculaires l'une à l'autre ; mais l'angle FM′T′ étant alors d'autant plus obtus que l'orbite est plus excentrique, la résultante de la force centrale et de la force de projection tend à augmenter le rayon vecteur FM′ ; la planète continue donc à s'éloigner du soleil, et arrive à l'aphélie B, où elle est à la plus grande distance de cet astre. La force attractive et la vitesse ont alors atteint le *minimum* de leurs valeurs, leurs directions sont perpendiculaires l'une à l'autre ; mais la vitesse ayant continué depuis le point M′ à diminuer plus rapidement que la force centrale, celle-ci au point B est devenue beaucoup plus grande que le carré de la vitesse divisé par le rayon vecteur FB ; elle l'emporte donc sur la force centrifuge qui aurait lieu dans

le cercle, et tend à rapprocher du foyer d'attraction la planète qui recommence par conséquent à décrire l'ellipse AMBM'.

On voit ainsi comment l'attraction du soleil, combinée avec une vitesse d'impulsion quelconque imprimée aux planètes et aux comètes à l'origine des temps, suffit pour expliquer leurs mouvements de translation dans des courbes elliptiques, sans qu'on soit obligé d'admettre que la force qui les anime, les attire vers le soleil dans une partie de l'orbite, et les en écarte dans l'autre, comme le supposaient les premiers adversaires du système de la gravitation, et ce qui serait, en effet, contre toute vraisemblance. L'attraction tend continuellement à rapprocher les planètes du soleil; mais leur vitesse de projection, dirigée selon la tangente à la trajectoire qu'elles décrivent, tend à les en éloigner, et elles reviennent vers cet astre ou s'en écartent tour à tour, selon que l'une des deux forces domine l'autre.

Quant à la nature de l'orbite décrite, l'analyse montre que cette courbe peut être une *ellipse*, une *parabole* ou une *hyperbole*, selon le rapport qui avait lieu entre la vitesse initiale et la distance de la planète au soleil, à l'origine du mouvement. Il peut donc exister dans le système du monde des astres qui ne seront visibles pour nous qu'une seule fois, parce qu'à l'origine de leurs mouvements ils se sont trouvés dans les conditions nécessaires pour décrire ou une parabole ou une hyperbole. Sans doute la plupart des comètes que nous observons sont dans ce cas, et c'est pour cela que le nombre de celles dont nous connaissons le retour périodique est si restreint.

L'analyse fournit des formules au moyen desquelles on

calcule les éléments des orbites des comètes, d'après trois de leurs positions observées pendant la durée de leur apparition. Quant aux éléments des orbites planétaires, nous avons indiqué, dans le chap. VI, Ire partie, les moyens qu'un observateur, dépourvu de tout secours étranger, pourrait suivre pour déterminer leurs premières valeurs approchées ; mais aujourd'hui ces valeurs sont suffisamment connues, et comme les planètes ne sont jamais à d'assez grandes distances de la terre pour échapper aux instruments astronomiques, on a pu répéter les observations autant qu'on l'a jugé convenable, et par des corrections successives on est parvenu à fixer ces éléments avec toute la précision désirable.

Le principe de la gravitation fournit un moyen très-simple de déterminer les masses des planètes qui sont accompagnées de satellites.

Représentons par M et m les masses de deux planètes, accompagnées chacune d'un satellite. Soient R et r les distances des satellites au centre de leurs planètes respectives, T et t les durées de leurs révolutions ; la gravité étant en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances, les forces qui sollicitent chaque satellite vers le centre de sa planète seront respectivement $\frac{M}{R^2}$ et $\frac{m}{r^2}$; mais si l'on suppose que les orbites que décrivent les satellites sont des cercles, les forces centrales qui les animent doivent être égales à leurs forces centrifuges ; ces dernières forces sont entre elles dans le rapport de $\frac{R}{T^2}$ à $\frac{r}{t^2}$, no 173; on aura donc la proportion :

$$\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$$

d'où

$$M : m :: \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}.$$

On conclura de cette proportion le rapport de m à M, puisque celui de r à R et de t à T est supposé connu.

On peut déterminer ainsi le rapport de la masse de Jupiter ou de Saturne à celle de la terre. On pourrait aussi évaluer de la même manière le rapport de la masse d'une planète, accompagnée d'un satellite, à celle du soleil; il suffirait de supposer que, dans la proportion précédente, M représente la masse du soleil, m celle de la planète, R sa distance moyenne au soleil, T la durée de sa période, r et t les mêmes quantités relatives au satellite.

Cette méthode suppose que l'on néglige la masse du satellite par rapport à celle de la planète. Mais comme la masse de la lune est trop considérable pour permettre cette hypothèse sans erreur sensible, on a préféré suivre une méthode particulière pour déterminer la masse de la terre. On a comparé pour cela la hauteur dont la terre tombe dans une seconde vers le soleil, en vertu de son mouvement annuel autour de cet astre, à la hauteur dont la pesanteur fait tomber les corps à la surface de la terre dans le même intervalle. En effet, la vitesse de la terre dans son orbite dépend de l'action du soleil; en réduisant l'action de la terre sur les corps placés à sa surface, à la distance moyenne de la terre au soleil, on connaîtra les effets que les attractions de la terre et du soleil produiraient sur des corps placés à la même distance de leurs centres de gravité respectifs; on pourra par conséquent en déduire le rapport de leurs masses, puisque les attractions exercées sont proportionnelles à ces masses.

Quant aux planètes qui n'ont pas de satellites, on ne peut apprécier la grandeur de leurs masses que par les

effets qu'elles produisent. Or, la force attractive qu'exerce une planète donnée sur une autre planète, est proportionnelle à sa masse; on conçoit donc qu'en comparant les perturbations dues à cette action, et que l'observation a indiquées dans les mouvements planétaires, aux formules de la théorie, on en pourra déduire le rapport de la masse de la planète à celle du soleil. Cette manière de déterminer les masses a l'avantage de s'appliquer également à toutes les planètes, et elle serait probablement la plus certaine de toutes celles qu'on peut employer pour les obtenir, si la grandeur des diverses inégalités planétaires nous était suffisamment connue.

Voici, d'après les évaluations les plus récentes, les valeurs des masses des planètes, comparées à celle du soleil, prise pour unité (1). La masse de Jupiter est probablement celle d'entre elles qui est la mieux connue. La masse de Mercure est celle qui laisse le plus à désirer, et l'on n'a pu même l'obtenir jusqu'ici que d'une manière empirique; mais comme cette masse est très-petite, et que les inégalités qui en résultent sont par conséquent très-peu considérables, on voit que l'incertitude qui reste encore à cet égard est sans nulle importance.

Masses des planètes.

Mercure.	$\frac{1}{1909706}$.
Vénus.	$\frac{1}{401839}$.
La Terre.	$\frac{1}{354594}$.
Mars.	$\frac{1}{2680337}$.

(1) Voir la Théorie analytique du système du monde, tome 3e, p. 341.

Jupiter. . . . . $\frac{1}{1048,69}$.
Saturne. . . . . $\frac{1}{3512}$.
Uranus. . . . . $\frac{1}{17918}$.

On voit que la masse de Jupiter, la plus considérable de toutes les planètes, est moindre que un *millième* de celle du soleil, et les masses réunies des principaux corps du système planétaire, ne formeraient guère que la 800e partie de cet astre.

Quant aux masses des comètes, elles sont extrêmement petites par rapport à celles des planètes, et paraissent être d'une nature toute différente.

On conçoit d'après cela que l'action mutuelle des planètes les unes sur les autres est très-faible relativement à celle du soleil. Pour que ces actions devinssent comparables, il faudrait que deux planètes approchassent à une extrêmement petite distance l'une de l'autre, ce qui n'arrive pas dans notre système planétaire. L'attraction mutuelle des planètes ne peut donc causer que de légères inégalités dans leurs mouvements respectifs, mais sans en altérer la nature. Les comètes, au contraire, parcourant l'espace dans toutes les directions, peuvent s'approcher assez près des planètes pour que leur action contre-balançant celle du soleil, les lois de leurs mouvements et la nature même de leurs orbites en soient entièrement changées. Ainsi, d'*elliptique* qu'il était, l'orbe d'une comète pourrait devenir *parabolique* ou *hyperbolique*. Nous verrons, en parlant des perturbations des comètes, que le système solaire semble nous avoir déjà présenté un exemple d'un semblable changement.

183 La densité d'un corps dépend de la quantité de par-

ties matérielles qu'il renferme sous un volume donné, c'est proprement le rapport de sa masse à son volume ; si l'on regarde donc les planètes comme des corps à peu près sphériques, ce qui permet de supposer leurs volumes proportionnels aux cubes de leurs rayons, leurs densités seront entre elles comme leurs masses divisées par les cubes de leurs rayons. On pourra donc, lorsqu'on connaîtra par l'observation les diamètres apparents des planètes, déterminer les rapports de leurs densités à celle du soleil.

Ainsi, par exemple, nous avons vu, n° 43, que le demi-diamètre du soleil est 110 fois environ celui de la terre ; il est aisé d'en conclure que la densité moyenne du soleil étant prise pour unité, celle de la terre sera exprimée par la fraction $\frac{(110)^3}{354594}$ ou 3,75 environ, c'est-à-dire que la densité moyenne de la terre surpasse quatre fois à peu près celle du soleil. On a trouvé par une comparaison semblable que la moyenne densité de Jupiter était la même environ que celle de cet astre, et que la densité de Saturne n'en était que la moitié. Les densités des planètes décroissent donc à mesure qu'elles sont plus éloignées du soleil ; cependant cette règle ne paraît pas sans exception, et la densité d'Uranus, par exemple, semble être plus grande que celle de Saturne ; mais il faudra que la masse de cette planète et ses diamètres apparents aient été mieux déterminés pour décider cette question.

184. On peut encore déterminer les intensités de la pesanteur à la surface du soleil et des planètes, lorsque les rapports de leurs masses et de leurs diamètres apparents sont connus. En effet, en regardant le soleil et les pla-

nètes comme des corps sphériques, et en faisant abstraction de leur mouvement de rotation, l'attraction qu'ils exercent sur un point de leur surface, est proportionnelle à leurs masses divisées par les carrés de leurs rayons. On a trouvé ainsi que la pesanteur à la surface du soleil est vingt-neuf fois et demie plus grande que celle qui a lieu sur la terre. Ainsi, le même corps, transporté sur cet astre, y pèserait vingt-neuf fois et demie davantage que sur la terre; il pèserait 2,7 ou trois fois environ son poids à l'équateur de Jupiter, 1,15 sur Mercure, etc. Les vitesses que la pesanteur communique aux corps dans un temps donné, augmentent dans la même proportion: ainsi ils décriraient 145 mètres à peu près à la surface du soleil et 14 mètres à la surface de Jupiter, dans la première seconde de leur chute.

Le principe de la gravitation ne se borne donc pas à nous découvrir les lois des mouvements que nous observons dans les cieux; il nous dévoile des phénomènes que les immenses distances qui nous séparent des corps célestes semblaient interdire à notre intelligence. La mesure de la densité des planètes et du soleil, et celle de l'attraction que ces corps exercent sur les points de leur surface, sont deux exemples très-propres à nous montrer combien les résultats que nous pouvons déduire de la connaissance du principe sur lequel repose la constitution de l'univers, surpassent en étendue ceux que nos faibles moyens d'observation nous permettent d'atteindre.

CHAPITRE IV.

INÉGALITÉS PLANÉTAIRES.

Moyens qu'offre la constitution du système solaire pour simplifier leur recherche. — Inégalités périodiques. — Inégalités séculaires. — Invariabilité des grands axes et des moyens mouvements. — Stabilité du système solaire. — Grande inégalité de Jupiter et de Saturne. — Plan invariable.

185. Nous avons dit que l'observation attentive du mouvement des planètes avait montré qu'elles ne se meuvent pas rigoureusement dans des ellipses, et qu'elles sont soumises à des écarts plus ou moins considérables que nous avons nommés inégalités, et dont la précision des observations oblige à tenir compte lorsqu'on veut déterminer leur véritable position. Nous venons de voir que la loi de la gravitation universelle explique d'une manière très-simple ces perturbations. En effet, l'attraction est une propriété générale qui appartient à tous les corps célestes; l'action réciproque qu'ils exercent les uns sur les autres doit donc altérer les mouvements qu'ils auraient, s'ils n'obéissaient qu'à l'action du soleil. Les orbites des planètes ou des comètes, et celles que les satellites parcourent autour de leurs planètes, ne seront donc pas des ellipses parfaites, comme cela aurait lieu

pour une planète isolée qui circulerait autour du soleil ; les courbes que ces astres décriront seront d'autant plus compliquées, qu'on aura à considérer l'action perturbatrice d'un plus grand nombre de corps, et c'est une question d'analyse qui a longtemps exercé la sagacité des géomètres que celle où l'on se propose de déterminer les courbes que doivent décrire les planètes et les comètes lorsque l'on connaît les causes qui troublent leurs mouvements elliptiques.

Ce problème, dans toute sa généralité, présenterait par sa complication des difficultés insurmontables, et ce n'est qu'en le simplifiant qu'on a pu entreprendre de le résoudre. On a su profiter pour cela des facilités qu'offraient la figure des corps célestes et la disposition des différentes parties du système solaire. Les grandes distances qui séparent les planètes entre elles effacent les causes secondaires qui pourraient contrarier leurs mouvements, pour ne laisser subsister que les effets des forces principales qui les animent ; leur forme presque sphérique et la petitesse de leurs dimensions relativement à leurs distances mutuelles, font que leurs actions sont à très-peu près les mêmes que si leurs masses étaient réunies dans leurs centres de gravité (1). Il en résulte que lorsqu'on n'a égard qu'à leur mouvement de translation, on peut faire abstraction de leur figure, et regarder les planètes et les satellites comme un assemblage de points matériels sur lesquels sont concentrées les masses entières des corps qu'ils représentent.

La faible excentricité des orbites planétaires et la pe-

(1) Voir la note page 523.

titesse de leur inclinaison à l'écliptique facilitent beaucoup la recherche de leurs perturbations; mais de toutes les circonstances que présente la disposition du système du monde, la plus favorable, sans contredit, à la solution de ce problème est celle qui provient de ce que les forces qui troublent les mouvements elliptiques des planètes, des comètes et des satellites, étant en général très-petites relativement aux forces principales qui les animent, leur action ne fait que causer, dans les mouvements de ces astres, de légères altérations, sans pouvoir changer leur nature. Il en résulte que dans une première approximation on peut négliger tout à fait l'action des forces perturbatrices; les orbites des planètes, des comètes et des satellites sont alors des ellipses parfaites, et nous avons vu, n° 181, que l'analyse fournissait toutes les données nécessaires pour en déterminer les éléments par l'observation. On considère ensuite, dans une seconde approximation, les termes que les forces perturbatrices introduisent dans les formules, en négligeant tous les termes qui renferment les carrés ou les puissances supérieures de ces forces; cette seconde expression suffit à la plupart des cas. Si cela est nécessaire, cependant, on peut dans une troisième approximation avoir égard aux carrés et aux produits des forces perturbatrices, et, en continuant ainsi, on parvient, par des approximations successives, à assigner le lieu de la planète avec une exactitude qui peut surpasser celle des observations les plus précises.

Cette manière de procéder à la solution d'un problème par des essais d'une exactitude toujours croissante, lorsque la solution directe surpasserait les forces de l'analyse, est

d'un usage très-commun dans toutes les parties des mathématiques. Elle semble éminemment appropriée à notre faiblesse, qui, en s'élevant par degrés insensibles, ne trouve cependant rien dans la nature qu'elle n'ose aborder.

186. Les inégalités du mouvement elliptique des planètes, résultant de leur action mutuelle les unes sur les autres, se divisent en deux classes distinctes. Les premières, dont l'accroissement est très-lent, ne se rendent sensibles à l'observateur qu'après un espace de temps considérable. On les a nommées par cette raison *inégalités séculaires;* les autres, plus rapides dans leur marche, sont simplement *périodiques;* c'est-à-dire qu'après avoir été en croissant pendant un certain temps, elles vont ensuite en diminuant, et ne produisent sur la position de la planète que des changements alternatifs.

Les inégalités périodiques ne dépendent que des lieux qu'occupent dans l'espace les différents corps du système solaire, et reprennent les mêmes valeurs toutes les fois que ces corps reviennent à la même situation respective. Les variations périodiques affectent donc simplement les positions des planètes dans leurs orbites, tandis que les variations séculaires affectent les éléments mêmes de ces orbites (1). On peut donc regarder les variations périodiques comme de légères corrections à faire à la position

(1) Soit ACB (fig. 94) l'orbite elliptique d'une planète, qui par l'effet des variations séculaires peut, par des nuances insensibles, devenir AC'B, le grand axe AB demeurant invariable. V. n° 187. On se représentera le mouvement vrai de la planète, en imaginant qu'elle se meut autour d'un astre fictif qui décrit la courbe ACB suivant les lois du mouvement elliptique, sur le contour d'une petite orbite *abc* dont la nature dépend des inégalités périodiques dont la planète est affectée.

de la planète calculée sur son orbite elliptique corrigée de ses variations séculaires, et en les introduisant sous cette forme dans les tables, on aura d'une manière très-simple le lieu vrai de la planète.

Les inégalités séculaires affectent, comme nous l'avons vu et d'une manière continue, les dimensions et les positions des orbites, en sorte qu'il pourrait arriver que, dans les siècles futurs, le système planétaire en fût entièrement bouleversé. Comme ces variations sont extrêmement lentes et ne se manifestent qu'après un grand nombre de siècles, l'observation ne pourrait rien apprendre sur la marche de ces inégalités, et la théorie seule peut satisfaire à cette importante question. Les géomètres ont donc dû l'étudier avec une attention spéciale, et ils sont arrivés à des résultats très-satisfaisants, en montrant qu'en vertu de la constitution particulière du système solaire, les inégalités séculaires des éléments qui influent principalement sur la forme et les dimensions des orbites, sont alternatives comme les inégalités périodiques; leur effet seulement est beaucoup plus lent à se manifester, en sorte que la permanence du système entier le maintiendra éternellement par la suite des siècles dans l'état où il est aujourd'hui.

187. La stabilité du système solaire repose sur les deux conditions suivantes : 1° que les valeurs moyennes des grands axes des orbites planétaires demeurent invariablement les mêmes; 2° que les inclinaisons et les excentricités ne soient pas assujetties à des variations qui écartent considérablement ces orbites de la disposition et de la forme qu'elles ont aujourd'hui.

On conçoit, en effet, que si les grands axes étaient

soumis à des inégalités croissant progressivement avec le temps, la figure des orbites pourrait s'altérer considérablement par la suite des siècles, quoique ces changements ne fussent pas sensibles pour nous depuis le peu de temps où les observations ont acquis une précision suffisante. Le grand axe, en croissant ou en diminuant successivement, pourrait changer l'orbite elliptique d'une planète en une parabole, ou la réduire à se précipiter dans le soleil. Une conséquence non moins importante d'une semblable variation, et dont les effets se feraient encore beaucoup plus promptement sentir, serait ceux qui en résulteraient sur les durées des révolutions planétaires. En effet, il est aisé de se convaincre, par la troisième loi de Kepler, qu'une variation proportionnelle au temps, dans l'expression du grand axe, en produit une proportionnelle au carré du temps dans la durée de la révolution de la planète (1). L'accroissement progressif du grand axe sera donc infiniment plus sensible sur le temps périodique de la planète que

(1) Soit T le temps d'une révolution sidérale d'une planète, a le demi-grand axe de son orbite, la distance moyenne de la terre au soleil étant prise pour unité, T′ l'année sidérale; on aura $T^2 : T'^2 :: a^3 : 1$, d'où l'on tire $T = a^{\frac{3}{2}} T'$. En supposant donc que l'expression du demi-grand axe contienne une inégalité proportionnelle à T′, il en résultera dans $a^{\frac{3}{2}}$ un terme de la forme AT′, et par suite dans T un terme de la forme AT'^2. En sorte que si la variation du grand axe croît comme le temps, la variation du temps périodique croîtra comme le carré du temps, et par conséquent d'une manière beaucoup plus rapide. Ainsi, par exemple, les variations du grand axe au bout du premier, du second, du troisième siècle, seront représentées par la suite des nombres 1, 2, 3, etc., tandis que les variations de la durée des périodes seront entre elles comme les nombres 1, 4, 9, etc.

sur la figure de son orbite, et il en résultera dans son moyen mouvement des inégalités qui pourront devenir très-considérables lorsqu'on comparera les observations anciennes aux modernes. C'était donc une question fort intéressante à examiner par la théorie que celle de savoir à quel genre d'inégalités l'expression des grands axes des orbes planétaires pouvait être assujettie. Cette recherche a conduit à l'important résultat dont voici l'énoncé : *Les grands axes des orbites et les durées des révolutions ne sont soumis à aucune inégalité séculaire ou susceptible de croître indéfiniment avec le temps.* Ils ne sont assujettis qu'à des inégalités périodiques qui, dépendant uniquement de la configuration du système, reprendront les mêmes valeurs toutes les fois que les corps qui le composent reviendront aux mêmes positions respectives, soit entre eux, soit par rapport à leurs nœuds et à leurs périhélies.

C'est cette propriété très-importante qu'on désigne ordinairement sous le nom de l'*invariabilité des grands axes et des moyens mouvements planétaires ;* on voit qu'elle n'exige pas que les grands axes des orbites soient rigoureusement inaltérables, et les observations faites à diverses époques peuvent indiquer des différences sensibles dans les durées des révolutions et dans la grandeur des grands axes des orbites, mais ces différences seront alternatives, et après avoir été en augmentant pendant un certain temps, les grands axes iront ensuite en diminuant, ce qui assure l'invariabilité de leurs valeurs moyennes.

Les résultats précédents s'appliquent à tous les corps de notre système planétaire; mais c'est surtout dans la théo-

rie de la terre que leur importance se fait sentir, à cause de l'influence que les inégalités de son moyen mouvement auraient sur la durée de l'année sidérale, élément que les astronomes ont toujours regardé comme invariable, et qui sert de base aux calculs de toutes les tables des mouvements célestes. Il était difficile de constater cette invariabilité par la comparaison des observations, parce que les modernes comprennent un trop court intervalle de temps, et que les anciennes sont trop peu exactes pour en conclure rien de certain sur une donnée aussi délicate; mais la théorie a montré d'une manière incontestable que l'année sidérale n'avait jamais subi aucune altération provenant de cette cause que la suite des siècles ait pu rendre sensible.

188. La stabilité du système du monde est donc parfaitement assurée sur ce point. Considérons maintenant les variations des excentricités et des inclinaisons. Ces deux éléments ne sont plus, comme les grands axes, assujettis à de simples inégalités périodiques; ils sont soumis à des inégalités indépendantes de la situation mutuelle des corps du système, et, par conséquent, la forme des orbites et la position des grands axes peuvent éprouver dans la suite des altérations considérables. Mais, si les excentricités et les inclinaisons étaient susceptibles de croître indéfiniment, les orbites, aujourd'hui presque circulaires, pourraient devenir à la longue très-excentriques, et finir même par changer totalement de nature. De même, les plans de leurs orbites dont les inclinaisons mutuelles sont peu considérables pourraient s'écarter indéfiniment les uns des autres, et le zodiaque devrait être successivement élargi pour renfermer les orbites de toutes les

planètes, ou bien la zone qui le contient, se resserrant de plus en plus, finirait par se réduire à un seul et même plan. Mais le calcul montre que ces changements sont à jamais impossibles; par cela seul que toutes les planètes tournent dans le même sens autour du soleil, les variations séculaires des excentricités et des inclinaisons augmentent et diminuent successivement, en sorte que les orbites planétaires s'approchent ou s'écartent insensiblement de la forme circulaire, et leur inclinaison à l'écliptique augmente ou diminue alternativement; mais ces variations seront toujours comprises entre d'étroites limites qu'elles ne peuvent pas dépasser. Les excentricités et les inclinaisons demeureront donc très-petites dans tous les temps, comme elles le sont aujourd'hui, et les orbites planétaires conserveront la forme à peu près circulaire, et seront toujours renfermées dans une zone étroite de la sphère céleste. Les grands axes demeureront constamment de la même grandeur, et les moyens mouvements uniformes, autant, du moins, que l'on n'a égard qu'aux perturbations qu'ils peuvent éprouver par l'action réciproque des différents corps du système. Il est donc impossible que l'orbite d'une planète ait différé sensiblement de ce qu'elle est aujourd'hui, ni qu'une planète ait été autrefois ou puisse un jour devenir comète; l'écliptique, par la même raison, ne coïncidera jamais avec l'équateur, et les limites des variations de son obliquité ne peuvent excéder *trois* degrés.

189. Ainsi donc, le système solaire ne fait qu'osciller autour d'un état moyen, dont il ne s'écarte jamais que d'une très-petite quantité. Les seuls changements considérables que peuvent éprouver les orbites planétaires

sont relatifs à la position des périhélies et des nœuds. En effet, les variations séculaires des deux éléments qui déterminent ces points ne sont pas limitées comme celles des excentricités et des inclinaisons, et elles peuvent, dans l'intervalle de plusieurs milliers de siècles il est vrai, embrasser la circonférence entière. Ainsi, nous avons vu que le périhélie de l'orbe terrestre a présentement un mouvement direct de 36″,44 par année, et en remontant par le calcul à l'époque où, en vertu de ces variations, le périgée solaire coïncidait avec l'équinoxe du printemps, nous avons trouvé, n° 37, que cette coïncidence avait dû avoir lieu 3976 ans avant le commencement de notre ère, époque qui diffère peu de celle que la plupart des chronologistes assignent au commencement du monde. Cette faculté donnée aux géomètres, de remonter ainsi à tous les états passés et futurs du système solaire, par l'application de la loi de la gravitation universelle, est sans doute l'un de ses plus merveilleux résultats.

Le tableau suivant présente les variations séculaires des éléments elliptiques des planètes principales. On peut par une simple proportion en déduire les variations de chaque élément pour un intervalle de temps quelconque, et à l'aide de la table n° 114, qui donne les valeurs de ces éléments au commencement de ce siècle, on en conclura leurs valeurs correspondantes à une époque déterminée. Ce tableau est calculé pour 1801, le signe — marque une diminution, ou un mouvement contraire à l'ordre des signes du zodiaque. On voit que les nœuds des orbites ont tous un mouvement rétrograde, tandis que les périhélies, celui de Vénus excepté, ont un mouvement direct.

Variations en 100 *années juliennes, ou* 36,525 *jours.*

	PLANÈTES.	EXCENTRICITÉS.	LONGITUDE DU PÉRIHÉLIE.	MOUVEMENT SÉCULAIRE DU NŒUD.	VARIATION SÉCULAIRE DE L'INCLINAISON.
☿	Mercure. . .	0,000003867	643″,56	— 782″,27	+ 18″,1828
♀	Vénus. . . .	—0,000062711	— 267 ,60	— 1869 ,80	— 4 ,5522
⊕	La Terre. .	0,000041632	1177 ,81	. . . . .	. . . . .
♂	Mars.	0,000090176	1582 ,43	— 2323 ,44	— 0 ,1523
♃	Jupiter. . . .	0,000159350	663 ,86	— 1577 ,57	— 22 ,6087
♄	Saturne. . .	—0,000312402	1043 ,07	— 2266 ,46	— 15 ,5131
♅	Uranus. . . .	—0,000025072	238 ,62	— 3597 ,96	3 ,1531

190. La propriété qu'ont les grands axes et les moyens mouvements planétaires de demeurer invariables, tandis que les cinq autres éléments de leurs orbites elliptiques changent progressivement avec le temps, constitue un théorème des plus remarquables dans le système du

monde. Ce résultat, parfaitement confirmé par l'analyse, suppose seulement que les moyens mouvements des corps du système ne sont pas entre eux dans un rapport commensurable, ce qui, en effet, n'a pas lieu dans notre système planétaire. Cependant, si le rapport des moyens mouvements de ces planètes, sans être absolument celui de deux nombres entiers, approchait beaucoup de la commensurabilité, il en résulterait, dans les expressions des longitudes de chacune de ces deux planètes, une inégalité qui, croissant avec une grande lenteur, pourrait faire penser que leurs moyens mouvements ne sont pas uniformes, et qu'ils sont affectés d'inégalités du genre de celles que nous avons nommées inégalités séculaires (1). C'est ce qui est arrivé pour Jupiter et Saturne; la comparaison des observations anciennes et modernes avait indiqué clairement que le mouvement du premier de ces astres se ralentit tandis que celui du second s'accélère de siècle en siècle. Pour tenir compte de ce chan-

(1) Les inégalités périodiques sont généralement composées de termes de cette forme $Q \frac{\sin}{\cos} \left\{ Nt + P \right\}$; Q est le coefficient de l'inégalité, Nt en est l'argument. L'inégalité change de valeur et même de signes comme le sinus ou le cosinus qui entre dans son expression; elle atteint sa plus grande valeur quand ce sinus ou ce cosinus est égal à l'unité, l'inégalité est alors égale à Q; elle est nulle quand ce sinus ou ce cosinus se réduit à zéro. La grandeur de l'inégalité dépend de son coefficient Q; sa période, c'est-à-dire le temps qu'elle emploie à revenir à la même valeur après avoir passé par toutes les valeurs intermédiaires qu'elle est susceptible de prendre, dépend de l'argument Nt. Le coefficient Q est ordinairement de cette forme $\frac{M}{N}$, c'est-à-dire que le coefficient de chaque inégalité a pour diviseur le facteur qui multiplie le temps t sous le signe sinus ou cosinus ; quant à la valeur de N, elle a pour expression générale $N = in + i'n' + i''n'' +$, etc. en désignant par n, n', n'', etc., les

gement, les astronomes avaient introduit dans les tables de ces deux planètes, deux inégalités, croissantes comme le carré du temps, et dont ils avaient déterminé la grandeur par les observations. La première a été fixée par Halley, à 34″,41 pour le premier siècle, à partir de 1700, et elle doit s'ajouter au moyen mouvement de Jupiter; la seconde s'élève à 1′23″41, et doit être soustraite du moyen mouvement de Saturne. On devait penser naturellement que ces inégalités résultaient de l'action réciproque des deux planètes l'une sur l'autre; mais les géomètres les plus distingués, Euler, d'Alembert, Lagrange, cherchèrent vainement à les rattacher au principe de la gravitation universelle. Ce fut Laplace qui en découvrit le premier la véritable cause dans le rapport très-remarquable qui existe entre les moyens mouvements des deux planètes, et en vertu duquel cinq fois le moyen mouvement de Saturne est à très-peu près égal au double du mouvement moyen de Jupiter.

La théorie indique encore que les deux grandes inéga-

moyens mouvemens des planètes m, m', m'', etc., dont on considère l'action mutuelle, et par i, i', i'', etc., des nombres entiers quelconques; on conçoit donc que si N devient une quantité très-petite par les rapports de commensurabilité qui peuvent exister entre les moyens mouvements des différentes planètes, l'inégalité qui aura cette très-petite quantité pour diviseur pourra devenir considérable. Ainsi, par exemple, le moyen mouvement de Jupiter étant de 109256″,3, et celui de Saturne de 43996″,7, dans une année julienne de 365j,25; cinq fois la seconde quantité est à très-peu près égale à deux fois la première. En effet, en nommant respectivement n et n' ces deux quantités on a $5n' - 2n = 1470''$,9 qui n'est presque que la centième partie de n; les inégalités qui dépendent de l'argument $(5n' - 2n)\,t$, doivent donc devenir très-sensibles dans les mouvements des deux planètes comme cela a lieu en effet.

lités de Jupiter et Saturne sont liées entre elles par une équation de condition ; de sorte que si le mouvement de Jupiter se ralentit par l'action de Saturne, le mouvement de Saturne doit s'accélérer et réciproquement, conformément aux observations ; enfin le rapport du retardement de Jupiter à l'accélération de Saturne, est à très-peu près celui que l'observation indique, ce qui prouve que ces inégalités sont bien dues à l'action mutuelle de ces deux planètes l'une sur l'autre. On peut aisément se représenter l'effet contraire produit dans les mouvements de Jupiter et Saturne par leur action réciproque, en supposant qu'en vertu de leurs deux grandes inégalités, leurs orbites respectives oscillent autour d'un état moyen dont elles s'écartent tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé. Si, par exemple, ABC (*fig.* 95) représente l'orbite moyenne de Jupiter, et que tous ses éléments variant à la fois, cette orbite s'allonge et se renfle de manière à prendre la forme A'C'B', le mouvement de la planète semblera s'être ralenti ; si, pendant le même temps, l'orbite de Saturne s'est rétrécie, on remarquera une accélération dans le mouvement de cette dernière planète. Des effets contraires auront lieu lorsque l'allongement ou le rétrécissement des deux ellipses se feront dans le sens inverse.

Ce ralentissement et cette accélération ne se conserveront pas toujours les mêmes, leur grandeur variera comme leur sens dans les siècles futurs. En 1790, les grandes inégalités des deux planètes étaient nulles, elles ont toujours été en croissant depuis cette époque ; le mouvement de Jupiter se ralentissant et le mouvement de Saturne s'accélérant continuellement, elles change-

ront de sens dans 464 ans, ce sera Jupiter qui s'accélérera et Saturne qui se ralentira. La période totale de ces deux grandes inégalités est de 929 ans; leur grandeur, dans son *maximum*, est de 20′ à peu près pour Jupiter et de 48′ pour Saturne, mais elle n'est pas la même à toutes les époques, elle est légèrement altérée par les variations séculaires des éléments des orbites des deux planètes.

191. Le rapport presque commensurable qui existe entre les moyens mouvements de Jupiter et de Saturne, a encore expliqué la cause de plusieurs inégalités très-sensibles que l'observation avait fait remarquer dans leur cours. C'est en examinant de même les relations qui peuvent avoir lieu entre les moyens mouvements des autres planètes, qu'on est parvenu à déterminer par la théorie la valeur exacte de toutes celles de leurs inégalités qui peuvent se manifester par l'observation assidue de leurs mouvements. On conçoit, en effet, que ces inégalités étant très-nombreuses, ce serait un travail absolument impraticable que de les calculer toutes, et d'ailleurs ce serait une opération à peu près inutile pour l'avancement de la science, puisque la plupart de ces inégalités sont tout à fait insensibles. On a donc dû se borner à déterminer celles qui peuvent acquérir des valeurs considérables par quelques circonstances particulières. Or, comme cela n'arrive en général que par les rapports de commensurabilité qui existent entre les moyens mouvements des planètes qui agissent les unes sur les autres, on peut, par une inspection attentive de ces moyens mouvements, reconnaître, *à priori*, celles de ces inégalités qui doivent devenir sensibles, et faciliter, par conséquent, la détermination des inégalités planétaires. Ainsi,

par exemple, dans le mouvement de la terre, on peut se contenter de considérer l'action réciproque de la terre, Vénus et Jupiter, les autres planètes ne causeraient dans son mouvement que des inégalités insensibles. Dans le mouvement de Vénus, on se contentera de considérer l'action réciproque de Vénus, la Terre et Jupiter, etc. C'est de cette manière qu'on a calculé les inégalités de toutes les planètes; elles ont servi à en construire des tables qui ont acquis une précision inespérée; autrefois leurs erreurs s'élevaient à plusieurs minutes, mais depuis la découverte de la loi de la pesanteur universelle, les erreurs se réduisent à un petit nombre de secondes.

Les quatre petites planètes, découvertes au commencement de ce siècle, ne présentent pas les mêmes avantages que les anciennes planètes pour le calcul de leurs perturbations. Leurs excentricités sont considérables et leur inclinaison à l'écliptique peut s'élever jusqu'à $34^\circ \frac{1}{2}$. On ne peut donc baser sur la petitesse de ces quantités la convergence des approximations, et il a fallu employer des méthodes particulières pour déterminer les nombreuses perturbations de ces quatre petits astres. Jusqu'ici ces méthodes sont encore très-imparfaites, et l'on n'a pu parvenir à embrasser, comme pour les autres planètes, un nombre indéfini de révolutions; on est réduit à calculer ces perturbations en particulier pour chacune des révolutions successives.

192. Nous ne terminerons pas ce chapitre sans parler d'une importante propriété qui résulte encore de la relation que la gravitation établit entre les variations séculaires de toutes les planètes. On a reconnu que dans le système solaire, au milieu des variations que peuvent éprou-

ver les orbes planétaires, il existe un plan dont la position demeure invariable (1). La propriété qui le caractérise, est que la somme des masses des différents corps du système, multipliées respectivement par les projections sur ce plan des aires que décrivent ces corps dans un temps donné, est plus grande qu'elle ne le serait par rapport à tout autre plan mené par un même point. Cette propriété, traduite en langage algébrique, donne un moyen facile de retrouver ce plan dans tous les temps. Il suffit pour cela que l'on connaisse exactement les masses de toutes les planètes et les éléments de leurs mouvements elliptiques. On pourra donc choisir ce plan pour celui auquel on rapporte la position de tous les corps célestes, et comme sa direction est invariable, en comparant les positions respectives des orbites rapportées à ce plan, à deux époques différentes, on connaîtra les changements qu'elles ont subis dans l'intervalle. Les propriétés du plan invariable sont sous ce rapport précieuses aux astronomes, parce que le plan de l'écliptique auquel ils rapportent ordinairement les mouvements célestes, étant lui-même mobile, il ne peut servir à constater les variations que subissent les positions des orbes planétaires, qu'autant que les variations de l'écliptique sont supposées exactement connues.

Imaginons que, par quelque bouleversement dans l'ordre moral, les observations astronomiques soient in-

(1) Ce plan correspond à celui que nous avons nommé plan *maximum* des aires, dans un système de corps réagissants les uns sur les autres, et qui ne sont soumis à l'action d'aucune force étrangère, c'est une conséquence du principe général de mécanique nommée la *conservation des aires*.

terrompues pendant plusieurs siècles, comme elles l'ont été pendant les désordres du moyen âge, en rapportant au plan invariable les positions des planètes et des satellites, lorsque les sciences commenceront à renaître, on pourra aisément constater les variations que leurs orbites auront subies dans l'intervalle, indépendamment de celles que les étoiles elles-mêmes auraient pu éprouver. Heureusement l'état de la civilisation moderne rend à peu près impossible la réalisation de cette hypothèse, et comme la position de l'écliptique est chaque année très-exactement observée, la considération du plan invariable dans le système planétaire, doit être regardée plutôt comme un résultat remarquable de la théorie qu'utile pour la pratique.

CHAPITRE V.

INÉGALITÉS DU MOUVEMENT DE LA LUNE.

Elles résultent de l'action perturbatrice du soleil. — Mesure de cette force. — Examen des diverses inégalités qu'elle produit. — Variation. — Evection. Equation annuelle. — Mouvement du périgée. — Mouvement des nœuds. — Equation séculaire du mouvement moyen, du mouvement du périgée, et de celui des nœuds. — Parallaxe du soleil et aplatissement terrestre déduits des inégalités lunaires.

193. Nous avons vu, dans le chapitre V (1re partie), que la lune était, de tous les astres, celui dont le mouvement est sujet à des inégalités plus nombreuses et plus considérables. Aussi, la théorie de la lune a-t-elle en tout temps vivement préoccupé les astronomes et les géomètres, autant peut-être à raison de ses difficultés même, que de ses nombreuses et importantes applications. Les nations maritimes surtout, frappées de son utilité pour l'avancement de la géographie et de la navigation, ont fait de nobles efforts pour hâter ses progrès, et les prix proposés par le gouvernement anglais ont produit les premières tables de la lune assez précises pour être d'un usage avantageux dans la pratique de l'art nautique. Quelques-unes de ses inégalités, et les plus considérables, ont d'abord été déterminées par les observateurs, qui se sont

constamment occupés de cet astre depuis les anciens Chaldéens jusqu'à nos jours ; mais il y avait loin de là à une connaissance exacte de tous les mouvements de la lune, et ce n'est qu'après que la découverte de la gravitation universelle eut permis aux astronomes de distinguer les divers arguments des inégalités lunaires, dont ils ont ensuite déterminé les coefficients par l'observation, que les tables de la lune ont pu faire de rapides progrès, et arriver au degré de perfection qu'elles ont atteint aujourd'hui.

Si la lune n'obéissait qu'à l'action de la terre, elle décrirait, en vertu des lois générales de la gravitation, une ellipse dont le centre de la terre occuperait un des foyers; et d'après les formules connues du mouvement elliptique, il nous serait facile d'assigner à chaque instant sa position sur son orbite. Mais les nombreux écarts auxquels ce mouvement est sujet, nous indiquent l'existence de forces perturbatrices qui détournent continuellement la lune de la route qu'elle suivrait si elle n'était soumise qu'à la pesanteur terrestre, et dont il faut d'abord rechercher la cause. Or, en examinant quels sont les astres, dans notre système planétaire, qui agissent sur la lune, on reconnaît que le soleil peut seul avoir sur ses mouvements une influence sensible, et c'est, par cette raison, que l'on a donné à la question qui a pour objet de déterminer le mouvement troublé de la lune autour de la terre, d'après la théorie de la gravitation, le nom de *des trois corps*.

194. Si le soleil était à une distance assez grande pour que les actions qu'il exerce sur la terre et la lune, pussent être considérées comme égales et dirigées suivant des droites

parallèles, elles ne troubleraient pas le mouvement relatif de ces deux astres, et elles n'auraient sur leurs mouvements absolus qu'une influence qui leur serait commune. C'est donc de la différence des actions que le soleil exerce sur la terre et sur la lune, que résultent les inégalités dont cet astre est affecté. La grandeur de ces altérations doit dépendre des intensités relatives de la force perturbatrice et de la force principale, ou du rapport des actions du soleil et de la terre sur la lune. La masse du soleil est au moins 350,000 fois plus considérable que celle de la terre, mais sa distance à la lune est 400 fois plus grande que celle de la terre au même astre; d'ailleurs, c'est seulement de la différence des actions que le soleil exerce sur la lune et sur la terre que résultent les perturbations du mouvement lunaire. On s'assure aisément que cette différence est proportionnelle à la masse du soleil, divisée par le cube de la distance du soleil à la lune (1); représentons par AL (*fig.* 96) l'action du soleil ainsi réduite, lorsque la lune est au point L de l'orbite qu'elle décrit autour de la terre T, décomposons cette force en deux autres, l'une BL, di-

(1) Désignons par M la masse du soleil, par s et l ses distances respectives à la terre et à la lune; $\frac{M}{s^2}$ et $\frac{M}{l^2}$ seront les actions qu'il exerce sur chacun de ces deux corps; nommons r la distance de la lune à la terre, et supposons pour plus de simplicité la lune en conjonction avec le soleil, on aura $l = s - r$ et par conséquent $\frac{M}{l^2} = \frac{M}{(s-r)^2} = \frac{M}{s^2}\left(1 + \frac{2r}{s} + \text{etc.}\right)$; on aura donc, pour la différence des actions que le soleil exerce sur la terre et la lune, $\frac{M}{l^2} - \frac{M}{s^2} = \frac{2Mr}{s^3}$; en négligeant les termes divisés par s^4 et par les puissances supérieures de s, termes qui sont nécessairement très-petits, à cause de la grande distance de la terre au soleil relativement à celle de la lune à la terre.

rigée suivant le rayon TL, l'autre Lc, perpendiculaire à ce rayon. La grandeur respective de ces deux composantes est déterminée par le parallélogramme *abLc*, et l'on voit, d'après la figure, que l'une aura pour effet de diminuer la pesanteur de la lune vers la terre, et l'autre, d'augmenter sa vitesse dans son orbite. Par les expressions analytiques de ces forces, on trouve que le rapport de la valeur moyenne de la première force, c'est-à-dire de la diminution de la pesanteur de la lune, provenant de l'action du soleil, à la pesanteur totale résultant de l'action de la terre, est à très-peu près égale au double du carré du rapport des révolutions de la lune et du soleil autour de la terre. Or, le mouvement de la lune étant 13 fois environ plus rapide que celui du soleil, le rapport précédent est de $\frac{1}{13}$ à peu près, et l'on en conclut que, la force centrale qui retient la lune dans son orbite, est environ 358 fois plus grande que la force perturbatrice qui tend à l'en écarter.

Cette force change d'intensité et de direction dans les différents points de l'orbite lunaire, elle est tantôt plus forte, tantôt plus faible que sa valeur moyenne; la lune est tantôt plus approchée, tantôt plus éloignée du soleil que la terre, et en la suivant pendant l'une de ses révolutions, on s'assure aisément que sa pesanteur sur la terre est tantôt augmentée et tantôt diminuée par l'action du soleil, selon les positions respectives des trois astres. L'action du soleil augmente la pesanteur de la lune dans les quadratures, c'est-à-dire lorsque la distance angulaire des deux astres est de 90°; elle la diminue dans les syzygies, c'est-à-dire lorsqu'ils se trouvent sur le même rayon visuel mené de la terre; mais l'accroissement dans les

premiers points n'est que la moitié de la diminution qui a lieu dans les seconds. Elle se réduit à zéro dans les quatre positions où la lune se trouve à 40° 44′ des syzygies, ou à 35° 16′ des quadratures. C'est-à-dire que, dans ces quatre points, situés à angles droits sur l'orbite, la pesanteur de la lune n'éprouve aucune altération par l'action du soleil.

La force LC, perpendiculaire au rayon vecteur LT, et qui tend à accroître la vitesse de la lune, est triple dans *les octants* ou dans les points où la lune se trouve à 45° du soleil, de la force moyenne provenant de l'action du soleil, et qui tend à diminuer la pesanteur. Nous avons vu que cette force était $\frac{1}{358}$, à peu près de la force centrale provenant de l'action de la terre; l'action du soleil qui tend à faire varier la vitesse de la lune, est donc la 119e partie environ de la même force.

195. Ainsi donc, quoique le soleil soit incomparablement plus grand que la terre, sa distance à la lune étant beaucoup plus considérable que celle de la terre au même astre, la force perturbatrice, qui provient de son action sur la lune, est très-petite, relativement aux forces principales qui l'animent. Elle introduit donc simplement dans le mouvement elliptique de la lune autour de la terre, des inégalités du même genre que celles qui résultent dans le mouvement elliptique des planètes autour du soleil, de leurs actions mutuelles; seulement, comme la force perturbatrice est, dans le cas de la lune, beaucoup plus grande, et le mouvement de l'astre troublé beaucoup plus rapide, les coefficients des diverses inégalités seront en général plus considérables, et leurs périodes beaucoup plus courtes.

Ces inégalités pourront se partager comme les précédentes, en deux classes distinctes ; les *inégalités périodiques*, c'est-à-dire celles dont l'étendue est limitée, et qui, dans un espace de temps assez court, reprennent successivement les mêmes valeurs ; et les *inégalités séculaires* ou simplement *progressives*, c'est-à-dire celles qui croissent indéfiniment avec le temps, et qui sont indépendantes des positions respectives de l'astre troublé et de l'astre perturbateur. Les premières font varier la position de la lune sur son orbite elliptique, les secondes altèrent insensiblement les éléments de cette orbite, et changent rapidement la position de ses nœuds et de son périhélie. On peut donc, conformément à ce qui a été dit n° 186, se représenter aisément le mouvement troublé de la lune, en supposant que son lieu moyen se meut, suivant les lois du mouvement elliptique, sur une ellipse dont les éléments sont variables, les nœuds et le périgée mobiles, et que la lune décrit autour de ce point une courbe qui dépend des inégalités périodiques dont son mouvement est affecté. De cette manière, le mouvement vrai de la lune autour de la terre paraît s'effectuer sur une suite d'épicycles, et c'est, en effet, ainsi que les anciens astronomes, jusqu'à Tycho-Brahé, l'avaient représenté.

196. Nous avons dit que l'action du soleil augmente et diminue alternativement la vitesse de la lune, selon sa position par rapport aux syzygies, c'est-à-dire à la ligne qui joint les centres du soleil, de la lune et de la terre lorsque ces astres sont en conjonction ou en opposition. Il en résulte des altérations périodiques dans le mouvement elliptique de la lune ; tantôt elle est en avant, tan-

tôt elle demeure en arrière de la position qu'elle aurait sur son orbite par le seul effet de l'attraction de la terre. Ces inégalités, qui dépendent de la position respective du soleil et de la lune, vus de la terre, ont reçu le nom de *variation* dans la théorie lunaire. La plus considérable d'entre elles est celle qui a pour argument le double de la distance angulaire de la lune au soleil, sa période est donc moitié de la durée d'un mois synodique. Cette inégalité, tantôt additive et tantôt soustractive, augmente et diminue alternativement l'équation du centre; elle est nulle dans les syzygies et les quadratures, et elle atteint sa plus grande valeur dans les octants lorsque la lune est à 45° des syzygies, elle peut s'élever alors à 39′ 30″, n° 51.

La partie de la force perturbatrice du soleil qui fait varier la pesanteur de la lune vers la terre, produit *l'évection*, la plus considérable des inégalités lunaires et la plus anciennement connue. Elle fut découverte par Ptolémée; avant lui Hipparque avait déjà reconnu l'excentricité de l'orbite et l'équation du centre qui en résulte; il avait montré par là pourquoi la vitesse de la lune n'est pas toujours la même, et pourquoi elle atteint son *maximum* et son *minimum* aux extrémités de la ligne des apsides. Ptolémée remarqua que les quantités absolues de ces vitesses extrêmes varient d'une révolution à l'autre, et que plus le soleil s'éloigne de la ligne des apsides, plus la différence de ces vitesses devient considérable. Cette inégalité peut s'expliquer par une contraction ou une dilatation de l'excentricité de l'orbe de la lune résultante des variations de sa pesanteur causées par l'action du soleil. En effet, supposons (*fig.* 97) la terre en T, au foyer de l'ellipse ABCD que décrit la lune; si au moment où

cet astre arrive à l'apogée en A, le soleil se trouve en S, en sorte que la ligne des apsides coïncide avec la ligne des syzygies, la lune se trouvera en même temps dans sa plus grande distance à la terre et dans sa plus courte distance au soleil. La diminution de l'intensité de la pesanteur, produite par l'action de cet astre, est donc d'autant plus sensible que l'attraction du soleil est alors la plus forte qu'elle puisse être, tandis que l'attraction de la terre est réduite au *minimum* de sa valeur. Au contraire, lorsque la lune se trouve au point opposé en B', la force centrale résultant de l'action de la terre, a atteint sa plus grande valeur, et la diminution qu'elle éprouve par l'action du soleil est la plus petite possible. Il suit de là que la différence des deux distances TA et TB', ou l'excentricité qui en est la moitié, doit paraître plus considérable lorsque la ligne des apsides est située dans la position que nous lui avons supposée, que lorsqu'elle coïncide avec la ligne des quadratures. Cette variation de l'excentricité de l'orbite de la lune, en produit une correspondante dans sa vitesse, et il en résulte une inégalité très-sensible dans son mouvement en longitude. Cette inégalité augmente continuellement l'équation du centre dans les quadratures et la diminue dans les syzygies. Elle a pour argument le double de la distance de la lune au soleil, moins la distance de la lune à son périgée. Sa plus grande valeur est de 1° 16′ 29″. Elle a été reconnue, comme nous l'avons dit, par les anciens astronomes, mais ce sont les astronomes modernes qui lui ont donné le nom *d'évection* sous lequel elle est généralement désignée.

L'orbite du soleil n'étant point circulaire, sa distance

à la lune est tantôt plus grande et tantôt plus petite que sa distance moyenne. Quand le soleil est en hiver dans sa plus grande proximité de la terre ou dans son périgée, son action, devenue plus puissante, retarde le mouvement de la lune, et ce mouvement s'accélère à mesure que le soleil avance du périgée vers l'apogée. L'ellipse lunaire semble se dilater ou se contracter tour à tour, selon qu'elle est plus ou moins échauffée par les rayons solaires; et l'astre, par conséquent, doit mettre un temps plus ou moins long à la parcourir. De là résulte dans l'expression de la longitude de la lune une inégalité qui dépend de la distance du soleil au périgée ou de son *anomalie moyenne*. Cette inégalité a, comme on voit, le même argument que l'équation du centre du soleil, mais elle est affectée de signe contraire, en sorte qu'elle ralentit le mouvement lunaire quand celui du soleil augmente, et réciproquement elle l'accélère quand elle diminue le mouvement du soleil. Cette inégalité reprend les mêmes valeurs lorsque le soleil revient à la même position dans l'écliptique; sa période est donc celle d'une année anomalistique, et on l'a nommée par cette raison *équation annuelle*. Elle s'élève à 11′ 13″ dans son *maximum*.

Ainsi donc, la partie LC (*fig.* 96) de la force perturbatrice du soleil, en ralentissant et accélérant tour à tour la vitesse de la lune, produit la *variation*, et l'autre partie LB de la même force, en faisant varier la pesanteur de la lune vers la terre, donne naissance à l'*évection* et à l'*équation annuelle*. On peut encore attribuer à la même cause le mouvement très-sensible que l'observation indique dans l'*axe des apsides*. En effet, la lune atteint son périgée au moment où sa vitesse acquise est à son

maximum, et où elle a, par conséquent, le plus de force pour contre-balancer l'attraction de la terre, n° 181; l'action du soleil, en altérant la pesanteur de la lune vers la terre, doit donc faire varier ce point et la position du périgée. Mais le mouvement qui en résulte est nécessairement alternatif. En effet, l'attraction du soleil, comme nous l'avons vu, diminue la pesanteur de la lune vers la terre dans les syzygies, tandis qu'elle l'augmente dans les quadratures; la ligne des apsides a donc, dans ces deux points, un mouvement dirigé en sens inverse: dans le premier cas, ce mouvement tend à rapprocher le périgée lunaire du soleil, et il est direct; dans le second, il tend à l'en écarter, et il est rétrograde. Mais comme la diminution de la force centrale dans les syzygies est double de son augmentation dans les quadratures (1), il en résulte que la quantité dont le périgée s'est avancé dans l'ordre des signes surpasse celle dont il a rétrogradé; l'excès du premier mouvement sur le second constitue le déplacement annuel du périgée. Ce mouvement, rapporté à l'équinoxe, est, selon l'observation, de 40° 39′ 45″ en 365 jours moyens solaires, n° 51, ce qui produit une révolution sidérale en 6232,5756 jours et une révolution tropique en 3231,475 jours, ou neuf ans à peu près. Clairaut essaya le premier de déterminer ce mouvement par la théorie, et ses premiers calculs ne lui ayant donné que la moitié de sa valeur, il en avait conclu que sur ce point la loi de l'attraction en raison inverse du carré des distances était en défaut; mais ayant eu égard au carré de la force perturbatrice qu'il avait négligé d'abord, il retrouva la seconde moitié du mouvement du périgée qui

(1) Voir les notes.

avait échappé à sa première approximation, et reconnut avec satisfaction que toutes les inégalités du mouvement lunaire, comme celles des autres mouvements célestes, pouvaient s'expliquer sans qu'on fût obligé d'altérer en aucune manière l'admirable simplicité de la loi de la gravitation.

Les trois équations dont nous venons de reconnaître la cause s'ajoutent à l'équation du centre dans l'expression de la longitude vraie de la lune; l'attraction du soleil produit encore dans son mouvement elliptique diverses autres inégalités périodiques, mais moins importantes, et que nous désignerons sous la qualification générale de *perturbations*. On aura ainsi :

Long. vraie = long. moy. + équat. du cent. + évection + variation + équat. annuel. + perturbations.

197. Considérons maintenant les inégalités de la latitude. La lune ne se meut pas dans le plan de l'écliptique comme nous l'avons supposé jusqu'ici; son orbite est inclinée de 5° environ sur ce plan : il en résulte que l'action perturbatrice du soleil s'exerce généralement suivant une droite oblique à l'écliptique. Du centre de la lune abaissons une perpendiculaire sur ce plan, et par cette perpendiculaire et la direction de la force perturbatrice, concevons un plan qui coupera l'orbe lunaire suivant une droite quelconque. On pourra décomposer la force perturbatrice en deux autres forces, l'une dirigée suivant cette dernière droite, l'autre suivant la perpendiculaire à l'écliptique. La première force agissant dans l'orbite même de la lune est celle qui, en altérant sa vitesse et sa pesanteur, produit les inégalités de la longitude dont nous venons de parler; la seconde tend continuellement

à rapprocher la lune du plan de l'écliptique ; elle est nulle dans les quadratures et dans les nœuds, parce que l'action du soleil est alors dirigée parallèlement au plan de l'écliptique ou dans ce plan même ; dans les points intermédiaires, elle produit sur la position de l'orbite lunaire des effets très-sensibles.

Soit EE′ l'écliptique (*fig.* 98), LNL′ l'orbite de la lune et L*b* le petit arc qu'elle décrirait dans un instant pour se rapprocher de son nœud descendant N, sans l'action du soleil ; soit L*a* l'espace que cette force perturbatrice tend à lui faire parcourir dans le même intervalle en la ramenant vers l'écliptique. La lune, en vertu des deux forces qui la sollicitent, décrira la diagonale L*l* du parallélogramme L*lab* ; l'orbite lunaire de LNL′ se change donc en LN′L′, et le nœud qui était en N se trouve transporté en N′. NN′ est la projection d'un petit arc de l'écliptique qui représente le mouvement du nœud N, dans l'intervalle que la lune met à passer de L en *l*, et l'on voit que ce mouvement est dirigé de l'est à l'ouest, c'est-à-dire en sens contraire du mouvement de la lune en longitude; mais on observera qu'en même temps l'inclinaison LNE de l'orbite lunaire à l'écliptique est devenue LN′E, et comme ce second angle est plus grand que le premier, l'inclinaison va en croissant tant que la lune est au-dessus de l'écliptique. Quand la lune passe au-dessous de ce plan, par exemple en L′, il est aisé de voir par l'inspection de la figure que l'action du soleil, dirigée suivant L′*c*, changeant l'orbite de LN′L′ en L′N″L″, l'inclinaison diminue, tandis que le nœud au contraire conserve toujours un mouvement rétrograde.

Ainsi donc l'action perturbatrice du soleil cause dans le plan de l'orbite lunaire une espèce de balancement autour de la ligne des nœuds ; mais l'accroissement d'inclinaison qu'il éprouve lorsque la lune est au-dessus de l'écliptique compensant la diminution qui a lieu quand elle se trouve au-dessous du même plan, l'inclinaison moyenne demeure la même dans tous les siècles ; la même force, en amenant la lune à traverser l'écliptique plutôt qu'elle ne le ferait sans cette action, change la direction de la ligne des nœuds, et leur fait parcourir d'un mouvement rétrograde 19° 19′ 42″, 32 en 365 jours moyens solaires, ce qui produit une révolution tropique en 6798,281 jours, et une révolution sidérale en 6793,391 jours, c'est-à-dire en 18 ans et 7 mois environ. La rapidité des mouvements du périgée et des nœuds de l'orbe lunaire forme l'un des points les plus remarquables de la théorie de notre satellite, et ce qui la distingue essentiellement de la théorie des planètes, où les déplacements des mêmes points s'effectuent avec une lenteur séculaire.

Les mêmes causes qui altèrent l'inclinaison et la position des nœuds de l'orbe lunaire produisent des variations périodiques dans l'expression de la latitude qui résulte de ce que la lune n'est pas en mouvement dans le plan même de l'écliptique. Les inégalités de la latitude sont en général beaucoup moins considérables que celles de la longitude; la plus forte s'élève à 8′ 47″ dans son *maximum*, elle a été d'abord reconnue par l'observation, et c'est à Tycho qu'on en doit la découverte. Les autres ont été indiquées par la théorie aux astronomes, qui ont ensuite déterminé leurs valeurs par l'observation ; elles sont beaucoup plus faibles que la précédente, et la plus considérable ne dépasse pas 25″.

L'attraction de la terre produit encore dans l'orbite de la lune un mouvement d'oscillation semblable à celui que l'attraction de la lune produit sur l'équateur terrestre, et d'où résulte le phénomène de la *nutation*, comme on le verra chap. XI. Ce mouvement est ce qu'on nomme par analogie la *nutation* de la lune. Son étendue dépend de l'aplatissement de la terre et peut servir à le déterminer.

198. Les principales inégalités périodiques du mouvement lunaire avaient été découvertes et déterminées par l'observation longtemps avant que la loi de la gravitation ne nous en eût expliqué les causes; mais la théorie pouvait seule nous donner le moyen de reconnaître la marche des inégalités de la seconde espèce, ou des inégalités séculaires, à cause de l'extrême lenteur avec laquelle leurs variations s'effectuent. La plus remarquable est celle qui affecte le moyen mouvement de la lune. En comparant entre elles des observations faites à de grands intervalles, on avait remarqué que les observations donnaient à la lune une position moins avancée dans son orbite qu'elle ne devrait l'être lorsqu'on la calcule au moyen des tables astronomiques; et comme les différences sont trop considérables pour être attribuées aux erreurs des tables ou à l'incertitude des observations, on a dû en conclure que le mouvement de la lune déterminé par les observations actuelles est plus rapide qu'il n'était autrefois : d'où il résulte qu'en appliquant ce mouvement à des époques antérieures, nous reculons la lune dans son orbite plus qu'elle ne devrait l'être pour correspondre exactement aux observations. Cette accélération du moyen mouvement est surtout sensible lorsqu'on compare successivement les positions de la lune

calculées par les tables modernes, avec les observations de Ptolémée, et les observations faites à des époques plus récentes. On reconnaît alors que les différences sont d'autant moindres que les observations sont plus rapprochées de nous ; elles ne sont pas proportionnelles aux intervalles écoulés, et l'accélération qui en résulte dans le moyen mouvement croît à très-peu près comme le carré des temps. Ainsi, en la supposant de 10″,7232 dans le premier siècle, elle sera de 42″,8982 à la fin du second, et ainsi de suite, c'est-à-dire qu'on aura l'accélération du moyen mouvement de la lune à une époque quelconque, en multipliant 10″,7232 par le carré du nombre de siècles écoulés depuis l'époque d'où l'on compte le temps, et l'on déterminera la position de la lune à un instant quelconque, en ajoutant cette accélération à son mouvement séculaire.

Cette accélération est ce qu'on nomme *l'équation séculaire de la lune;* elle a toujours été progressive depuis les plus anciennes observations qui nous soient parvenues jusqu'à l'époque actuelle ; mais la théorie montre que cette inégalité est périodique comme toutes celles qui affectent les mouvements planétaires ; sa période seulement est extrêmement longue, elle embrasse des millions d'années, et l'intervalle qui nous sépare des plus anciennes observations n'en a développé encore qu'une très-faible partie.

Les géomètres ont longtemps vainement cherché à reconnaître la cause cachée de cette inégalité ; c'est Laplace qui eut enfin le bonheur de la trouver, et cette découverte doit être mise au rang de ses plus beaux travaux. Il fit voir que l'équation séculaire de la lune est

due à l'action du soleil sur notre satellite, combinée avec la variation séculaire de l'excentricité, de l'orbe terrestre. Cette variation est peu sensible dans le mouvement de la terre; mais *réfléchie*, pour ainsi dire, par le soleil, selon l'expression de Laplace, elle devient très-sensible dans le mouvement de la lune. L'équation séculaire de la lune va en augmentant quand l'excentricité de l'orbite terrestre diminue, comme cela a eu lieu depuis les anciennes observations jusqu'à nous, mais elle deviendra négative quand l'excentricité parvenue à son *minimum*, cessera de diminuer pour commencer à croître. L'accélération du mouvement lunaire se changera alors en un retardement; mais un grand nombre de siècles s'écoulera avant cette époque, et l'inégalité qui en résultera dans le mouvement séculaire de la lune pourra s'élever jusqu'à 8 ou 9° avant qu'elle ne change de signe.

199. Laplace a encore reconnu, dans les éléments qui déterminent la position du périgée et des nœuds de l'orbe lunaire, des inégalités séculaires qui dépendent de la même cause que celle de la longitude moyenne, c'est-à-dire de la variation de l'excentricité de l'orbite terrestre. Il en résulte que les mouvements de ces deux points ne sont pas rigoureusement uniformes; ils changent insensiblement de grandeur dans les différents siècles; le mouvement du périgée et des nœuds se ralentit quand le mouvement moyen s'accélère, et réciproquement (1). L'inégalité du mouvement du périgée est quadruple de celle du moyen mouvement et affectée d'un signe contraire;

(1) Les équations séculaires du moyen mouvement, des mouve-

celle de la longitude du nœud est égale à six dixièmes de cette même inégalité, ou plus exactement les équations séculaires de ces trois mouvements sont comme les nombres 1,—3,70197 et —0,61206.

Ces inégalités sont trop petites pour qu'elles eussent pu se manifester par l'observation directe, parce qu'elles seraient longtemps restées confondues dans les erreurs dont les observations sont susceptibles; mais lorsque la théorie les eut découvertes et qu'on les eut fait entrer dans le calcul, elles se sont vérifiées d'une manière admirable par l'accord des phénomènes. Ainsi, des éclipses Chaldéennes ont été représentées avec une grande exactitude en tenant compte des trois inégalités séculaires; tandis que si l'on n'y avait point eu égard, les différences se seraient élevées à plusieurs degrés. (*Connaissance des Temps*, 1801).

La théorie indique encore, dans l'excentricité et dans l'inclinaison de l'orbite lunaire, des inégalités séculaires dépendantes de la même cause que les précédentes; mais elles seront toujours trop peu considérables pour qu'elles puissent devenir sensibles par les observations.

La position de l'écliptique étant variable, il semble qu'il en doit résulter, dans l'inclinaison de l'orbe lunaire sur ce plan, des inégalités semblables à celles que les variations de l'excentricité de l'orbe terrestre introduisent dans la longitude; mais la théorie montre que

ments du périgée et des nœuds sont respectivement, selon M. Damoiseau :

$$\text{Moyen mouv.} = 10'',7232\, i^2 + 0'',019361\, i^3,$$
$$\text{Mouv. du périgée} = -39'',6971\, i^2 - 0'',071674\, i^3,$$
$$\text{Mouv. du nœud} = -6'',5632\, i^2 - 0'',011850\, i^3.$$

i étant le nombre de siècles écoulés depuis 1801.

l'attraction du soleil ramène l'orbite lunaire constamment à la même inclinaison sur l'écliptique, en sorte que les latitudes restent les mêmes que si ce plan était invariable. Cette constance dans l'inclinaison moyenne de l'orbe lunaire à l'écliptique est confirmée par toutes les observations, et cette orbite n'éprouvera que des altérations qui seront toujours insensibles.

200. La théorie indique encore, dans le mouvement de la lune, un grand nombre d'autres inégalités dont les arguments dépendent, soit du mouvement de la lune et du soleil dans leurs orbites respectives, soit simplement des changements progressifs du périgée et du nœud de l'orbe lunaire. Comme ces dernières inégalités croissent beaucoup moins rapidement que les premières, à raison de la lenteur des mouvements de ces deux points comparés aux mouvements du soleil et de la lune, on les a nommées, pour les distinguer, *inégalités à longues périodes*. Elles forment, dans la théorie de la lune, une classe à part; leur détermination présente de grandes difficultés, mais elles ont donné l'explication de quelques anomalies singulières que l'observation avait indiquées dans le mouvement lunaire, sans qu'on en pût découvrir la cause. C'est ainsi qu'une petite inégalité à longue période, dépendante de la longitude du nœud de la lune, d'abord signalée par Mayer et Masson, avait été rejetée par les géomètres, comme ne se rattachant pas à la théorie de la pesanteur, lorsque Laplace reconnut qu'elle résultait de la non-sphéricité de la terre, et qu'elle pouvait, par conséquent, donner la mesure de son aplatissement. En effet, l'on conçoit que si l'on calcule par la théorie le coefficient de cette inéga-

lité, en laissant comme arbitraire dans cette détermination l'aplatissement du sphéroïde terrestre, qu'on compare ensuite le résultat de ce calcul au coefficient donné par l'observation, on en pourra conclure la valeur de la quantité indéterminée. Burg et Burckart, par un grand nombre d'observations, ont fixé cette inégalité à 20″,987, ce qui donne, pour l'aplatissement du sphéroïde terrestre, la fraction $\frac{1}{305}$, valeur qui s'accorde aussi bien qu'on peut le désirer avec celle qui résulte des mesures directes prises à la surface de la terre, et qui a l'avantage d'être moins affectée que celles-ci des irrégularités de sa figure. Ainsi donc, la lune, dont les éclipses avaient fait connaître aux premiers astronomes la sphéricité de la terre (p. 184), leur a servi, quand la science a été plus avancée, à déterminer avec exactitude sa figure, et à mesurer son aplatissement.

201. Nous avons vu, n° 179, qu'en supposant que la force qui retient la lune dans son orbite soit la pesanteur terrestre, diminuée en raison inverse du carré de la distance de la terre à cet astre, la hauteur dont la lune descend, suivant la verticale, dans *une seconde*, est exactement celle dont un corps pesant, placé à la distance de la lune, s'avancerait vers la terre dans le même intervalle. Or, cette hauteur est connue par l'observation, puisque c'est le *sinus verse* de l'arc que notre satellite décrit dans une seconde de temps (n° cité); nous connaissons, par les expériences du pendule, la hauteur dont un corps grave à la surface de la terre tomberait dans le même intervalle; en égalant ces deux expressions, nous en pourrons donc conclure la distance de la lune à la terre en fonction du rayon terrestre, c'est-à-

dire la parallaxe de cet astre, ou bien, en supposant cette parallaxe connue par les observations, nous en pourrons conclure la grandeur du rayon terrestre. On retrouve par ce calcul, pour la parallaxe lunaire, une valeur à très-peu près égale à celle que nous avons déduite des observations directes, n° 50.

Il existe dans l'expression de la longitude de la lune une inégalité qui dépend du rapport des distances de la lune et du soleil à la terre; et comme la distance de la lune est connue, on en peut conclure la distance du soleil à la terre ou l'expression de sa parallaxe. Cette inégalité, par cette raison, a reçu le nom d'*inégalité parallactique*. Elle a pour argument la distance de la lune au soleil, et l'observation a donné à Burg 122″,38 pour son coefficient. Cette valeur, comparée à celle qui résulte de la théorie, donne 8″,5605 pour la parallaxe du soleil, ce qui diffère peu de 8″,5776, valeur de cette parallaxe que l'on a conclue du dernier passage de Vénus sur le soleil (*voir* n° 83). Sans doute, ce n'est point l'un des résultats les moins remarquables de la loi de la gravitation universelle, que de voir ainsi enchaînés l'un à l'autre des phénomènes qui semblaient n'avoir aucun rapport entre eux, et la figure de la terre, sa grandeur, son aplatissement, sa distance au soleil et à la lune, pour la connaissance desquels des savants laborieux ont entrepris tant de périlleux voyages, déterminés par un astronome, sans sortir, pour ainsi dire, de son cabinet, d'une manière plus exacte peut-être qu'elles ne le seront jamais par des mesures directes.

202. En résumant tout ce que nous venons de dire, on voit que la théorie explique d'une manière très-satisfai-

sante les principaux phénomènes que le mouvement de la lune nous présente, tels que les déplacements de la ligne des apsides, de la ligne des nœuds, les oscillations du plan de l'orbite lunaire, etc. La loi de la gravitation suffit pour rendre compte de toutes les grandes inégalités que l'observation a fait successivement découvrir dans le mouvement de la lune, et elle en a indiqué de nouvelles qui, par la complication de leurs arguments ou l'étendue de leurs périodes, seraient demeurées longtemps confondues entre elles sans qu'on pût en deviner les causes. L'analyse indique à l'astronome les arguments des inégalités qui, par quelques circonstances particulières, peuvent devenir sensibles, et l'on détermine leurs coefficients par la comparaison des observations les plus propres à faire ressortir les nouvelles équations auxquelles on veut avoir égard, et à en constater l'existence (1). C'est par la réunion de ces deux méthodes, le calcul et l'observation, qu'on est parvenu à donner aux tables des

(1) C'est de cette manière qu'ont été formées les premières tables un peu exactes que nous ayons eues du mouvement de la lune; cependant on peut déterminer toutes les inégalités du mouvement lunaire par la seule application de la théorie de la gravitation, et en n'empruntant à l'observation que les données indispensables qui dépendent de la position de la lune et des éléments de son orbite elliptique, à une époque donnée. Cette méthode est sans doute, pour un esprit philosophique, la plus satisfaisante, puisqu'elle fait sortir d'un même principe toutes ses conséquences, mais les calculs qu'elle exige pour atteindre à la précision des observations sont extrêmement pénibles. Au reste, nous possédons aujourd'hui des tables fort exactes calculées dans les deux systèmes: par l'observation et la théorie réunies, celles de Burg, de Burckart; par la seule théorie, celles de M. Damoiseau.

mouvements lunaires la précision qu'elles ont aujourd'hui; les erreurs qu'elles peuvent présenter, dans les cas les plus défavorables, ne s'élèvent guère à plus de 12 à 13″. Avant Newton, on n'aurait pu répondre de l'exactitude à 6′ près, quoiqu'on employât dans la formation des tables les cinq équations principales de la lune, dont les deux premières, l'équation du centre et l'évection, avaient été assez bien déterminées par les anciens astronomes, et les trois autres, la variation, l'équation annuelle et l'inégalité de la latitude, par Tycho et Kepler. La théorie de l'attraction a donc enfin soumis à l'astronomie cet astre qui, par le grand nombre et l'étendue de ses perturbations, semblait vouloir échapper à toutes ses prévisions et présenter à ses investigations un problème impénétrable.

CHAPITRE VI.

INÉGALITÉS DU MOUVEMENT DES SATELLITES DE JUPITER, SATURNE ET URANUS.

Rapports remarquables entre les moyens mouvements des trois premiers satellites de Jupiter. — Rapports entre les longitudes moyennes sidérales et synodiques. — Ces trois satellites ne peuvent s'éclipser à la fois. — Masses des satellites de Jupiter. — Aplatissement de la planète. — Satellites et anneau de Saturne. — Satellites d'Uranus.

203. Les satellites de Jupiter forment autour de leur planète comme un système particulier, dont les rapides variations nous représentent, sous de petites dimensions, l'image des changements qui ne s'opèrent qu'avec une extrême lenteur dans le système du soleil et des planètes. Leurs mouvements sont assujettis à des inégalités périodiques très-sensibles, qui avaient longtemps embarrassé les astronomes; mais la théorie, en découvrant leur cause, a rendu leur recherche beaucoup plus facile, et a fourni le moyen de les soumettre au calcul. Ces inégalités sont introduites dans les mouvements elliptiques

des satellites par leurs actions réciproques ; elles sont surtout sensibles pour les trois premiers satellites à cause de leur rapprochement. Les plus considérables résultent du rapport qui existe entre les durées des révolutions de ces trois astres ; ces durées sont entre elles à peu près comme les nombres 1, 2 et 4, ce qui produit entre leurs moyens mouvements le rapport énoncé n° 117, et en vertu duquel *le moyen mouvement du premier satellite, plus deux fois celui du troisième, est à peu près égal à trois fois celui du second*. En effet, on a $1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$. Toutes ces inégalités, dont les périodes diffèrent entre elles, se transforment dans les éclipses en une seule, dont la période est de 437,659 jours, intervalle qui ramène les trois satellites à la même configuration.

L'observation a fait connaître encore, comme on l'a vu n° 117, une relation très-remarquable entre les longitudes moyennes des trois premiers satellites de Jupiter; elle consiste en ce que *la longitude moyenne sidérale du premier satellite, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, n'a jamais différé de deux angles droits que d'une quantité insensible*. Il était curieux de rechercher si ce rapport, que l'on observe depuis la découverte des satellites de Jupiter, a toujours existé, et s'il se maintiendra constamment le même dans les siècles à venir. Laplace a montré que, pour que ce rapport ait lieu, il n'est pas nécessaire que les mouvements primitifs des trois satellites aient satisfait exactement à la condition qu'il exige, ce qui serait en effet peu vraisemblable ; il suffit qu'ils ne s'en soient pas écartés au delà de certaines limites que la théorie détermine; l'attraction mutuelle

des trois satellites a suffi ensuite pour rendre le rapport rigoureux, et cette même cause le maintiendra éternellement tel qu'il est aujourd'hui. Il faut observer cependant que si le rapport dont il s'agit, n'avait pas été rigoureusement exact à l'origine, il en serait résulté dans les mouvements des trois satellites des variations périodiques ou *librations* d'une étendue arbitraire qui subsisteraient encore actuellement. Or comme les observations les plus précises n'indiquent aucune variation de ce genre, il en faut conclure ou que les rapports précédents, entre les longitudes et les moyens mouvements des trois premiers satellites, ont été d'une exactitude rigoureuse dès l'origine, ou que s'ils s'en sont écartés, ce n'a été du moins que d'une quantité insensible.

On a vu n° 117 que les relations qui existent entre les mouvements moyens et les longitudes moyennes sidérales, c'est-à-dire comptées d'une origine fixe, ont également lieu relativement aux moyens mouvements et aux longitudes moyennes synodiques, c'est-à-dire rapportées au soleil, d'où l'on a conclu que les trois satellites ne pourront jamais être éclipsés à la fois, en sorte qu'il en restera toujours au moins un sur chaque horizon de la planète pour éclairer ses nuits. En effet, dans ce cas, les longitudes synodiques des trois satellites seraient égales chacune à 180°, et la relation qui doit exister entre elles, ne pourrait être satisfaite (1).

(1) Soit v' la longitude synodique du premier satellite ou sa distance angulaire au soleil vue du centre de Jupiter, v'' celle du second, et v''' celle du troisième, on aura, d'après la relation énoncée,

$$v' + 2v''' - 3v'' = 180°.$$

Mais dans le cas d'une éclipse simultanée des trois satellites, les

L'observation montre que les éléments des orbites des satellites sont variables comme ceux des orbites planétaires. Ainsi, leurs absides ont un mouvement semblable à celui des périhélies des planètes. Leurs inclinaisons et leurs nœuds sur l'orbite de la planète varient également, et l'on représente à très-peu près ces variations, en supposant que le plan de l'orbite du premier satellite oscille sur l'équateur de Jupiter, et que les orbites des trois autres satellites oscillent sur des plans qui font avec l'équateur de Jupiter des angles constants; ces plans sont situés entre l'équateur et l'orbite de Jupiter, et passent toujours par l'intersection commune des deux plans. Les nœuds des orbites ont, sur ces plans, un mouvement rétrograde dont la période varie; elle est de 30 ans pour le deuxième satellite, de 142 ans pour le troisième, et de 531 ans pour le quatrième. Enfin, les orbes des satellites sont entraînés par l'équateur de Jupiter, dont les nœuds ont un mouvement rétrograde sur le plan de l'orbite de la planète.

204. La cause qui produit les inégalités des satellites étant connue, on a pu les employer à la détermination de leurs masses, qu'il eût été impossible d'obtenir par des me-

longitudes v', v'' et v''' seraient égales chacune à 180°, et l'on aurait par conséquent $v' + 2v''' - 3v'' = 0$, ce qui est contre la supposition.

Dans les éclipses simultanées du second et du troisième satellite, on a $v'' = v''' = 180°$, par conséquent $v' = 360°$; la longitude du premier satellite est donc nulle alors, c'est-à-dire qu'au lieu d'être éclipsé en même temps que les deux autres satellites, le premier satellite est en conjonction avec Jupiter, lorsque le second et le troisième sont dans l'ombre; il est toujours éclipsé au contraire quand les deux autres sont en conjonction; car on a alors $v'' = v''' = 0$, et par conséquent $v' = 180°$.

sures directes à cause de leur extrême petitesse. En effet, en formant par la théorie les coëfficients de chaque inégalité, et en l'égalant à sa valeur donnée par l'observation, on en conclut celle de la masse du satellite, ou du moins le rapport de cette masse à celle de la planète. On a trouvé ainsi, d'après les données les plus certaines qu'ait fourni l'observation :

Masses des satellites de Jupiter, celle de la planète étant prise pour unité.

1er Satellite.	$\frac{1}{67709}$
2e Satellite.	$\frac{1}{43087}$
3e Satellite.	$\frac{1}{11299}$
4e Satellite.	$\frac{1}{23445}$

Un résultat non moins curieux que le précédent, et qui se déduit encore des inégalités des satellites, est la connaissance qu'elles ont fournie de la figure du sphéroïde de Jupiter. En effet, la grande influence que son ellipticité exerce sur le mouvement des nœuds, a permis de la déterminer très-exactement par la comparaison de ce mouvement donné par l'observation, à la formule analytique qui s'y rapporte. On a trouvé, de cette manière, que le rapport de l'axe de rotation de Jupiter au diamètre de son équateur est 0,9286, ce qui diffère peu de la valeur de ce rapport donné par la mesure des deux axes de la planète n° 89.

Les tables des satellites de Jupiter, calculées d'après les formules de la théorie et les éléments de leurs mouvements elliptiques déduits de l'observation, représen-

tent les éclipses observées avec toute l'exactitude désirable ; on peut même assurer que les erreurs des tables sont en général moindres que celles dont les observations sont susceptibles. Ces perfectionnements donnés aux tables des satellites, étaient d'une grande importance à cause de leur utilité pour la détermination des longitudes terrestres.

205. Les satellites de Saturne sont si difficiles à observer que nous avons à peine encore des données exactes sur quelques-uns de leurs éléments : les géomètres ont donc pensé qu'il était jusqu'à présent inutile de s'occuper de leurs perturbations.

Nous avons vu, n° 100, que Saturne est environné d'un anneau large, d'une très-mince épaisseur, et incliné de 30° à peu près au plan de son orbite. Cet anneau se divise en deux anneaux concentriques et séparés par un très-petit intervalle. Si ces anneaux étaient suspendus autour de la planète par la seule force de cohésion de leurs parties, on pourrait craindre, que par l'action continue de la planète, elles ne vinssent à se disjoindre à la longue, comme il arrive à tous les ouvrages de la nature qui n'ont pas en eux-mêmes une cause de stabilité assurée ; les fragments de l'anneau ainsi brisé, se seraient précipités vers la planète ou auraient continué à circuler autour d'elle comme autant de satellites différents. Cela n'étant pas arrivé, on a dû penser que les anneaux se maintiennent autour de la planète par un mécanisme particulier qui dépend des lois de l'équilibre des fluides. Maupertuis avait le premier abordé cette question ; Laplace l'a depuis traitée plus complétement dans la Mécanique Céleste : il a fait

voir que l'anneau supposé fluide peut se maintenir en équilibre autour de Saturne, en vertu de l'attraction mutuelle de ses molécules et de leur pesanteur vers la planète, combinées avec un mouvement de rotation autour d'un axe perpendiculaire à son plan et passant par le centre de Saturne. La force centrifuge qui résulte de ce mouvement de rotation balance la tendance des molécules vers la planète, et assure leur permanence.

Quant à la durée de la rotation de l'anneau, elle doit être la même que celle de la révolution d'un satellite, dont la distance au centre de Saturne serait à peu près égale à la distance moyenne du bord supérieur et du bord inférieur de l'anneau, au même point. C'est ainsi que Laplace avait trouvé que la durée de cette rotation est de $\frac{5}{12}$ de jour environ, ce qui a été depuis confirmé par W. Herschel, n° 100, qui a trouvé la durée exacte de la rotation de l'anneau de 10 h. $\frac{1}{2}$, plus longue de 16″ seulement que la durée de la rotation de la planète. Ainsi la théorie avait découvert la mobilité de l'anneau de Saturne et la durée de sa rotation avant qu'elles n'eussent été reconnues par les observations.

206. Les satellites d'Uranus nous sont encore moins connus que ceux de Saturne; tout ce qu'on sait jusqu'ici d'après les observations d'Herschel, c'est qu'ils se meuvent à très-peu près dans un même plan presque perpendiculaire à celui de l'orbite de la planète. La petitesse de ces astres et leur éloignement nous laissent peu d'espoir d'acquérir à leur égard des notions plus étendues, à moins de quelque perfectionnement inespéré dans nos moyens d'observations.

---

hypothèse parfaitement conforme à l'observation qui montre que les éléments des comètes dont le retour est connu, ne sont pas constants, et varient, ainsi que la durée de leurs périodes, à chacune de leurs révolutions.

Pour déterminer les altérations des éléments du mouvement elliptique d'une comète, on divise son orbite en parties assez petites, pour qu'on puisse supposer la force perturbatrice constante pendant l'intervalle que la comète emploie à les parcourir, et ne variant que d'une portion de la courbe à l'autre. On calcule alors facilement l'altération que subit chacun des éléments de l'orbite pendant chaque intervalle, et en faisant la somme de toutes ces altérations partielles, ou plus exactement en les réunissant par les formules qu'emploient les géomètres dans les méthodes qu'ils nomment *quadratures mécaniques*, on forme la variation totale qu'éprouve cet élément. On conçoit qu'en divisant successivement l'orbite en un plus grand nombre de parties, on peut approcher ainsi aussi près que l'on veut d'une rigoureuse exactitude; mais les calculs que cette méthode exige sont très-pénibles, surtout quand il s'agit d'une comète dont la révolution est d'une longue durée, comme celle de 1759, et il serait à désirer qu'on pût, par quelque procédé nouveau, parvenir à les abréger (1).

(1) « Sans doute, on pourrait désirer, pour déterminer ces perturbations, une méthode dont l'application numérique fût plus simple; mais, par la nature même des difficultés que présente la question, il me paraît douteux qu'on y parvienne, et il est probable que longtemps encore ce sera à la patience du calculateur à suppléer sur ce point aux imperfections de l'analyse. » (*Théorie analytique du Système du Monde*, t. II, p. 85.) Voilà ce que je

208. Clairaut est le premier géomètre qui ait tenté de déterminer par un calcul exact le retour d'une comète. Il appliqua à la comète de 1682 les formules qui lui avaient servi pour résoudre le problème des trois corps; le retour de cette comète, d'après les ingénieux aperçus de Halley, était attendu pour la fin de 1758 ou le commencement de 1759. Clairaut, par d'immenses calculs, détermina les perturbations que la comète avait subies durant les deux périodes successives de 1607 à 1682 et de 1682 à 1759, par l'action de Jupiter et de Saturne. Il trouva ainsi que la période que la comète allait achever, devait être de 432 jours plus courte que celle qui l'avait précédée, en sorte qu'elle passerait au périhélie le 18 avril 1759. Le passage eut lieu le 12 mars de la même année, c'est-à-dire *trente-sept* jours avant l'époque que le géomètre lui avait assignée. Mais il faut observer que Clairaut ayant ensuite repris ses calculs et complété ceux que le temps ne lui avait pas permis d'achever, il reporta le passage au 4 avril, en sorte que l'erreur de la prédiction se réduisit ainsi à *vingt-trois* jours, et sans doute Clairaut se serait encore rapproché de la vérité, s'il eût employé la masse de Saturne telle que nous la connaissons aujourd'hui, et s'il eût fait entrer dans ses calculs les perturbations causées par la planète Uranus qui n'était pas encore connue de son temps.

disais il y a dix ans. De nouveaux efforts ont été tentés avec un zèle très-louable, depuis cette époque, pour surmonter les difficultés que nous venons de signaler dans le calcul des perturbations des comètes et des planètes télescopiques; mais ces efforts, inutiles jusqu'ici pour les applications, me semblent devoir bien plutôt servir à confirmer ma prédiction, qu'à lui donner un démenti.

Les perfectionnements introduits depuis cette époque dans les méthodes analytiques, ont permis d'atteindre à un plus haut degré de précision, et la même comète devant revenir à son périhélie en 1835, l'académie des sciences de Turin fit du calcul de ses perturbations le sujet d'un prix qui fut accordé à M. Damoiseau, en 1819. L'académie des sciences de Paris ayant remis le même sujet au concours en 1829, le désir de juger par moi-même de l'état de nos ressources sur ce point important de l'astronomie théorique, me porta à répondre à cet appel, et les résultats que j'obtins alors ont depuis été pleinement confirmés par l'événement.

Je calculai d'abord les perturbations de la comète depuis son passage au périhélie 1682 jusqu'à son retour au même point en 1759, en tenant compte des actions de Jupiter, Saturne et Uranus pendant cette période. afin de fixer la valeur du grand axe et du moyen mouvement à cette dernière époque. Je déterminai ensuite les perturbations de la comète pendant la période suivante en tenant compte à la fois des actions de Jupiter, de Saturne, d'Uranus et de la Terre, la comète ayant dû passer en 1759 assez près de cette dernière planète pour en éprouver des perturbations sensibles. Je fus ainsi conduit à fixer son prochain retour au périhélie d'abord au 13 novembre 1835; mais ayant depuis corrigé la masse de Jupiter que j'avais employée dans mes calculs, j'ai trouvé que le passage devait être reculé jusqu'au 15,2 novembre; la comète est passée au périhélie le 16 novembre à 9 h. 36′ du soir : la différence entre les résultats du calcul et de l'observation se réduirait

donc ainsi à *moins d'un jour* (1), et sans doute c'est bien peu sur une révolution de *soixante et quinze ans*; ce résultat mérite d'être rappelé comme l'un des plus propres à nous montrer la puissance qu'a acquise aujourd'hui l'application de l'analyse au système du monde. Ajoutons que le rapprochement de la théorie et de l'observation, produit par un simple changement dans la masse de Jupiter, semble confirmer pleinement la nécessité de la correction qu'on a fait subir, dans ces derniers temps, à la valeur de cette masse adoptée depuis Newton (2).

209. On a appliqué de même le calcul des perturbations à la détermination des dérangements qu'a dû éprouver dans sa marche la comète à courte période de 1819, et cette application a donné lieu à une remarque importante. On a cru que pour rendre raison de quelques différences que présentaient les résultats du calcul et des observations faites en 1805, 1795 et 1786, époque à laquelle paraissent remonter les premières observations de

(1) M. Damoiseau avait fixé le retour de la comète au 4 novembre; la différence entre le calcul et l'observation était donc encore de 12 jours; mes recherches, comme on voit, l'ont fait presqu'entièrement disparaître. (Consulter, pour plus de détails, l'excellente notice insérée sur ce sujet par M. Arago, dans l'*Annuaire* de 1836, et un Mémoire dans lequel j'ai donné les résultats de mes calculs (*Connaissance des temps*, 1838).

(2) D'après les élongations du 4e satellite observées par Pound, la masse de Jupiter, calculée par Newton, était le 1067e de celle du soleil; elle en est la 1048e,69 partie, n° 182, selon les élongations du même satellite observées en 1833, par M. Airy; cette valeur s'accorde avec celle qui résulte du calcul des perturbations des petites planètes, par MM. Nicolaï, Encke, Gauss, etc.

cette comète, il était indispensable d'admettre l'existence d'une force perturbatrice nouvelle, qui concourrait, avec l'action des planètes, à déranger son mouvement elliptique, et l'on a supposé que cette force était la résistance d'un milieu éthéré répandu autour du soleil. L'action de ce fluide est insensible sur les planètes, puisque l'observation ne nous a indiqué dans leur marche aucune inégalité provenant d'une pareille cause; mais s'il existait réellement, son influence serait sans doute beaucoup plus sensible sur les comètes, à cause de l'extrême rareté de la matière qui les compose, de même que nous voyons à la surface de la terre la résistance de l'air altérer d'autant plus les mouvements des corps pesants que leur densité est plus petite. Cependant l'accord qui se rétablit entre les résultats du calcul et ceux de l'observation à partir de 1819, accord qui est devenu plus parfait à mesure que les éléments de la comète ont été mieux connus, doit faire penser que les différences précédentes étaient dues simplement aux erreurs des observations antérieures à 1819, époque où l'on a reconnu pour la première fois la périodicité de la comète, et où l'on a commencé à l'observer avec soin. Enfin, le retour de la comète de 1759, concordant presqu'avec l'instant que la théorie lui avait assigné, semble avoir décidé la question, et l'hypothèse d'un milieu résistant doit être écartée jusqu'à ce que quelque nouveau phénomène en fasse juger l'admission indispensable.

210. Les altérations de la comète périodique de 1826, et l'époque de son retour au périhélie en 1832, ont été déterminées par M. Damoiseau; l'événement a depuis con-

firmé ses calculs. Cette comète repassera au périhélie dans le mois de mai de l'année 1839.

211. Nous avons vu que la théorie démontre que les orbes planétaires resteront dans tous les temps peu excentriques et médiocrement inclinés au plan de l'écliptique comme ils le sont aujourd'hui; le système solaire n'éprouvera, à cet égard, que des altérations qui se compenseront dans la suite des siècles, de manière qu'il demeurera à la longue dans un état de stabilité parfaite. Cette propriété remarquable tient à la constitution même du système planétaire, elle résulte de la petitesse des excentricités et des inclinaisons, et de ce que toutes les planètes tournent dans le même sens autour du soleil. Mais ces conditions n'étant plus remplies relativement aux comètes, rien n'empêche que la nature même de leurs orbites ne soit changée lorsqu'elles approchent assez près des planètes pour que l'attraction qu'elles en éprouvent contrebalance celle du soleil.

Déjà une comète qui avait paru en 1770, et dont on attendait le retour en 1776, semble avoir présenté l'exemple d'un pareil changement. Lexel avait reconnu que pendant son apparition cette comète avait décrit un arc d'ellipse dans laquelle la durée de la révolution était de moins de six ans, et il était parvenu ainsi à représenter avec beaucoup d'exactitude toutes les observations de la comète qui se refusait absolument à l'hypothèse d'un mouvement parabolique. Un astre dont la période était si courte, aurait dû souvent se remontrer en revenant à son périhélie, et pourtant on ne l'avait jamais observé avant l'apparition de 1770, et depuis on ne l'a plus revu. Lexel, pour expliquer ce double phénomène,

remarqua que la comète s'était assez approchée de Jupiter, en 1767 et 1779, pour que l'action de cette planète eût diminué sa distance périhélie de manière à rendre la comète visible en 1770, d'invisible qu'elle était auparavant, et qu'au contraire, en 1779, elle ait augmenté cette même distance au point de rendre la comète pour toujours invisible. L'analyse a vérifié cette conjecture en démontrant qu'il suffisait, pour satisfaire aux conditions précédentes, de supposer dans les étéments de l'orbite de la comète, en 1770, des altérations très-légères, comprises dans les limites de celles que l'attraction des planètes a pu produire dans l'intervalle de 1769 à 1779. La disparition d'une comète, par le seul effet de l'action des planètes, est devenue ainsi un phénomène extrêmement vraisemblable.

La comète de 1770 a été encore très-remarquable en ce que de toutes les comètes connues, elle est celle qui a le plus approché de la terre. Son influence, à raison de ce rapprochement, aurait donc pu causer dans le mouvement du globe, et dans la durée de sa révolution, des altérations sensibles. On a calculé par exemple, qu'en supposant la masse de la comète égale à celle de la terre, elle aurait augmenté de $2^h\ 47'\ 13''$ la longueur de l'année sidérale. Or, l'observation montre que l'année sidérale n'a pas subi une altération de $2''$ par l'action de la comète de 1770; il en résulte que le rapport de sa masse à celle de la terre, est moindre que celui de $2''$ à $2^h\ 47'\ 13''$, et qu'elle n'est pas, par conséquent, la $\frac{1}{5000}$ partie de celle de la terre. Cette même comète a traversé, en 1769, le système entier des satellites de Jupiter sans y causer aucun dérangement appréciable. On

est donc assuré que les masses des comètes sont d'une excessive petitesse, et que leur action sur les autres corps du système solaire est absolument insensible. Il est même très-vraisemblable que si l'une d'elles, dans la suite des temps, venait à rencontrer une planète ou un satellite, le choc qui en résulterait n'exercerait qu'une très-faible influence sur les mouvements de ces corps.

Sans aucun doute ce phénomène a eu lieu plus d'une fois dans l'immensité des siècles écoulés; mais comme il n'en est résulté aucune perturbation apparente dans les mouvements planétaires, on doit supposer que les masses des comètes sont trop petites pour avoir, sur la constitution du système solaire, aucune influence appréciable. Nous avons vu que les planètes circulent toutes dans le même sens, d'occident en orient, autour du Soleil, et que la figure de leurs orbites diffère peu de celle du cercle; il est très-vraisemblable que ces phénomènes tiennent aux circonstances qui ont présidé à la formation du système planétaire, et subsistent par conséquent depuis l'origine des temps. L'action ou le choc des comètes n'a donc point altéré ces phénomènes, comme cela aurait eu lieu nécessairement si l'une d'elles avait eu une masse comparable à celle des planètes ou seulement des satellites. Il y a encore en astronomie deux phénomènes très remarquables qui peuvent servir à nous rassurer sur l'influence des comètes. On sait, n° 60, que la Lune nous présente toujours le même hémisphère, et l'on ne peut expliquer cette circonstance qu'en admettant une parfaite égalité entre son mouvement de rotation et son mouvement de translation, soit qu'elle date de l'origine du système planétaire, soit qu'elle se soit établie

par l'effet de l'attraction de la Terre sur le sphéroïde lunaire. La plus légère différence qui existerait entre ces mouvements, produirait dans le grand axe de l'hémisphère que la Lune nous présente, une espèce de balancement ou de *libration* qui ne pourrait pas échapper à la précision des observations modernes. On a calculé que le choc d'une comète, dont la masse ne serait qu'un *millième* de celle de la Lune, aurait suffi pour donner une valeur très-sensible à sa *libration réelle* ou à celle des satellites de Jupiter. La conservation de ces phénomènes dans l'état où ils ont dû exister à l'origine du monde, nous montre donc que, parmi les comètes qui ont rencontré les planètes et les satellites, il n'y en a aucune dont la masse ait été assez considérable pour exercer sur leur mouvement aucune action appréciable, et leur choc a dû se borner à des commotions locales.

CHAPITRE VIII.

DE LA FIGURE DES CORPS CÉLESTES.

Figure qui convient à l'équilibre d'une masse fluide douée d'un mouvement de rotation. — Cas où le fluide est homogène. — Cas où il est composé de couches homogènes, de densités variables de la surface au centre. — La figure elliptique satisfait dans les deux cas aux conditions de l'équilibre. — Variations de la pesanteur à la surface du sphéroïde. — Conséquences qui en résultent relativement à la terre. — Application de la théorie précédente à Jupiter.

212. Pour traiter cette question dans toute sa généralité, il faut supposer que les planètes ont été originairement fluides, de manière qu'elles ont pu prendre toutes les figures possibles, et déterminer quelle est celle à laquelle elles ont dû s'arrêter, pour arriver à l'état d'équilibre, sous l'influence de toutes les forces qui agissaient sur elles. Imaginons d'abord, pour rendre la question plus simple, une planète qui n'aurait point de mouvement de rotation, et qui serait formée d'un fluide homogène dont tous les éléments s'attirent mutuellement en raison inverse du carré des distances. Les différentes parties du fluide, pour se mettre en équilibre, se seront disposées autour du centre de gravité de la masse, en couches sphériques dont la densité ira en augmentant de la sur-

face au centre, à raison de la plus grande pression que supportent les couches qui avoisinent ce point; quant à la pesanteur à la surface du fluide, c'est-à-dire à la résultante des attractions qu'exercent toutes les parties du fluide sur un point placé à sa surface, elle sera constante et identiquement la même que si la masse entière de la planète ne formait qu'un point matériel placé à son centre de gravité. (Voir la note page 523.)

Mais la figure des corps célestes est plus compliquée, le mouvement de rotation dont ils sont doués les écarte de la figure sphérique. La force centrifuge qui en résulte, va en augmentant à mesure que l'on s'éloigne des pôles, où cette vitesse est nulle; les molécules ont donc à l'équateur une plus grande tendance que partout ailleurs à s'écarter de l'axe de rotation, et la masse fluide, en vertu de son mouvement de rotation, doit prendre la forme d'un sphéroïde renflé sous l'équateur et aplati aux pôles. La pesanteur à la surface de ce sphéroïde n'est plus dirigée vers son centre, et son intensité varie des pôles à l'équateur; pour déterminer dans ce cas la figure qui convient à l'équilibre, il faudrait connaître *à priori* la loi de ces variations, qui elle-même dépend de la densité des molécules dont le fluide est composé et de leur arrangement mutuel, c'est-à-dire de la forme même du corps qu'on s'est proposé de déterminer. Cette liaison réciproque des deux principales inconnues du problème, le rend très-difficile à traiter par la théorie, et l'on n'est parvenu à le résoudre, qu'en formant d'abord une hypothèse sur la figure et la constitution de la masse fluide, et en déterminant ensuite dans cette supposition la loi d'attraction de toutes ses parties, et les conditions à remplir pour que l'équi-

libre puisse avoir lieu avec la figure arbitraire que l'on a choisie.

L'ellipse étant après le cercle la plus simple des courbes que nous puissions concevoir, on dut d'abord supposer aux corps célestes la figure de sphéroïdes engendrés par la révolution d'une ellipse qui tourne autour de son petit axe, ou, selon l'expression géométrique, la figure *d'ellipsoïdes* de révolutions aplatis à leurs pôles. Newton, en partant de cette supposition, trouva que, dans le cas d'une égale densité de tous ses éléments, le rapport des deux axes de l'ellipsoïde terrestre devait être celui de 229 à 230. Dans un ellipsoïde de révolution, on appelle *ellipticité* ou *aplatissement* l'excès du plus grand des deux axes, pris pour une unité, sur le plus petit. L'aplatissement de la terre regardée comme homogène, serait donc ainsi de $\frac{1}{230}$.

213. Newton, en donnant à la terre et aux planètes une figure déterminée, supposait *à priori* ce qui était en question. L'analyse a depuis justifié ce que cette hypothèse avait d'arbitraire, et elle a montré que la figure elliptique satisfait en effet aux conditions d'équilibre d'une masse fluide homogène, douée d'un mouvement de rotation, et dont tous les éléments sont soumis à leurs actions mutuelles. L'aplatissement du sphéroïde dépend en général de la vitesse du mouvement de rotation et de la loi d'attraction. Dans le cas de la nature, c'est-à-dire en supposant que toutes les molécules s'attirent en raison inverse du carré des distances, l'analyse prouve que dans les sphéroïdes peu aplatis, l'ellipticité est égale à $\frac{5}{4}$ du rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur. Nous avons vu n° 173 que ce rap-

port était $\frac{1}{289}$ pour la terre, ce qui donne $\frac{1}{230}$ à peu près pour l'aplatissement du sphéroïde terrestre dans le cas de l'homogénéité, comme l'avait trouvé Newton.

L'analyse montre encore que pour le même mouvement de rotation, il y a toujours deux figures elliptiques qui satisfont à l'équilibre. Le diamètre de l'équateur, dans les deux surfaces, est plus grand que l'axe des pôles, et l'équilibre n'est pas possible avec une figure allongée vers les pôles. Enfin l'analyse assigne à la vitesse de rotation une limite au delà de laquelle l'équilibre ne serait plus possible avec une figure elliptique. Ainsi, la plus petite durée de la rotation d'une masse fluide homogène de même densité que la terre, serait de $2^h\ 24'$ à peu près; c'est-à-dire que si la terre, supposée originairement fluide, avait tourné sur son centre en moins de $2^h\ 24'$, il eût été impossible d'assigner une figure elliptique telle que les attractions mutuelles de ses éléments, combinées avec la force centrifuge, pussent avoir une résultante perpendiculaire à la surface de la masse fluide, condition nécessaire pour assurer son équilibre.

Il est cependant important d'observer que quand bien même la condition précédente ne serait pas remplie à l'origine du mouvement, il ne faudrait pourtant pas conclure que l'équilibre de la masse fluide fût à jamais impossible avec une figure elliptique. En effet, en tournant autour de son axe, la masse peut s'aplatir de plus en plus sans cesser d'être continue; la durée de la rotation augmente ainsi progressivement, et elle finit par atteindre la limite qui convient à l'équilibre. La masse fluide après diverses oscillations se fixe alors à la forme de l'ellipsoïde de révolution, comme si la condition re-

lative à la vitesse de rotation avait été satisfaite dès l'origine.

214. On détermine aisément dans l'hypothèse précédente, les variations de la pesanteur à la surface du sphéroïde. En effet, supposons la terre entièrement fluide et homogène, et concevons dans l'intérieur de cette masse deux colonnes fluides partant du centre, et dirigées l'une vers les pôles, l'autre vers un point de l'équateur : il faudra pour qu'il y ait équilibre, que les poids des deux colonnes se contrebalançent exactement ; or, la première colonne étant plus courte que la seconde dans le cas de l'ellipsoïde aplati vers les pôles, il faudra par compensation que la pesanteur soit moindre à l'équateur qu'aux pôles. Réciproquement, si la pesanteur va en croissant de l'équateur aux pôles, on en pourra conclure, par le même raisonnement, que la figure de l'ellipsoïde est allongée dans le sens de l'équateur. Le calcul montre de plus que les poids des deux colonnes fluides, que nous venons de considérer, sont entre eux comme les produits de leur longueur par les pesanteurs aux points de la surface où elles vont aboutir, et comme ces poids sont égaux dans le cas de l'équilibre, il en résulte que les pesanteurs à la surface du sphéroïde sont réciproquement proportionnelles aux longueurs des colonnes. Par conséquent dans un ellipsoïde homogène *la pesanteur aux pôles est à la pesanteur à l'équateur, comme le diamètre de l'équateur est à l'axe des pôles*. C'est-à-dire que sur la terre, où dans cette hypothèse le rapport des deux axes du sphéroïde est celui de 230 à 229, la pesanteur aux pôles surpasserait de $\frac{1}{229}$ la pesanteur à l'équateur.

Comparons ce résultat aux observations. Nous avons vu n° 173, que deux causes font varier la pesanteur à la surface de la terre, l'accroissement de la force centrifuge et la diminution de l'attraction terrestre des pôles à l'équateur. La force centrifuge diminue la pesanteur en chaque point de la surface du globe, et cette diminution est égale à un 289e de la pesanteur à l'équateur, multiplié par le carré du cosinus de la latitude. Les variations de la pesanteur, provenant de cette cause, s'ajoutent à celles qui résultent de ce que la terre s'écarte de la figure sphérique, et la variation totale de la pesanteur des pôles à l'équateur d'après les observations du pendule, est égale à $\frac{1}{200}$, multiplié par le carré du cosinus de la latitude, la pesanteur à l'équateur étant prise pour unité. Cette diminution, en supposant toutes les parties de la terre d'égale densité, serait par ce qui précède de $\frac{1}{289}$, elle est donc plus grande réellement qu'elle ne le serait dans cette hypothèse, et la terre par conséquent n'est pas un sphéroïde homogène comme nous l'avions supposé. Il est naturel de penser, en effet, que la densité des couches terrestres va en croissant de la surface au centre, et nous verrons par la suite que cette condition est nécessaire pour assurer la stabilité de l'équilibre des mers, qui, sans cela pourraient abandonner leur lit pour se répandre sur les continents.

215. Considérons donc la question sous un point de vue plus général que nous ne l'avons fait jusqu'ici, et proposons-nous de déterminer la figure d'une masse fluide en équilibre, en la supposant composée de couches hétérogènes ou d'un noyau solide recouvert par un fluide, comme par exemple serait la terre, si elle était dans toute

son étendue envahie par la mer. Clairaut prouva que, dans ces deux cas, l'équilibre est encore possible avec une figure elliptique plus ou moins aplatie, selon la disposition des différentes couches de niveau et la loi de décroissement de leur densité. Dans les hypothèses les plus probables que l'on puisse faire à cet égard, pourvu que l'on suppose la densité croissante de la surface au centre, l'aplatissement du sphéroïde est moindre qu'il ne le serait dans le cas de l'homogénéité, et plus grand que les $\frac{2}{5}$ de celui qui répond à ce cas. Nous avons vu que l'aplatissement d'un fluide homogène tournant autour d'un axe fixe, est égal à $\frac{5}{4}$ du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur; en nommant donc q ce rapport, l'aplatissement d'un sphéroïde composé de couches hétérogènes dont les densités décroissent du centre à la surface, sera compris entre $\frac{5}{4}q$ et $\frac{1}{2}q$; la première limite se rapportant au cas où le fluide serait homogène, et la seconde au cas où les parties voisines du centre étant infiniment plus denses que le reste du sphéroïde, on pourrait supposer la masse entière réunie en ce point.

Pour la terre, le rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur est égal à $\frac{1}{289}$ à peu près; les limites de son aplatissement, en la regardant comme une masse fluide dont la densité croît de la surface au centre, seraient donc $\frac{1}{231}$ et $\frac{1}{577}$, nous verrons que cet aplatissement, d'après les évaluations les plus probables, est en réalité de $\frac{1}{305}$; cette valeur tombe entre les deux limites que lui fixe la théorie.

Quant à la variation de la pesanteur à la surface du sphéroïde, elle suit la loi ordinaire relative aux sphé-

roïdes elliptiques, c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle au carré du *cosinus* de la latitude; mais l'accroissement total de sa valeur de l'équateur aux pôles est différent, et *dans l'ellipsoïde hétérogène, l'excès de la pesanteur aux pôles sur la pesanteur à l'équateur, est égal au double de l'aplatissement du sphéroïde, supposé homogène, moins celui qu'il a réellement.*

216. Les observations du pendule donnent $\frac{1}{200}$ à peu près pour l'accroissement de la pesanteur de l'équateur aux pôles; l'aplatissement de la terre dans le cas de l'homogénéité serait, comme nous l'avons vu, de $\frac{1}{230}$; en retranchant du double de cette quantité ou de $\frac{1}{115}$ la fraction $\frac{1}{200}$, on trouve $\frac{1}{271}$ pour l'aplatissement de l'ellipsoïde terrestre dans l'hypothèse de l'hétérogénéité de ses couches. Nous avons vu que l'aplatissement réel donné par les observations était $\frac{1}{305}$ à peu près; la différence entre cette valeur et la précédente provient sans doute des irrégularités qui peuvent écarter la terre de la figure elliptique, ou des causes accidentelles qui peuvent altérer la loi de la variation de la pesanteur à sa surface.

L'intervalle compris entre deux lieux situés sur le même méridien terrestre, et dont les verticales prolongées interceptent sur la sphère céleste un degré de grand cercle, constitue ce qu'on nomme *un degré du méridien.* Si la terre était sphérique, les degrés seraient tous de même grandeur; mais l'aplatissement de la terre fait que la longueur des degrés, mesurés à sa surface, diffère suivant qu'ils sont situés près de l'équateur ou dans le voisinage des pôles. Les degrés du méridien croissent de l'équateur aux pôles, tandis que les rayons, menés du centre de la terre à sa surface, vont en diminuant entre

les mêmes limites, et la loi qui règle ces accroissements et ces diminutions est la même que celle qu'on observe entre les variations de la pesanteur. La longueur du pendule étant proportionnelle à la pesanteur, la même loi doit exister encore entre les variations de ces longueurs dans les différents lieux de la terre. Ainsi les rayons croissent des pôles à l'équateur, et les degrés, la pesanteur et les longueurs du pendule diminuent, proportionnellement au carré du cosinus de la latitude. *L'excès du rayon de l'équateur pris pour unité, sur le rayon du pôle, est égal à l'aplatissement du sphéroïde, et l'excès du degré du pôle sur le degré de l'équateur pris pour unité est égal à trois fois cet aplatissement. Enfin, l'excès de la longueur du pendule au pôle sur sa longueur à l'équateur, divisé par cette longueur, est égal à* $\frac{5}{2}$ *du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur, moins l'aplatissement du sphéroïde* (1).

On peut donc déterminer l'aplatissement de l'ellipsoïde terrestre, soit par la mesure directe des degrés du méridien à sa surface, soit par les variations de la pesanteur déduites des observations du pendule. Nous exposerons, dans le chapitre suivant, les résultats que

(1) Soit α l'aplatissement de la terre supposée elliptique, q le rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur, en désignant par R le rayon terrestre, par C le degré du méridien, par P la pesanteur, et par L la longueur du pendule à secondes, qui correspondent à l'équateur, et par r, c, p, l, les mêmes quantités relatives à une latitude quelconque λ, on aura d'après le texte :

$$r = R\,(1 - \alpha \sin^2\lambda).$$
$$c = C\,(1 + 3\alpha \sin^2\lambda).$$
$$p = P\,[1 + (\tfrac{5}{2}q - \alpha)\sin^2\lambda].$$
$$l = L\,[1 + (\tfrac{5}{2}q - \alpha)\sin^2\lambda].$$

l'on a obtenus par ces deux moyens; nous dirons seulement ici que la mesure directe des degrés, et les variations de la pesanteur, se réunissent pour donner à la terre une figure qui s'accorde avec celle que la théorie lui assigne, dans les limites des erreurs qu'on peut justement attribuer aux irrégularités dont la surface de la terre est affectée, ou qui ont pu s'introduire à l'origine dans la disposition de ses éléments. En effet, la détermination de la figure de la terre par la théorie suppose qu'elle a exactement conservé la forme qu'elle aurait prise étant fluide pour arriver à l'état d'équilibre; or, les hautes montagnes dont sa surface est hérissée, la densité si diverse des éléments qui s'y rencontrent, nous montrent assez que cette supposition s'écarte beaucoup de la réalité. Sans doute des anomalies non moins grandes existent dans les couches intérieures, et l'on peut attribuer à ces causes sans cesse entretenues par les tremblements de terre, par les éruptions volcaniques, par les commotions de toute nature enfin qui agitent encore l'intérieur du globe, et que les phénomènes qui se passent à sa surface nous révèlent, les légères différences que présentent, relativement à sa figure, les résultats de l'observation et ceux de la théorie.

217. Nous venons de voir que la figure elliptique satisfait aux conditions de l'équilibre d'une masse fluide douée d'un mouvement de rotation, soit dans le cas de l'homogénéité, soit dans le cas plus étendu d'un fluide composé de couches hétérogènes dont la densité croît de la surface au centre. Mais la figure elliptique est-elle la seule avec laquelle l'équilibre soit possible, ou, en d'autres termes, ne se pourrait-il pas que les corps célestes, en

vertu des forces qui les animaient à l'origine du mouvement, eussent pris, pour arriver à l'état de fixité où ils sont aujourd'hui, des figures très-différentes de celles que la théorie précédente leur suppose? Cette question, dans toute sa généralité, surpasse les forces de l'analyse, et jusqu'ici elle n'est parvenue à y répondre qu'en la limitant au cas particulier où l'on suppose la figure primitive de la masse fluide que l'on considère, peu différente de celle de la sphère, et la force centrifuge qui résulte du mouvement de rotation peu considérable. On démontre alors, par la méthode des développements en séries, que, quelles que soient les densités des différentes couches du fluide, pourvu que leur aplatissement soit très-petit, la masse fluide prend, dans ce cas, la figure d'un ellipsoïde de révolution; l'ellipticité de ces différentes couches diminue tandis que leur densité va en croisssant, de la surface au centre. Or, l'hypothèse sur laquelle ce résultat est appuyé, est conforme à la nature des corps célestes, puisqu'ils s'écartent en général très-peu de la forme sphérique, et qu'il est permis de présumer que leurs éléments, en se rapprochant par la condensation, ont conservé entre eux la même disposition qu'ils avaient à l'état fluide. Tous les résultats que nous venons de déduire des lois de la mécanique relativement à la figure d'équilibre d'une masse fluide douée d'un mouvement de rotation, et à la loi de la pesanteur à sa surface, peuvent donc être regardés comme immédiatement applicables aux corps du système planétaire, en supposant à leurs molécules un état de fluidité parfaite à l'origine du mouvement.

218. Le système de l'attraction nous fournit des notions

précises non seulement sur la figure de la terre, c'est-à-dire sur l'arrangement mutuel des éléments qui la composent, mais encore sur leur nature intime. Le rapport de la masse de la terre à son volume nous a fait connaître sa densité relative à celle du soleil, n° 183, mais jusqu'ici nous n'avons eu aucun moyen de déterminer sa densité absolue, c'est-à-dire le rapport de sa densité moyenne comparée à celle d'une substance de sa surface qui nous soit connue. Pour la mesurer, on s'est servi de l'attraction qu'une montagne, supposée d'une masse très-considérable, peut exercer sur les corps qui sont placés dans son voisinage. En effet, les montagnes qui couvrent la surface de la terre sont toutes très-petites, il est vrai, relativement à sa masse entière; mais comme nous pouvons approcher aussi près que nous le voulons de leur centre d'action, il en résulte que cette action peut se manifester dans les phénomènes relatifs à la pesanteur. Ainsi, par exemple, le prolongement du fil à plomb dans le voisinage d'une montagne, n'ira pas rencontrer le ciel au zénith de l'observateur; il s'en écartera en sens opposé des deux côtés de la montagne, en sorte que si tout est semblable de part et d'autre, soit relativement à l'éloignement de l'observateur, soit relativement à la forme de la montagne, la distance angulaire des deux étoiles où aboutira le fil à plomb sera augmentée du double de la déviation. Cet effet sans doute sera très-peu considérable à cause de la faible étendue des montagnes relativement à la masse entière de la terre, mais la précision des observations modernes suffit pour le rendre sensible. Lorsque l'angle de déviation est ainsi déterminé, les principes de la mécanique fournissent une

formule très-simple qui donne le rapport de la densité de la masse attirante à celle de la terre d'après celui de leurs dimensions respectives ; on peut donc en conclure la densité moyenne de la terre comparée à la densité moyenne des matières dont la montagne est composée. C'est par une suite d'observations de ce genre que Bouguer, dans le voyage qu'il fit au Pérou pour mesurer la longueur du degré sous l'équateur, détermina l'attraction d'une montagne très-élevée, et trouva que l'effet qui en résultait sur la déviation du fil à plomb surpassait 6″. Maskeline a renouvelé cette expérience sur les montagnes d'Écosse, et il en conclut que la moyenne densité de la terre était à peu près double de celle de la montagne, et égale à environ quatre ou cinq fois celle de l'eau.

On voit que cette manière de déterminer la densité de la terre suppose que l'on connaît avec exactitude celle de la montagne sur laquelle on fait l'expérience. Cavendish s'est servi d'un autre procédé pour l'obtenir. Il l'a déduite de l'attraction qu'exerce une sphère métallique dont la nature et les dimensions sont données, sur les objets extérieurs ; attraction qu'il est parvenu à rendre sensible à l'aide d'un instrument dont on se sert en physique pour mesurer les forces très-petites et qu'on appelle *balance de torsion*. On conclut de là le rapport de la force d'attraction de la sphère à la pesanteur, et par suite le rapport de la masse de cette sphère à celle de la terre. D'après cette expérience, la densité moyenne de la terre serait à celle de l'eau à peu près comme 11 est à 2, ce qui s'accorde avec la valeur précédente aussi bien qu'on peut l'espérer d'expériences aussi délicates. Nous

verrons en parlant du flux et du reflux de l'Océan, que la stabilité de la mer exige que la densité moyenne de la terre surpasse celle de l'eau; si cette condition n'était pas remplie, si la mer, par exemple, était formée d'une couche de mercure, l'action du soleil et de la lune au lieu d'oscillations périodiques, y produirait un mouvement progressif qui la ferait sortir de son lit pour se répandre sur les continents. Les notions que nous avons acquises sur la densité moyenne de la terre doivent donc nous rassurer entièrement à cet égard.

Nous avons vu que les variations de la pesanteur à la surface de la terre supposée elliptique, sont proportionnelles au carré du cosinus de la latitude; c'est à l'aide des observations du pendule que l'on détermine l'intensité de la pesanteur en chaque lieu du globe; mais si l'observation est faite dans le voisinage de quelques grandes chaînes de montagnes, comme près des Alpes ou des Cordilières, par exemple, il en pourra résulter des irrégularités dans la loi de la variation de la pesanteur, et la terre semblera s'écarter sensiblement de la figure elliptique dans une étendue de terrain plus ou moins considérable. Il en serait de même si, par quelque cause fortuite, la densité du terrain, dans le lieu où se fait l'observation, différait beaucoup de la densité générale de la surface terrestre; la pesanteur en serait augmentée ou diminuée plus qu'elle ne devrait l'être dans l'hypothèse d'une parfaite régularité dans la nature du sol. Il est donc nécessaire, lorsqu'on emploie les observations du pendule à la détermination de la figure de la terre, de mettre le plus grand soin à éviter les deux causes d'anomalie que nous venons de signaler.

219. Jupiter est la seule des planètes dont l'aplatissement ait pu être déterminé par l'observation avec quelque certitude; c'est même l'ellipticité sensible de cette planète qui donna aux astronomes la première idée de l'aplatissement de la terre. En supposant toutes les parties de Jupiter d'égale densité, on trouve que le rapport du diamètre de l'équateur à l'axe des pôles, serait égal à 1,10967; ce rapport, d'après les observations de Pound, serait 1,0771; Jupiter est donc moins aplati que dans le cas de l'homogénéité, il est donc composé de couches hétérogènes dont la densité va en augmentant, comme celle de la terre, de la surface au centre. L'aplatissement de Jupiter, d'après les observations, serait 0,07158 ou $\frac{1}{14}$, c'est-à-dire plus de vingt fois celui de la terre, conséquence nécessaire de ce que son mouvement de rotation est beaucoup plus rapide. Ainsi Jupiter s'écarte beaucoup plus que la terre de la figure de la sphère; en le supposant composé de couches homogènes dont la densité augmente de la surface au centre, son aplatissement doit être compris, n° 215, entre $\frac{5}{4}$ et $\frac{1}{7}$ du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur de cette planète; on trouve que ce rapport est égal à $\frac{1}{12}$ à peu près, ce qui donne $\frac{5}{48}$ et $\frac{1}{84}$ pour les limites de l'aplatissement, la fraction $\frac{1}{14}$ tombe entre ces deux quantités; l'aplatissement de Jupiter est donc compris dans les limites que la théorie lui assigne.

Nous avons vu que, dans le cas de l'homogénéité, l'ellipticité de la terre serait de $\frac{1}{230}$ ou 0,004334; celle de Jupiter dans le même cas serait de 0,09883; en supposant donc que Jupiter et la terre soient de même densité, leurs aplatissements seront entre eux comme

0,09883 est à 0,004334. Si, d'après les observations, on fait l'aplatissement de Jupiter de $\frac{1}{14}$, on trouvera $\frac{1}{311}$ à peu près pour l'aplatissement de la terre, ce qui s'éloigne peu de la valeur $\frac{1}{305}$ qui est donnée par la mesure des degrés du méridien et par le concours des autres phénomènes. L'analogie que cet accord établit entre la figure de la terre et celle de Jupiter, montre avec évidence que la même loi a présidé à la formation de tous les corps célestes.

Dans le chapitre suivant, nous comparerons la figure de la terre, telle qu'elle résulterait de la théorie précédente, à celle qu'on déduit des observations directes faites à sa surface. Les autres planètes sont trop éloignées, et leur aplatissement est trop peu sensible pour que l'observation ait pu jusqu'ici fournir les données nécessaires pour établir par rapport à elles une comparaison semblable. Il en est de même de la lune, qui se présente à l'observateur comme un corps à peu près sphérique, les conséquences qui résultent des lois de sa libration sont les seules données que nous ayons sur sa véritable figure.

CHAPITRE IX.

FIGURE DE LA TERRE.

Moyen de la déterminer par la mesure des degrés du méridien. — Inégalités des degrés mesurés à différentes latitudes. — L'accroissement des degrés de l'équateur au pôle démontre l'aplatissement de la terre dans le sens de l'axe des pôles. — Détermination de cet aplatissement, 1° par la mesure des degrés du méridien; 2° par les variations de la longueur du pendule. — Du mètre et du nouveau système de poids et mesures. — Constitution physique du globe, état thermométrique, formation des montagnes, etc.

220. Sans doute, l'un des premiers objets qui attirèrent l'attention des hommes fut la détermination de la figure et de la grandeur du globe qu'ils habitaient. Avertis par leur propre expérience, et par les récits des voyageurs, que la terre n'était pas une surface plane, ils supposèrent qu'elle avait la forme d'un globe parfaitement sphérique, probablement parce que de toutes les surfaces courbes la sphère est celle dont la perception nous est la plus facile, et que nous sommes toujours portés à attribuer aux œuvres de la nature cette simplicité qui séduit la faiblesse de notre intelligence. La sphéricité

du globe semblait d'ailleurs clairement indiquée par le phénomène des éclipses de lune, où l'on voit la terre projeter sur le disque lunaire une ombre sensiblement circulaire; enfin cette hypothèse, si c'en est une, ne s'écarte évidemment que d'une très-petite quantité de la réalité.

En admettant donc avec les anciens astronomes la parfaite sphéricité de la terre, il suffira de connaître à sa surface la longueur d'un degré mesuré sur un arc de grand cercle, pour avoir, en le multipliant par 360°, la grandeur totale du méridien terrestre. On en déduira ensuite, par le rapport connu de la circonférence au diamètre, la grandeur du rayon terrestre, quantité qu'il est si nécessaire de connaître avec précision dans les recherches astronomiques, et qui entre comme une donnée indispensable dans le calcul des parallaxes.

Cette manière de déterminer la figure de la terre par des mesures directes prises à sa surface, est sans doute la plus simple que l'on puisse imaginer; aussi voyons-nous que c'est celle qui se présenta à l'esprit des premiers astronomes, et leurs méthodes pour la mettre en pratique sont encore à peu près les mêmes que celles que l'on suit aujourd'hui, nous avons seulement ajouté à la précision des résultats par le perfectionnement des moyens d'observations, et par les soins donnés à tous les détails de l'opération; elle peut se diviser en deux parties principales, 1° la mesure de l'arc céleste qui répond à deux lieux de la terre situés sur le même méridien; 2° la mesure de la distance terrestre comprise entre ces deux points.

221. On détermine l'arc céleste en observant simultané-

ment dans les deux lieux les hauteurs méridiennes de la même étoile, la différence de ces deux hauteurs donne le nombre de degrés, minutes et secondes que renferme l'arc compris sur la sphère céleste entre les zéniths des deux points d'observation. Soit S (*fig.* 100) un astre assez éloigné pour que les rayons visuels dirigés vers lui soient sensiblement parallèles, SAz et SBz' seront les distances zénithales, et leurs compléments les hauteurs méridiennes de cet astre, par rapport aux deux points A et B situés sur le même méridien; la différence de ces angles est égale à zCz', ou à l'angle que forment entre elles les verticales qui répondent à ces points. Les observations qui servent à fixer cet angle doivent être faites avec les soins les plus minutieux, parce qu'une erreur de 1″ de degré dans l'arc céleste en produirait une de 16 toises environ sur la mesure de l'arc terrestre qui lui correspond; il suffirait donc de quelques secondes d'erreur sur cet arc pour conduire à un résultat tout à fait défectueux. Malgré tous les perfectionnements que l'expérience a successivement introduits dans l'art d'observer, malgré le secours des meilleurs instruments, l'observateur le plus exercé ne peut guère répondre encore, à *deux* ou *trois* secondes près, de la précision de ses résultats; on conçoit, par conséquent, combien la mesure d'un arc du méridien terrestre, qui paraît si simple au premier aperçu, a dû coûter de soins et de travaux aux astronomes; aussi n'est-ce qu'en vérifiant successivement les opérations de leurs devanciers, et en étendant assez les arcs mesurés pour que les petites erreurs des observations astronomiques devinssent moins sensibles en se divisant sur un plus grand espace, qu'après un

siècle de travaux assidus, ils ont pu se flatter d'y être à peu près parvenus.

222. La mesure de l'arc terrestre offre des difficultés d'un autre genre, à cause des obstacles de toute nature qui doivent se rencontrer dans un intervalle aussi considérable que celui qu'on est obligé d'embrasser pour diminuer, autant que possible, les erreurs dont est susceptible la mesure de l'arc céleste. L'opération serait même tout à fait impossible à exécuter, si l'on voulait mesurer la distance des deux stations extrêmes directement, c'est-à-dire à l'aide de perches juxtaposées à la suite les unes des autres, selon la méthode ordinaire des arpenteurs; mais on obtient cette mesure d'une manière très-exacte par des moyens indirects. Pour cela on lie les deux extrémités de l'arc qu'on veut déterminer, par une chaîne de triangles dont on observe avec soin tous les angles à l'aide *du cercle répétiteur de Borda* (1); il suffit en-

(1) Cet ingénieux instrument est destiné à donner les distances angulaires qu'on veut observer sur la terre ou dans le ciel, avec une précision égale à celle qu'on pourrait attendre d'un instrument construit sur de beaucoup plus grandes dimensions. Son but est de diminuer l'inexactitude de l'instrument en la faisant porter sur un angle double, triple, quadruple, etc., de l'angle que l'on veut mesurer; cet angle s'obtient en prenant la moitié, le tiers ou le quart de celui que l'instrument indique; en sorte que si l'erreur résultant de l'inexactitude de la division était de 1″ de degré, par exemple, sur l'arc entier, elle se trouve réduite à $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de seconde sur l'arc cherché.

Pour en donner une idée, concevons un cercle gradué sur lequel est fixée une lunette AB (fig. 101), qui tourne autour du centre C, et supposons ce cercle porté par un axe vertical ZCD, autour duquel il peut tourner. Dirigeons la lunette vers une étoile E que nous regarderons comme immobile pendant tout le temps de l'observation, l'angle ZCE sera la distance de l'étoile au zénith. Fixons la lunette

suite de connaître un côté d'un seul de ces triangles, pour pouvoir calculer tous les autres par les formules de la trigonométrie. Lorsque la chaîne de triangles est ainsi formée et qu'on les a tous rapportés au plan horizontal, on joint par une droite les deux points extrêmes, et l'on calcule les parties de cette droite comprise dans chacun des triangles; la somme de ces parties donne la longueur totale de l'arc terrestre qu'on s'est proposé de déterminer.

Soit, par exemple, A et B (*fig.* 102) les deux points dont on veut mesurer la distance, on commencera en partant du point A par former le triangle AMN en joi-

dans cette position au moyen d'une vis de pression qui la serre contre le limbe, et donnons à l'instrument un mouvement de rotation de 180° autour de son axe, la lunette prendra la direction CI, et l'étoile étant demeurée dans la direction CE, l'angle ECI sera le double de sa distance zénithale; si par conséquent vous faites tourner la lunette sans faire mouvoir l'instrument, de manière à la ramener dans la direction CE, l'arc VE qu'elle aura parcouru sur le limbe, vous donnera le double de celui que vous vouliez mesurer.

La lunette étant fixée dans cette position, donnez de nouveau un mouvement de rotation de 180° à l'instrument, la lunette reviendra en CV; pour la ramener sur l'étoile faites tourner le cercle autour de son centre C, sans toucher à la lunette, jusqu'à ce que l'étoile E entre dans la lunette; les choses se retrouvant dans la même situation qu'au commencement de l'observation, la lunette ayant la direction CE, donnez à l'instrument un mouvement de rotation de 180° autour de son axe ZC, la lunette reprendra la direction CI, ramenez-la sur l'étoile en la faisant tourner autour du centre C, le mouvement total de la lunette indiqué sur le limbe vous donnera le quadruple de l'angle cherché; vous pourriez obtenir de la même manière l'angle sextuple, octuple, décuple, etc. En divisant ensuite l'arc total par le nombre des observations, vous aurez l'angle simple avec une précision qui croîtra proportionnellement à ce nombre, et telle qu'on pourrait l'espérer d'un instrument d'un rayon, autant de fois plus grand qu'il y a d'observations.

gnant trois points remarquables sur le terrain; à l'aide du cercle répétiteur on mesurera les angles de ce triangle, ainsi que les hauteurs des trois points A, M, N, pour les pouvoir réduire à l'horizon; ensuite sur le côté MN on formera un nouveau triangle MNO, et l'on continuera de même un réseau de triangle jusqu'au point B. La longueur d'un seul côté dans cette suite de triangles étant connue, on pourra facilement calculer tous les autres. On joindra ensuite les points extrêmes A et B, et l'on déterminera chacune des parties de la ligne AB comprise dans les différents triangles en tenant compte de la courbure de l'arc AB, si cet arc est de quelque étendue. La somme de toutes ces parties sera la longueur totale de la distance cherchée.

Le succès de l'opération dépend surtout de la mesure exacte du côté sur lequel repose le calcul de tous les triangles et que, par cette raison, on nomme la *base*. Elle doit être de quelque étendue, comprise dans un terrain le plus dégagé possible d'inégalités et d'obstacles naturels; on la suppose ordinairement de 1,200 à 1,400 mètres, et elle doit être mesurée avec une précision rigoureuse, parce qu'une légère erreur dans la mesure de la base aurait une influence considérable sur tout le reste du calcul Pour vérifier l'opération, on peut mesurer le côté d'un second triangle choisi soit à l'extrémité de l'arc opposée à celle que l'on a prise pour point de départ, soit dans un lieu intermédiaire, la longueur de ce côté donnée par une mesure directe doit s'accorder exactement avec celle que l'on a déduite du calcul, si la base primitive a été bien déterminée et si les angles ont été observés avec précision.

223. C'est par des procédés analogues à ceux que nous venons de décrire, que les astronomes, tant anciens que modernes, ont cherché, à diverses époques, à mesurer en différents lieux du globe la grandeur des degrés du méridien terrestre. Sans doute il faut reporter aux temps les plus reculés ces tentatives faites pour déterminer les dimensions de la terre. En effet, le rapport remarquable qu'on observe entre plusieurs mesures adoptées dans l'ancienne Égypte et dans l'Inde avec la longueur de la circonférence terrestre, semble prouver que non-seulement elle a été exactement connue de la plus haute antiquité, mais qu'elle avait même servi de base à un système de mesures semblable à celui qui est aujourd'hui établi en France. Mais le temps a effacé les traces de ces premiers travaux, s'ils ont existé; quant à ceux d'une date plus récente et dont les résultats nous ont été transmis par les astronomes de l'école d'Alexandrie, l'incertitude où nous sommes sur la grandeur des mesures qui leur servaient de termes de comparaison, ne nous permet pas d'en apprécier rigoureusement l'exactitude; d'ailleurs leurs moyens d'observations étaient trop imparfaits pour suffire à des opérations aussi délicates que celles qu'exige la mesure de la terre, et ce n'est guère que vers la fin du XVIIe siècle que les progrès de l'astronomie pratique et le perfectionnement des instruments ont enfin permis d'employer à cette détermination des procédés assez sûrs pour qu'on pût avoir quelque confiance dans leurs résultats.

Picard, en 1672, mesura la distance comprise entre Paris et Amiens, et l'arc céleste qui lui correspond, pour en déduire la longueur du degré du méridien terrestre.

Il trouva de cette manière le degré de France, à la latitude moyenne entre Paris et Amiens, de 57,060 toises. L'arc qu'il avait mesuré fut continué au nord jusqu'à Dunkerque, par Labire, et au midi jusqu'à Perpignan, par Cassini. On trouva par le premier intervalle le degré de 56,960 toises, et par le second de 57,098 toises. Ainsi donc, les différents degrés mesurés en France ne se trouvèrent pas de même longueur, ce qui semblait indiquer, conformément aux déductions que Newton et Huygens avaient déjà tirées de la théorie, et au phénomène des variations observées par Richer dans l'intensité de la pesanteur en allant des pôles à l'équateur, n° 70, que la terre s'écartait sensiblement de la figure de la sphère qu'à l'exemple des anciens astronomes on lui avait jusque là supposée.

224. En effet, si la terre était parfaitement sphérique, l'intersection de sa surface, par le plan méridien, serait un cercle ; l'observateur qui marcherait de l'équateur au pôle devrait donc parcourir des intervalles égaux pour voir la hauteur de la même étoile augmenter successivement d'un degré, et comme l'observation montre que cela n'a pas lieu dans la nature, on en dut conclure que le méridien terrestre n'est pas circulaire. D'après cela, la plus simple des figures qu'on pouvait lui attribuer étant la figure elliptique, on supposa la terre engendrée par la révolution d'une ellipse tournant autour de l'axe des pôles, en sorte que l'équateur et les parallèles continuèrent à demeurer circulaires, et il ne resta plus qu'à déterminer le rapport de l'axe des pôles au diamètre de l'équateur, pour connaître dans cette nouvelle hypothèse la figure du sphéroïde terrestre.

Pour déduire ce rapport des mesures directes prises à la surface de la terre, observons que du moment que le méridien n'est pas circulaire, les degrés, comme on vient de le voir, doivent varier de longueur suivant les différentes latitudes des lieux d'observation; mais dans quel sens les degrés doivent-ils croître ou diminuer entre l'équateur et les pôles dans l'hypothèse elliptique? Quelle que soit la figure de la terre, moins la courbure d'un arc du méridien compris entre deux parallèles sera grande, ou plus cet arc se rapprochera de la ligne droite, plus on sera obligé de faire de chemin dans la direction du méridien pour que la hauteur de la même étoile augmente ou diminue d'un degré. Or, si l'on suppose que la terre à son état primitif était fluide, nous avons vu, n° 215, que, par l'effet de son mouvement de rotation, elle a dû s'aplatir dans le sens des pôles et se renfler à l'équateur, comme ferait un sphéroïde composé d'une substance aisément malléable, et qu'une force extérieure viendrait à comprimer dans le sens d'un de ses diamètres. Par l'effet de cette compression la courbure du méridien terrestre, supposé d'abord circulaire, a dû diminuer vers les pôles, tandis qu'elle a augmenté vers l'équateur; les degrés doivent donc être plus longs aux pôles qu'ils ne l'étaient dans l'hypothèse de la figure sphérique, tandis qu'ils doivent paraître plus courts lorsqu'on les mesure vers l'équateur. L'analyse mathématique fournit d'ailleurs une démonstration rigoureuse de cette proposition (1), et l'on est ainsi conduit à cette conclusion : *les degrés doivent aller en augmentant de l'équateur aux pôles, si la*

(1) Voir les notes.

terre est un ellipsoïde aplati dans le sens des pôles, ils doivent aller en diminuant dans le cas contraire.

225. Or, les trois premiers degrés mesurés en France par Picard, Lahire et Cassini, semblaient indiquer une diminution dans la longueur du degré en s'avançant du midi au nord, ce qui ne pouvait se concilier avec la figure que la théorie donnait à la terre. Mais on observa avec raison que des degrés contigus, mesurés sur un arc de méridien d'une aussi petite étendue, étaient insuffisants pour la déterminer; que l'anomalie qu'on remarquait dans la grandeur de ces degrés pouvait provenir ou des erreurs inévitables des observations, ou de quelques circonstances locales ; et qu'enfin la loi des variations se manifesterait d'une manière bien plus évidente en mesurant des degrés séparés par de grands intervalles, et choisis aux latitudes même où leurs différences devaient être le plus sensibles, c'est-à-dire sous l'équateur et vers les pôles. Bouguer, Lacondamine, Godin, furent envoyés à Quito, et Maupertuis, Clairaut, Camus et Le Monnier allèrent en Laponie mesurer un degré du méridien à la plus grande latitude qu'il serait possible d'atteindre. Pendant ce temps Lacaille fut chargé de vérifier les degrés de France avec tous les moyens de précision que les progrès de l'astronomie avaient introduits depuis leur première mesure dans les observations. Ces voyages lointains, ces travaux persévérants entrepris dans un but purement scientifique, feront un éternel honneur à l'Académie des sciences de Paris qui les ordonna, et aux illustres savants qui consacrèrent plusieurs années de leur vie à leur exécution.

Lacaille rectifia d'abord le degré mesuré par Picard

qu'il trouva de 57069 toises au lieu de 57060, comme cet astronome l'avait supposé. Toutes les opérations de Lacaille concoururent ensuite à démontrer que les degrés de France allaient généralement en augmentant du midi au nord, et que si quelques degrés s'écartaient de cette loi, les différences étaient extrêmement petites et pouvaient être entièrement attribuées aux erreurs inévitables des observations. Ainsi disparut d'abord la plus grave objection qui se fût élevée contre l'hypothèse de l'aplatissement de la terre dans le sens de ses pôles, suivant la loi newtonienne.

Les résultats des observations faites au Pérou et à Tornéa, en Laponie, dissipèrent bientôt d'ailleurs tous les doutes qui pouvaient rester encore à cet égard; en effet, en les rapprochant on trouvait :

Degré sous l'équateur. . . .	56753 toises.
Degré moyen de France. . .	57023.
Degré sous le cercle polaire.	57419.

Le degré du pôle était donc de 666 toises plus grand que celui de l'équateur, et le degré de France tenait le milieu entre eux, comme cela devait être. Ainsi donc, d'après les mesures prises à sa surface, comme d'après les indications de la théorie, *la terre a la figure d'un sphéroïde aplati vers les pôles et renflé à l'équateur.*

226. Ce point une fois établi d'une manière incontestable, il restait à déterminer la mesure de l'aplatissement. La géométrie donne une formule très-simple pour conclure cette quantité de la longueur des degrés mesurés à la surface du sphéroïde. Cette formule n'exige même que la connaissance de deux degrés quelconques du méridien,

en sorte que si l'on en a mesuré un plus grand nombre, on en tirera autant de valeurs particulières de l'aplatissement terrestre; si la terre est un sphéroïde parfaitement elliptique, ces valeurs devront toutes s'accorder entre elles, et s'il y a des différences sensibles, ce sera la preuve que l'accroissement des degrés n'est pas régulier, et que la figure de la terre est plus composée qu'on ne l'avait supposé. (Voir les notes.)

C'est en effet ce qui est arrivé, et la valeur de l'aplatissement a varié selon les degrés qu'on a employés pour le calculer (1); cependant comme ce n'est qu'à la dernière extrémité qu'on pourrait se décider à abandonner pour le sphéroïde terrestre, une figure aussi simple que l'ellipsoïde de révolution, et aussi conforme d'ailleurs, comme nous l'avons vu, aux lois de la mécanique, on a pensé avec raison qu'en faisant même abstraction des circonstances accidentelles qui peuvent influer sur l'exactitude des observations, il serait possible que la terre, sans s'écarter sensiblement de la figure elliptique, fût sujette à des irrégularités qui nous paraissent considérables, mais qui sont effectivement très-légères comparativement à son volume. Ce n'est donc qu'en rassem-

(1) Les longueurs des degrés mesurés aux mêmes latitudes, sur différents méridiens, souvent même ne se sont pas accordées. Ainsi, le degré d'Italie évalué par Boscovich à 56979t, s'est trouvé de 70t plus court que le degré de France, correspondant à la même latitude. Le degré mesuré par Lacaille au cap de Bonne-Espérance, dans l'hémisphère austral, s'est trouvé de 57037t, c'est-à-dire à très-peu près égal au degré moyen de France, malgré la grande différence des latitudes, celle du cap étant de 33° 18′ et celle du degré de France de 45° environ. Il semblerait résulter de là que non-seulement la surface de la terre est soumise à des irrégularités considérables, mais que les deux hémisphères terrestres ne sont pas même semblables.

blant un grand nombre de degrés mesurés à diverses latitudes et sur différents méridiens, et en les combinant entre eux de manière à en tirer un résultat moyen, qu'on a pu espérer d'en déduire le véritable aplatissement du globe terrestre, ou plutôt l'aplatissement de l'ellipsoïde qui approche le plus de se confondre avec lui.

De nouveaux degrés du méridien ont été mesurés dans diverses contrées, et en même temps on a vérifié ceux qui l'avaient été antérieurement. Pour arriver même à une connaissance plus complète de la figure de la terre et s'assurer qu'en effet cette figure est celle d'une surface de révolution, on a mesuré des degrés dans le sens des parallèles, comme on l'avait fait dans le sens du méridien. On peut dire que tous les gouvernements éclairés de l'Europe ont mis à encourager et à faciliter ces opérations une louable émulation; mais la France mérite encore d'être citée au premier rang pour le vaste développement qu'elle leur a donné, en mesurant l'arc entier compris entre Dunkerque et Formentera. C'est de cet arc qu'a été conclu le degré moyen de France, et si l'on se rappelle que les observations célestes ont d'autant moins d'influence sur les résultats que les arcs mesurés sont plus considérables, on comprendra que ce degré offre toutes les garanties d'exactitude désirables. Ce n'est même que lorsque les degrés déterminés dans les autres contrées du globe auront été conclus d'arcs semblables, qu'on pourra compter sur leurs valeurs et sur les conséquences qu'on en tirera relativement à la figure de la terre. En attendant, parmi les degrés mesurés jusqu'ici, nous choisirons, pour la déterminer, les quatre suivants qui nous ont paru dignes de confiance.

Degrés du méridien terrestre.

	LATITUDES.	LONGUEURS DES DEGRÉS.
		mèt.
A l'équateur.	1° 51′ 0″,50 aust.	110582,1
Dans l'Inde.	13 6 51,01 boré.	110628,6
En France.	45 4 18,05	111151,2
En Suède.	66 20	111488,5 (1)

En combinant ces valeurs de manière à en déduire par une moyenne la figure la plus probable du sphéroïde terrestre, on a trouvé que dans l'hypothèse elliptique la longueur du degré sous l'équateur, ou à zéro degré de latitude, serait de $110578^{m},54$ et la longueur du degré au pôle de $111667^{m},58$. Cela posé, d'après les formules de la géométrie, on trouve qu'en supposant la terre un ellipsoïde de révolution, le rayon de l'équateur serait de 6377284^{m} et le rayon du pôle 6356641^{m}, d'où il est aisé de conclure $\frac{1}{304,6}$ pour son aplatissement (2). Nous avons

(1) Les académiciens français avaient fait ce degré de 57419^{t}, (p. 619), il a été de nouveau mesuré en 1802 par des astronomes suédois qui l'ont trouvé de 57202^{t}, la première mesure était donc trop longue de 217^{t}, ce qu'il faut attribuer à la petitesse de l'arc dont ce degré avait été déduit, et à l'influence qu'ont dans ce cas sur la précision de l'opération les erreurs des observations célestes.

(2) La variation des degrés des pôles à l'équateur, sur un sphéroïde elliptique, est proportionnelle au carré du cosinus de la latitude

vu que l'aplatissement de la terre, supposée originairement fluide, devait être compris entre les deux fractions $\frac{1}{231}$ et $\frac{1}{577}$, n° 215, nous verrons bientôt que, pour satisfaire au phénomène de la précession, cet aplatissement doit être compris entre $\frac{1}{279}$ et $\frac{1}{577}$, la valeur précédente tombe donc entre les limites que la théorie lui prescrit. L'aplatissement de la terre, indiqué par l'influence qu'il exerce sur les mouvements de la lune, est de $\frac{1}{305}$ à très-peu près, n° 200, cette valeur s'accorde, comme on voit, d'une manière admirable avec celle qui résulte des mesures directes prises à la surface de la terre.

227. Les astronomes modernes ont trouvé dans les variations de la pesanteur un moyen moins direct, mais très-ingénieux, pour déterminer la figure de la terre, moyen qui avait manqué aux anciens qui ne connaissaient pas ce phénomène. Si la terre est aplatie aux pôles, il est

n° 215. En nommant donc c la longueur du degré qui correspond à la latitude λ, on aura par ce qui précède :

$$c = 111667^{m},58 + 1089^{m},04 \cos^{2}\lambda,$$

formule dans laquelle $111667^{m},58$ représente la longueur du degré au pôle, et $1089^{m},04$ l'excès de ce degré sur celui de l'équateur.

En calculant d'après cette formule les longueurs des degrés correspondants aux quatre latitudes rapportées dans le tableau précédent, on trouve que la plus grande des différences entre les degrés mesurés et les degrés calculés, ne s'élève pas à *cinq* mètres. Ces différences, il est vrai, devraient se réduire à zéro, si la terre était rigoureusement elliptique, mais quelque soin qu'on ait pris dans la mesure des arcs que nous avons choisis, il est bien difficile de ne pas rejeter d'aussi petites erreurs sur l'imperfection des observations. Les mesures directes des degrés du méridien, à diverses latitudes, concourent donc, aussi bien qu'on peut le désirer, à donner à la terre la figure d'un ellipsoïde de révolution, telle qu'elle résulte des lois de la théorie.

évident que la pesanteur doit être plus grande à ces deux points qu'à l'équateur, parce que l'intensité de cette force diminue à mesure que le corps sur lequel elle agit est plus éloigné du centre du globe. Ces variations doivent être d'autant plus considérables que la terre s'écarte davantage de la figure elliptique; il y a donc entre les deux phénomènes une relation nécessaire qu'il suffira de découvrir pour déduire des altérations de la pesanteur à la surface de la terre, mesurées au moyen du pendule, la valeur exacte de son aplatissement.

La théorie démontre, n° 215, que, sur un sphéroïde rigoureusement elliptique, la longueur du pendule qui bat les secondes, diminue des pôles à l'équateur proportionnellement au carré du cosinus de la latitude; pour vérifier l'exactitude de cette loi, relativement à la terre, nous choisirons les trois observations suivantes :

LIEUX DES OBSERVATIONS.	LATITUDES.		LONGUEURS DU PENDULE A SECONDES.	DIFFÉRENCES.
Pérou.	0°	0′	0mèt,990564	0,mèt003505
Paris.	48	50	0 ,993867	0, 001453
Laponie.	67	4	0 ,995325	

Les différences, calculées d'après la loi de la proportionnalité aux carrés des cosinus des latitudes, seraient $0^m,003198$, $0^m,001587$, quantités qui s'éloignent assez

peu des résultats du tableau précédent, pour qu'on puisse attribuer ces légers écarts aux erreurs des observations, et considérer, par conséquent, la loi des diminutions du pendule, des pôles à l'équateur, proportionnelles au carré des cosinus des latitudes, comme exactement observée.

Ainsi donc, les variations de la pesanteur, à la surface de la terre, sont ce qu'elles devraient être, si sa figure était exactement celle d'un ellipsoïde de révolution. En admettant cette hypothèse comme un résultat de l'observation, la théorie donne pour évaluer l'aplatissement du sphéroïde une formule qui ne renferme que deux indéterminées, savoir : les longueurs du pendule à secondes observées à deux latitudes connues. Comme nous avons plus d'observations qu'il ne nous en faut pour déterminer l'inconnue que nous cherchons, nous commencerons par les combiner entre elles, ainsi que nous l'avons fait pour les mesures des degrés du méridien, n° 226, de manière à en déduire les valeurs moyennes qui conviendraient le mieux à leur ensemble. J'ai trouvé de cette manière $0^m,990590$ pour la longueur du pendule à secondes sous l'équateur et $0^m,996233$ pour sa longueur aux pôles; d'après la théorie, n° 216, l'excès du second pendule sur le premier, pris pour unité, est égal à $\frac{5}{2}$ du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur moins l'aplatissement du sphéroïde terrestre, d'où j'ai conclu $\frac{1}{334}$ pour la mesure de cet aplatissement (1). Cette valeur est plus petite que celle que donne la mesure directe des degrés du méridien, et s'accorde

(1) En nommant l la longueur du pendule à secondes correspondant à la latitude λ, et en supposant que la longueur du pendule

moins bien avec celle qui résulte de l'ensemble des autres phénomènes ; la même remarque s'applique à toutes les tentatives que l'on a faites pour déterminer de cette manière la figure de la terre, ce qui semblerait annoncer que les circonstances locales, telles que le voisinage des hautes montagnes, la nature du sol, selon que la densité du terrain, dans le lieu de l'observation, s'écarte plus ou moins de la densité moyenne de la terre, etc., ont sur les oscillations du pendule une influence beaucoup plus sensible qu'elles n'en peuvent exercer sur les mesures des degrés du méridien.

228. En rassemblant les résultats précédents, on voit que les différents moyens que nous avons pour déterminer l'aplatissement du sphéroïde terrestre, savoir : les inégalités de la lune, la mesure des degrés du méridien, et les variations de l'intensité de la pesanteur à sa surface, s'accordent à donner à la terre la même figure elliptique, au moins dans les limites des erreurs qu'on doit attribuer soit à l'imperfection des observations, soit à des irrégularités qui peuvent exister en quelques points de la surface du globe sans affecter en rien l'ensemble de sa constitution générale. Cette liaison que la théorie de la pesanteur universelle a établie entre les

décroisse des pôles à l'équateur proportionnellement au carré du cosinus de la latitude, on aura :

$$l = 0^m,996233 - 0^m,005643 \cos.^2 \lambda.$$

L'excès du pendule au pôle, sur celui de l'équateur, pris pour unité, serait ainsi de $0^m,005697$; le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur est $\frac{1}{289}$, et cinq fois la moitié de ce rapport est égal à 0,00865 ; d'après la théorie n° 216, l'aplatissement de la terre doit être égal à cette quantité moins 0,005697, ce qui donne 0,008650 — 0,005697 = 0,002953 ou $\frac{1}{338}$ à peu près. (V. les notes.)

phénomènes les plus divers en apparence et qui a permis aux astronomes de les rapprocher pour déterminer quelques points délicats du système du monde, est sans contredit l'un des résultats les plus curieux et les plus utiles aux progrès de la science, qu'ait produits cette grande découverte.

La mesure de la terre intéresse non-seulement les astronomes comme un noble objet de curiosité, mais aussi parce que c'est elle qui leur sert de base pour l'appréciation de toutes les distances qu'ils observent dans les cieux. Ils ont donc dû apporter à cette mesure une attention proportionnée à son importance; d'après les observations rapportées page 622, voici quelles seraient, dans l'hypothèse de $\frac{1}{304,6}$ d'aplatissement, les dimensions de notre globe :

	EN MÈTRES.	EN LIEUES.
Rayon de l'équateur.	6377284	1435
Demi-axe du pôle.	6356641	1430
Rayon du parallèle dont le sinus de la latitude est $\sqrt{\frac{1}{2}}$.	6370339	1435
Aplatissement $\frac{1}{304,6}$.	20645	4,644
Longueur de 1° moyen.	111124,15	25,002
Quart du méridien terrestre. . .	10001173,86	2250,27

La surface entière du globe terrestre est de 25,789,306 lieues carrées dont les trois quarts sont couverts par les

mers. Les montagnes qui hérissent sa surface sont toutes très-petites relativement à ses dimensions; en effet, la plus haute des montagnes de l'Europe, le Mont-Blanc, n'est élevée que de 4810 mètres au-dessus du niveau de la mer. Le Chimborazo, au Pérou, n'a que 6530 mètres de hauteur, et le point le plus élevé du globe que nous puissions atteindre, le 14me pic de l'Himalaya au Thibet, ne dépasse pas 7821 mètres. Ce ne sont que de légères irrégularités sur une surface d'une si grande étendue, et on les a comparées, pour en donner une juste idée, aux aspérités qui couvrent la peau d'une orange.

229. Le principal objet que l'on s'était proposé dans les dernières opérations exécutées en France au commencement de ce siècle, pour la mesure des degrés du méridien, était de déterminer la base d'un système uniforme de poids et mesures. La commission chargée de s'en occuper reconnut la nécessité de rattacher cette base à un phénomène facile à retrouver dans tous les temps, à moins d'un bouleversement général dans la constitution du globe, et elle adopta pour l'unité fondamentale de toutes les mesures, la *dix-millionième* partie du quart du méridien terrestre qu'on appela *mètre*. Pour en évaluer la longueur, on supposa la terre elliptique et l'on détermina son aplatissement en comparant le degré de France au degré de l'équateur, mesuré autrefois par Bouguer, n° 225. On trouva ainsi pour l'aplatissement du sphéroïde terrestre $\frac{1}{334}$, et pour la longueur moyenne des degrés du méridien sur cet ellipsoïde 57008,2222^t; le quart du méridien contenant 90 degrés semblables, sa longueur totale est de 5130740 toises. En prenant donc la dix-millionième partie de ce nombre, on

aura $0^{t},5130740$ ou $443^{lig},296$ pour la longueur du mètre (1).

Toutes les mesures de longueur, de capacité, de volumes et de poids dérivent du mètre en suivant l'ordre décimal, de sorte que la loi de formation et l'unité fondamentale étant connues, on peut aisément reconstruire tout le système. Cette application de la division décimale à notre système de poids et de mesures en facilitera extrêmement l'usage, et c'est une heureuse

(1) Dans l'impatience où l'on était de faire jouir la France des avantages du nouveau système métrique, on n'attendit point que la détermination du grand arc de méridien compris entre Dunkerque et Formentera fût achevée, et l'on se contenta de déduire le degré moyen de la portion de cet arc comprise entre Dunkerque et Montjouy. Cette opération ayant été terminée depuis, et continuée jusqu'à Greenwich, a donné pour la longueur de l'arc entier compris entre ces deux points $730532^{t},8$, d'après les corrections faites récemment par M. Puissant aux évaluations de Delambre. Cet arc total ayant une amplitude céleste de 12° 48′ 43″,89 donne $57018^{t},5$ pour le degré moyen de France à la latitude de 45° 4′ 18″,05. Delambre avait fait subir lui-même une légère correction au degré de l'équateur mesuré par Bouguer, qui fut ainsi réduit à 56737^{t}. Au moyen de ces deux degrés, on détermine l'aplatissement de la terre que l'on trouve de $\frac{1}{301}$, et le quart du méridien que l'on trouve égal à 5131658^{t}. La longueur du mètre serait ainsi de $0^{t},5131658$ ou de. . . . . $443^{l},375$

La longueur légale du mètre est de. . . 443 ,296

Différence. . . 0,079

Cette différence tient à l'incertitude où nous sommes encore sur les vraies dimensions de la terre; elle indique l'un des plus graves inconvénients de la base que l'on a choisie pour notre nouveau système de poids et mesures, celui de la faire dépendre d'une quantité nécessairement variable à mesure que les bonnes observations se multiplieront. (Voir le Mémoire de M. Puissant, *Mémoires de l'Institut*, t. XVI.)

innovation qui doit trouver tôt ou tard des imitateurs chez tous les peuples éclairés.

La mesure itinéraire employée généralement dans les usages nautiques se nomme *lieue marine*. Elle forme la vingtième partie d'un degré du méridien terrestre, en supposant donc le degré moyen de 57008^{t},22 la longueur de la lieue marine sera de 2850^{t},41 ou 5555^{m},56.

La lieue ordinaire ou de *vingt-cinq* au degré, employée dans les mesures géographiques, est la vingt-cinquième partie du même degré, elle contient par conséquent 2280^{t},32 ou 4444^{m},44.

L'aplatissement du sphéroïde terrestre est assez petit pour qu'on puisse tout à fait le négliger dans les usages ordinaires. On peut même, dans les voyages de long cours, considérer la terre comme sphérique et se contenter de tenir compte de l'inégalité des degrés mesurés dans le voisinage des pôles ou près de l'équateur. Ainsi, les différences entre deux hauteurs consécutives du soleil, observé chaque jour à midi, pourront être regardées comme les différences des latitudes terrestres, et en multipliant l'arc qui en résulte, exprimé en degrés et parties décimales du degré, par la longueur attribuée au degré du méridien à la latitude donnée, on aura la distance que le vaisseau a parcourue dans le sens des méridiens. Les erreurs qui résulteront de cette estime seront toujours moindres que celles que comportent les observations astronomiques faites sur mer, dans l'état d'imperfection où est encore à cet égard l'art de la navigation. Au reste, si le peu d'aplatissement de la terre permet de le négliger tout à fait dans les usages ordinai-

res, il n'en était pas moins nécessaire de le déterminer avec exactitude, d'abord pour la précision de la mesure des distances célestes qui exige que nous connaissions aussi exactement que possible la base à laquelle nous les rapportons, et ensuite parce que la comparaison de la figure de la terre déduite de l'observation, à celle que lui assigne la théorie, est peut-être la preuve la plus évidente que nous puissions trouver à notre portée, de la grande loi de la pesanteur universelle.

230. Les notions que nous avons acquises sur la figure de la terre peuvent nous éclairer encore sur quelques questions relatives à sa constitution physique. En effet, nous venons de voir que tous les phénomènes observés à la surface de la terre concourent à prouver qu'elle a à très-peu près la forme qui convient à l'équilibre d'une masse fluide douée d'un mouvement de rotation. Il est difficile de croire qu'une pareille coïncidence soit due simplement au hasard, comme il faudrait le supposer, si la terre avait été déjà à l'état solide à l'origine du monde; n'est-il pas plus naturel de penser que les molécules de la terre ont été primitivement retenues à l'état fluide sous l'influence d'une haute température, et qu'alors son mouvement de rotation, combiné avec les attractions de toutes ses parties, a suffi pour lui donner la figure d'un ellipsoïde aplati vers les pôles, qu'elle a ensuite conservée en se refroissant? En perdant successivement leur chaleur d'origine dispersée par le rayonnement dans les espaces célestes, les parties les moins volatiles se sont solidifiées les premières. et la terre est enfin arrivée, par des transitions successives, à former une surface régulière et solide, comme nous la voyons aujourd'hui.

Si la chaleur est en effet le principe qui, à l'origine des temps, tenait en dissolution les éléments constituants de la terre, il serait possible que son intérieur conservât encore les traces de la chaleur primitive, qui a dû abandonner d'abord les couches les plus voisines de la surface. En effet, toutes les observations démontrent que la température augmente à mesure que l'on pénètre plus avant dans l'intérieur de la terre; cette augmentation est régulière et de 1° centigrade pour 32 mètres d'enfoncement; la température doit donc être énorme même à de médiocres profondeurs, et il est probable qu'à peu de distance de la surface les molécules terrestres sont encore à l'état de fluidité incandescente. La terre ne serait ainsi qu'une enveloppe solide qui recouvre des matières en ébullition, et c'est à cette chaleur d'origine qu'il faut attribuer les éruptions volcaniques, les tremblements de terre et l'existence des eaux thermales dont la température varie selon qu'elles viennent de différentes profondeurs.

Puisque tous les phénomènes prouvent que la terre n'est point encore arrivée à un état complet de refroidissement, l'on a pu craindre que la température de la surface du globe ne subît dans la suite des siècles des variations importantes par l'abaissement de la température des couches intérieures. Quelques philosophes du dernier siècle, Buffon, Bailly, etc., avaient donné à cette opinion un caractère vraiment inquiétant en évaluant pour la France la chaleur qui s'échappe de l'intérieur du globe à 9 fois en été et à 400 fois en hiver celle qui résulte de la seule action du soleil, en sorte que cet astre n'entrerait que pour une très-faible partie dans la

distribution de la chaleur à la surface de la terre. Mais heureusement ce résultat ne reposait que sur de fausses inductions, et l'illustre Fourier, dans sa théorie de la chaleur, a montré par des calculs positifs qu'il fallait réduire à $\frac{1}{30}$ de degré seulement l'excès de la température totale de la surface du globe sur celle qui résulte de l'action des rayons solaires. Ainsi donc, quelques modifications que la suite des temps puisse apporter dans la température des couches intérieures du globe, et quand bien même elles viendraient à perdre entièrement leur chaleur d'origine, la température de la surface qui peut seule avoir une influence directe sur notre existence, ne pourra varier que de *un trentième* de degré, c'est-à-dire d'une quantité absolument insignifiante.

Nous verrons dans le chapitre X que les observations astronomiques confirment d'une manière bien remarquable cet important résultat, en montrant que la température moyenne de la terre n'a pas varié de $\frac{1}{200}$ de degré depuis *deux mille ans*, ce qui doit nous rassurer sur les changements futurs qu'elle pourra éprouver.

Quant aux variations de la température du globe qui résulteraient des altérations que peuvent éprouver dans la suite des siècles la position et la figure de l'orbe solaire, nous avons déjà vu, chap. IV, que ces altérations étant périodiques et renfermées dans d'étroites limites, la situation du soleil par rapport à la terre sera à peu près la même dans tous les temps. Le périgée solaire pourra seul varier d'une manière considérable dans la suite des siècles; le soleil par ce déplacement se trouvera plus voisin de nous en été qu'en hiver, mais, d'autre part, son mouvement deviendra plus rapide à la première

époque qu'à la seconde, et le calcul montre que l'augmentation qui pourrait provenir de ce que l'astre s'est rapproché de nous pendant l'été et le printemps, est exactement compensée par la diminution de température qui résultera de ce que la durée de ces deux saisons sera devenue plus courte. Ainsi donc, les changements qui s'opèrent dans la position et la forme de l'orbe solaire ne peuvent avoir qu'une influence insensible sur la température moyenne de notre globe.

Les seules causes qui peuvent modifier les climats terrestres sont donc, ou des circonstances de localités ou quelqu'altération dans le pouvoir calorifique et lumineux du soleil. La dernière de ces deux causes peut être encore tout à fait écartée, parce qu'il résulte des recherches de tous les voyageurs et des géologues que la température n'a éprouvé aucune variation sensible dans les climats où les révolutions naturelles et les travaux des hommes n'ont point gravement altéré la nature du sol. Quant aux circonstances locales, telles que les défrichements, la disparition des grandes forêts dans certaines contrées, le desséchement des marais, les digues opposées aux débordements de la mer ou des rivières, la création de nombreux canaux, elles ont pu changer d'une manière sensible le climat habituel de quelques régions, mais elles n'ont pu avoir qu'une influence bornée et partielle, et nous pouvons conclure de ce qui précède que, depuis les *temps les plus reculés, la température moyenne du globe terrestre est toujours restée la même que nous la voyons aujourd'hui.*

231. Revenons à la constitution physique de la terre, et cherchons à connaître par quelles transitions elle a dû

passer pour arriver à son état actuel. Si la terre a été originairement fluide, d'après les lois de l'équilibre des fluides, la densité de ses couches doit aller en augmentant de la surface au centre, c'est ce que paraissent confirmer toutes les observations faites dans l'intérieur des mines. Il n'est pas même nécessaire, pour que cette condition soit remplie, de supposer qu'à l'origine les molécules les plus denses se sont réunies autour du centre et que les parties les plus légères ont occupé les points voisins de la surface, à la manière des liquides pesants dans un vase en repos; les différentes couches pourront être composées des mêmes éléments, les pressions qu'elles supportent par le poids des couches supérieures et qui vont en augmentant en approchant du centre, auront suffi pour leur donner l'excès de densité nécessaire pour assurer leur équilibre.

L'hypothèse de la fluidité parfaite de la terre à l'origine du monde, qui explique si naturellement la loi générale de sa figure, peut encore expliquer d'une manière très-simple les inégalités accidentelles dont elle est couverte. En effet, c'est une opinion aujourd'hui généralement admise parmi les géologues que les montagnes se sont formées par voie de soulèvement; elles sont sorties du sein de la terre en perçant violemment son enveloppe solide. On explique ainsi d'une manière très-naturelle la présence des coquillages qu'on rencontre sur quelques hautes montagnes, sans être obligé de supposer que lorsque la mer les couvrait elles avaient déjà atteint leur élévation actuelle. On a été plus loin, en étudiant la nature des grandes chaînes de montagnes qui hérissent la surface de la terre, on a essayé de remonter aux diffé-

rentes époques de leur formation, et à défaut de leur âge absolu, de fixer au moins leur ancienneté relative. M. Élie de Beaumont, l'auteur de cette ingénieuse conception, en a déjà fait une heureuse application aux principales montagnes de l'Europe. Sans entrer sur ce sujet dans des développements que les bornes de cet ouvrage nous interdisent, nous dirons qu'on peut admettre comme une vérité désormais acquise à la science, que la formation des hautes montagnes qui couvrent le globe est postérieure à l'époque où la terre est passée, par le refroidissement, de l'état liquide à l'état solide. On peut donc supposer qu'à cette première époque la terre ne présentait qu'une surface unie et sans aucune aspérité remarquable. Mais les gaz et les substances de toute nature qui bouillonnaient encore dans son sein se sont enflammés, et, en cherchant à se répandre à l'extérieur, ils ont par un effort violent soulevé la croûte terrestre qui les comprimait. C'est ainsi que les montagnes sont sorties de la terre en s'élevant au-dessus de leur niveau primitif. Lorsque les feux souterrains sont parvenus de bonne heure à s'ouvrir un passage, ils se sont dissipés par les bouches volcaniques, qui, en cette occasion, ont rempli l'office des soupapes de sûreté dans nos machines à vapeur; le terrain alors a dû être soulevé à une médiocre hauteur; mais lorsque l'enveloppe terrestre a mieux résisté, le soulèvement a été beaucoup plus considérable, ce qui explique l'inégalité remarquée souvent entre des montagnes voisines et du même ordre de formation.

Les montagnes portent encore pour la plupart les traces incontestables des affreux bouleversements que la

nature a éprouvés en les enfantant; on peut donc en conclure que réciproquement elles sont les indices certains de ces bouleversements, et que toutes les fois que quelque commotion volcanique a agité l'intérieur du globe, il y a eu à l'extérieur formation de montagnes. Outre les exemples de pareils phénomènes qui se sont pour ainsi dire passés sous nos yeux, un fait que nous avons déjà eu l'occasion de citer peut encore servir à confirmer cette opinion, c'est le peu d'action que les montagnes exercent généralement sur les corps pesants comparativement à leur volume, ce qui prouve que leur densité est très-peu considérable. Ainsi, les observations de Bouguer, citées n° 218, ont montré que l'influence des hautes montagnes du Pérou sur les oscillations du pendule et sur la direction du fil à plomb n'est pas la *dixième* partie de celle qu'exerceraient des montagnes de même hauteur dont la densité égalerait la moyenne densité de la terre. Maskelyne est parvenu, relativement à une montagne d'Écosse, à un résultat semblable. Ces grands corps paraissent donc contenir très-peu de matière propre comparativement à leur volume, et cette conjecture est encore confirmée par la découverte que l'on a faite de profondes cavités dans l'intérieur de plusieurs d'entre eux. Or, si les chaînes de montagnes ont en effet été formées par le soulèvement de la surface de la terre et de ses premières couches déjà consolidées, il est naturel de supposer que leurs éléments disjoints par cette secousse violente, et mêlés d'ailleurs en grande partie à des substances volcaniques, n'ont plus la densité des couches terrestres qui se sont formées par le refroidissement graduel de la matière incandescente.

Concluons donc que si la terre paraît s'écarter en quelques points de la figure régulière que la théorie lui attribue, ces anomalies sont tout à fait insensibles relativement aux dimensions du globe, et s'expliquent d'ailleurs d'une manière très-vraisemblable dans l'hypothèse que les molécules terrestres étaient retenues originairement à l'état fluide sous l'influence d'une haute température, et que la terre, en se refroidissant graduellement à sa surface, a conservé dans son sein une partie de sa chaleur primitive.

CHAPITRE X.

PRÉCESSION DES ÉQUINOXES, ET NUTATION DE L'AXE TERRESTRE.

Cause qui produit la précession. — Cause qui produit la nutation. — Variation de l'obliquité de l'écliptique. — De la longueur de l'année tropique. — Masse de la lune. — Aplatissement de la terre. — Invariabilité de la vitesse de rotation de la terre et des pôles à sa surface. — Invariabilité du jour moyen solaire.

232. Les mouvements de translation des planètes autour du soleil sont indépendants de leur forme, ils sont les mêmes que si cette forme était parfaitement sphérique. Leurs mouvements de rotation, au contraire, sont intimement liés à la loi de leur figure par le grand principe de la gravitation universelle. En effet, si les corps célestes étaient des sphères homogènes ou composées de couches homogènes, ils tourneraient uniformément autour d'axes invariables, par la propriété qu'a la sphère d'attirer tous les corps et d'être attirée par eux comme si sa masse entière était réunie à son centre (1). Mais nous avons vu que la force centrifuge, due au mouvement de rotation des planètes, abaisse leur pôle et relève leur

(1) Voir la note page 523.

équateur. Les forces qui les animent ne se réunissant plus à leurs centres de gravité respectifs, les deux hémisphères n'éprouvent pas d'égales attractions, et il en résulte dans leurs pôles de rotation des déplacements, et dans leurs axes des balancements qui produisent pour la terre le phénomène de *la précession des équinoxes* et de *la nutation* de l'axe terrestre, et pour la lune le phénomène que les astronomes ont nommé *sa libration*.

Considérons d'abord les mouvements de l'axe terrestre. Supposons que sur l'axe des pôles on décrive une sphère, la terre se trouvera composée de cette sphère et d'un menisque qui la surmonte, l'épaisseur de ce menisque augmentant en avançant des pôles vers l'équateur. L'action du soleil sur la sphère étant la même de toutes parts, il n'en résulte aucun déplacement dans son équateur, on peut donc faire abstraction de cette partie du sphéroïde, et considérer la terre comme réduite au menisque qui l'enveloppe. Que l'on imagine ensuite les différents points de ce solide réunis autour de l'équateur et formant comme un anneau détaché du globe; si le mouvement du soleil avait lieu dans le plan de l'équateur, son action sur tous les points de cet anneau serait la même, il n'y aurait donc encore dans ce cas ni précession ni nutation; mais en vertu de l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique, il y a toujours une moitié de l'anneau au-dessus de ce plan et une autre moitié au-dessous. L'attraction du soleil sur la première moitié tend à l'entraîner vers le plan de l'écliptique en l'abaissant; son attraction sur la seconde moitié tend à l'entraîner en le relevant, en sorte que, par ce double effet, l'équateur semble devoir pivoter autour de

son intersection avec le plan de l'écliptique pour se confondre avec lui ; et c'est ce qui arriverait en effet si la terre n'avait point de mouvement de rotation ; mais ce mouvement change considérablement les lois du phénomène. Les nœuds de l'équateur prennent sur l'écliptique un mouvement rétrograde, tandis que son inclinaison sur ce plan n'éprouve aucune variation sensible. Ainsi l'on peut dire qu'en se combinant avec l'action du soleil, la rotation de la terre transporte dans l'inclinaison l'invariabilité qui existait auparavant dans les nœuds, et réciproquement elle donne aux nœuds de l'équateur la mobilité qui existait dans son plan (1).

(1) On sait que d'Alembert, qui donna le premier une solution analytique de ce problème, l'un des plus difficiles de la mécanique céleste, avait d'abord fait abstraction du mouvement de rotation de la terre, imaginant qu'il devait être sans influence sur les phénomènes de la précession et de la nutation. En effet, lorsqu'on suppose la terre un sphéroïde de révolution, tous les méridiens étant semblables et se présentant successivement de la même manière au soleil et à la lune, il semble que l'action de ces astres sur l'axe terrestre doit être la même, soit que la terre tourne sur elle-même, soit qu'elle demeure immobile. Mais il n'en est pas ainsi, et c'est une preuve nouvelle des erreurs où peuvent conduire, dans la théorie compliquée des mouvements célestes, les raisonnements les plus exacts en apparence, lorsqu'ils ne sont pas vérifiés par l'analyse. D'Alembert arriva de cette manière à des résultats absolument contraires aux observations, et dans son désappointement, il livra, dit-on, au feu ce premier travail. Mais ayant ensuite repris la question en y faisant entrer en considération le mouvement de rotation de la terre, il parvint à des résultats différents de ceux qu'il avait d'abord obtenus, et qui lui donnèrent les vraies lois de la précession et de la nutation indiquées par l'observation*.

* Mécanique céleste, tome V, page 253.

Newton explique par un ingénieux rapprochement ce singulier résultat du mouvement diurne. Il regarde chaque particule de l'anneau *imaginaire* qui enveloppe l'équateur, comme un astre qui fait sa révolution autour de la terre en 24 heures, et de là il conclut que l'action du soleil sur chacun de ces astres, et par conséquent sur l'anneau entier, doit produire le même effet que celui qu'elle exerce sur la lune ; c'est-à-dire qu'elle doit déplacer, par un mouvement dirigé contre l'ordre des signes, les nœuds de cet anneau sur l'écliptique, comme elle fait rétrograder les nœuds de l'orbe lunaire sur le même plan, n° 197. L'anneau entraîne la terre avec lui, à cause de l'adhérence du ménisque à la sphère qu'il recouvre ; mais comme sa masse est extrêmement petite relativement à celle du globe entier, son mouvement doit en être très-retardé, et de là résulte dans les nœuds de l'équateur terrestre ou dans la ligne des équinoxes le mouvement rétrograde et très-lent que les observations indiquent.

233. Mais si l'on peut ainsi se former une première idée de la cause qui produit la précession des équinoxes, on ne saurait espérer d'arriver sans le secours du calcul à la connaissance de toutes les lois d'un phénomène aussi compliqué. L'analyse montre que la lune a comme le soleil une action sensible sur le ménisque de la terre, et qu'elle contribue avec lui au phénomène de la précession des équinoxes. Mais comme elle ne se meut pas, ainsi que cet astre, dans le plan de l'écliptique, son action produit en outre une petite variation dans l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique, qui, par la seule attraction du soleil, demeurerait constante. Cette varia-

tion est périodique; elle reprend les mêmes valeurs après une révolution des nœuds de la lune; sa période est par conséquent d'environ dix-huit ans et demi. L'axe de la terre, qui suit les mouvements de l'équateur, auquel il est toujours perpendiculaire, est ainsi assujetti à un balancement alternatif, que Bradley avait reconnu par l'observation avant que la théorie n'en eût découvert la cause, et qu'il a nommé sa *nutation* (1), n° 25.

La *nutation* altère légèrement la précession qui aurait lieu sans elle; l'équinoxe *vrai* paraît osciller ainsi autour de l'équinoxe déterminé en faisant abstraction de la nutation, et qu'on appelle équinoxe *moyen*.

Les variations que la *nutation* introduit dans l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique peuvent s'élever à $\pm 9'',25$ dans leur plus grande étendue, et, comme elles sont périodiques, elles n'altèrent pas l'inclinaison moyenne. Mais le plan de l'écliptique n'est pas fixe; en effet, nous avons vu n° 188 que l'action mutuelle des planètes fait varier lentement les inclinaisons de leurs orbites; elle change donc à la longue la position de l'orbe terrestre, et il en résulte une diminution séculaire dans l'obliquité de l'écliptique que les ob-

(1) Outre la nutation dont nous venons d'assigner la cause, l'axe terrestre est encore assujetti à deux petites nutations produites l'une par l'action du soleil, et dont la période est de six mois, l'autre par l'action de la lune, et dont la période est d'un demi-mois lunaire. Les deux inégalités qui en résultent s'ajoutent au terme principal de la nutation, pour former la nutation totale, qu'on nomme alors nutation *luni-solaire;* mais comme ces deux inégalités sont très-petites, on peut en général les négliger, et regarder, ainsi que nous le faisons ici, la nutation comme due uniquement à l'action de *la lune*.

servations anciennes comparées aux modernes rendent sensible.

Cette diminution était en 1800 de 48″,86 par siècle, n° 39; elle ne forme pas par conséquent la centième partie de la précession, qui, dans cet intervalle, s'élèverait à 1° 23′ 42″. Sa grandeur varie dans les différents siècles, mais elle n'est pas indéfinie, et elle est renfermée entre des limites qu'elle ne peut dépasser. La variation totale de l'obliquité qui résulterait de l'action des planètes serait de ± 4° 53′ 33″; mais l'analyse montre qu'elle est considérablement modifiée par l'action du soleil et de la lune sur le sphéroïde terrestre, et l'étendue des variations qui peuvent résulter dans l'obliquité de l'écliptique de ces actions réunies, se réduit à ±1° 33′ 45″, c'est-à-dire au quart à peu près de la valeur qu'elle aurait si la terre était sphérique. Ainsi, comme nous l'avions annoncé n° 42, l'orbite terrestre ne fera que de légères oscillations autour d'une position moyenne dont elle s'écartera peu, et l'obliquité de l'écliptique, après avoir été en diminuant pendant un certain nombre de siècles comme elle le fait aujourd'hui, reviendra ensuite, en augmentant par les mêmes degrés, à sa première position, en sorte que l'équateur ne coïncidera jamais avec l'écliptique, ce qui produirait un bouleversement dans les saisons et dans les climats.

La même cause d'où résulte la variation de l'obliquité de l'écliptique par les déplacements de l'orbe terrestre, produit dans les équinoxes un mouvement direct de 0″,13295 par an; l'action des planètes diminue donc d'une légère quantité l'étendue de la précession qui aurait lieu en vertu de l'action de la lune et du

soleil, et qui, sans cette circonstance, serait de 50″,357 par an.

234. On a vu dans le chapitre III les effets qui résultent de la précession des équinoxes sur la position apparente des étoiles et sur l'aspect général du ciel. Le mouvement rétrograde de la ligne des équinoxes produit encore la différence de l'année tropique à l'année sidérale; elle est égale, n 40, au temps que le soleil emploie à décrire l'arc de la précession annuelle; mais comme cet arc n'est pas le même dans tous les siècles, ses variations changent la durée de l'année tropique: elle est aujourd'hui de 10″,28 plus courte qu'au temps d'Hipparque, comme nous l'avons dit, n° cité; l'année sidérale, au contraire, est rigoureusement invariable (1).

Bradley a trouvé que les effets qui résultent de la nutation pouvaient être représentés en supposant que le pôle vrai de l'équateur se meut autour du pôle moyen sur le contour d'une petite ellipse, dont les deux axes se déterminent en grandeur et en direction par la comparaison des observations (2). Nous avons vu, n° 66,

(1) Voir page 132.

(2) Le grand axe de cette ellipse, toujours compris dans un cercle de latitude, sous-tend un angle de 18″,852, et son petit axe un angle de 14″,032. Pour représenter le mouvement du pôle sur le contour de cette ellipse, on conçoit un cercle décrit du même centre avec son grand axe pour diamètre, et l'on imagine qu'un rayon de ce cercle le parcourt d'un mouvement rétrograde et uniforme pendant une période des nœuds de la lune, de manière qu'il coïncide avec la moitié du grand axe la plus voisine de l'écliptique, toutes les fois que le nœud moyen de l'orbite lunaire coïncide avec l'équinoxe du printemps. Enfin, de l'extrémité de ce rayon on abaisse une perpendiculaire sur le grand axe de cette ellipse, et le point où cette perpendiculaire rencontre sa circonférence est le vrai lieu du pôle terrestre.

que toutes les inégalités qui résultent de la précession dans la position des astres pouvaient être représentées par un mouvement conique de l'axe de la terre autour de l'axe de l'écliptique. En réunissant donc les deux phénomènes, on voit que l'on pourra représenter à la fois tous les effets de la *précession* et de la *nutation*, en supposant que le pôle terrestre se meut sur la circonférence d'une petite ellipse, dont le centre, que l'on peut considérer comme le lieu moyen du pôle, décrit uniformément un arc de 50″,224 par an, sur la circonférence d'un petit cercle de 23° 28′ de rayon, tracé du pôle de l'écliptique comme centre et parallèlement à ce plan.

235. La nutation de l'axe terrestre étant due entièrement à l'action de la lune, tandis que la précession moyenne résulte de l'action combinée du même astre et du soleil, on peut, en comparant le rapport de ces deux quantités, données par l'observation, aux formules de la théorie, en déduire le rapport des masses du soleil et de la lune. On a trouvé ainsi en adoptant, d'après le docteur Brinkley, 9″,25 pour le coefficient de la nutation, que l'action de la lune sur le sphéroïde terrestre est à peu près triple de celle du soleil, et il en résulte $\frac{1}{79}$ pour le rapport de la masse de la lune à celle de la terre. Mais, comme l'a observé d'Alembert, un très-léger changement dans la valeur de la nutation suffit pour altérer considérablement ce rapport, et l'on a cherché, par cette raison, à le déduire plus sûrement d'autres phénomènes ; c'est ce qu'on verra dans le chapitre où nous parlerons du phénomène des marées.

236. En comparant les formules de l'analyse aux résultats de l'observation, on en tire des données précieuses

sur la loi de variation de la densité et de l'ellipticité des couches de la terre, de sa surface au centre. La théorie montre d'abord que les phénomènes de la précession et de la nutation sont les mêmes que si la terre était un sphéroïde de révolution. En admettant cette supposition, on trouve que l'aplatissement du sphéroïde doit être compris entre les deux fractions $\frac{1}{279}$ et $\frac{1}{577}$. Nous avons vu n° 226 que la comparaison des degrés, mesurés à la surface de la terre, et les autres phénomènes d'où on le peut déduire, donnaient $\frac{1}{305}$ pour cet aplatissement; cette valeur est comprise par conséquent dans les limites que lui assigne le phénomène de la précession et de la nutation.

En introduisant ensuite cet aplatissement, comme une quantité connue, dans les formules de la théorie, on en déduit la loi de densité du sphéroïde terrestre. En le supposant composé de couches semblables, on trouve que cette densité va en croissant de la surface au centre, ce qui est conforme aux expériences de Cavendish, qui avait montré que cette densité augmente à mesure que l'on pénètre plus avant dans l'intérieur du globe, et aussi aux lois de l'hydrostatique, qui exigent que si la terre a été primitivement fluide, les parties les plus denses soient en même temps les plus voisines du centre.

237. Tels sont les principaux résultats que produit le mouvement de l'axe terrestre relativement aux étoiles; mais ce mouvement peut causer, dans la position des pôles à la surface de la terre, des variations qui ne sont pas moins importantes à examiner. En effet, si l'axe de rotation variait dans l'intérieur du globe, chacun de ses mouvements déplacerait son équateur et altérerait

toutes les latitudes géographiques. Bien plus, les mers, troublées dans leur équilibre, suivraient les mouvements de l'équateur, et, descendant vers la partie de la terre qui s'est abaissée sous elles, laisseraient dans la partie opposée de nouvelles régions à découvert. Les observations, il est vrai, n'ont pas indiqué jusqu'ici que l'axe terrestre fût soumis à aucune variation de cette nature; mais s'il était sujet à quelque inégalité à longue période, du genre de celles qui ne se développent que par la suite des siècles, les observations astronomiques, qui ne comportent encore qu'un assez court intervalle de temps, ne suffiraient pas pour nous rassurer sur les conséquences de ces variations, et ne sauraient rien nous apprendre sur leur marche. C'était donc à la théorie à éclairer cette importante question; or elle a montré que les mêmes forces qui, en déplaçant l'axe terrestre dans l'espace, produisent la précession et la nutation, ne peuvent nullement altérer sa position dans l'intérieur du globe, ni la vitesse de rotation de la terre autour de cet axe. Quant aux oscillations de l'axe terrestre qui peuvent résulter de l'ébranlement qu'il a reçu à l'origine du mouvement, elles sont depuis longtemps anéanties, et il ne subsiste plus que celles qui ont une cause permanente. Ainsi donc, dans tous les siècles, la *position des pôles et de l'équateur à la surface de la terre demeurera constamment la même*, *le mouvement de rotation sera uniforme*, *et la vitesse de ce mouvement n'éprouvera aucune altération appréciable*. C'est à M. Poisson que nous devons la démonstration complète de ces deux importants théorèmes (1).

(1) *Journal de l'École Polytechnique*, tome VIII.

238. Le jour sidéral est l'intervalle écoulé entre deux retours consécutifs d'une étoile au même méridien; si la vitesse de rotation de la terre n'était pas invariable, la longueur du jour sidéral et celle du jour moyen solaire ne seraient plus les mêmes dans tous les siècles. La base qui nous sert à mesurer le temps se trouverait ainsi sensiblement altérée; il en résulterait, pour la fixation chronologique des événements historiques, des inconvénients du même genre que ceux que produirait l'usage d'un étalon inexact dans la mesure des distances terrestres. La même cause aurait des effets sensibles dans les habitudes même de la vie civile. Il était donc très-important de s'assurer de l'invariabilité du jour moyen solaire; l'analyse montre, il est vrai, que les déplacements de l'écliptique, combinés avec l'action de la lune et du soleil, introduisent dans son expression de légères variations; mais elle prouve en même temps qu'elles seront toujours insensibles.

Les observations anciennes comparées aux modernes confirment d'ailleurs cet important résultat. En effet, si la durée du jour moyen solaire n'était pas invariable, les durées des révolutions des corps célestes nous paraîtraient diminuer ou augmenter proportionnellement; et comme toutes les tables astronomiques sont calculées dans l'hypothèse d'un jour moyen constant, les longitudes et les latitudes des astres qu'on en conclurait ne seraient plus d'accord avec celles qu'on aurait déduites de l'observation directe. Ces différences seraient d'autant plus sensibles que nous serions plus éloignés de l'époque des observations, et que l'astre auquel elles se rapportent aurait un mouvement plus rapide; ainsi, de tous

les corps célestes, la lune serait celui dont les observations en seraient le plus affectées : or, en calculant directement la distance de la lune au soleil, à l'époque d'une éclipse de lune observée par les Chaldéens 720 ans avant notre ère, on s'est assuré qu'une diminution d'un *dix-millionième*, qui équivaut à un *centième* de seconde à peu près, dans la longueur du jour, rendrait la distance de la lune au soleil trop grande pour que l'éclipse eût pu avoir lieu, tandis qu'au contraire le calcul, fait (*Connaissance des Temps*, p. 1800) d'après nos tables qui supposent le jour constant, la représentent parfaitement; on peut donc conclure de là que la durée du jour n'a pas varié de $\frac{1}{100}$ de seconde depuis les anciens Chaldéens jusqu'à nous, c'est-à-dire dans un intervalle de temps qui surpasse 2500 ans.

Quant aux causes, indépendantes de l'action du soleil et de la lune, qui pourraient altérer la durée du jour, la théorie, d'accord avec l'observation, montre encore que leur influence est insensible.

Nous avons vu n° 174 qu'il existe en mécanique un principe général, qui consiste en ce que, dans le mouvement d'un système de points entièrement libres, la somme des aires décrites par chacun d'eux, projetées sur un plan fixe, et multipliées par leurs masses respectives, est une quantité invariable pendant toute la durée du mouvement; on peut conclure de là que, dans le mouvement de rotation d'un corps de forme invariable, la vitesse du mouvement de rotation ne peut être altérée par les actions mutuelles de ses parties. Ainsi, les explosions des volcans, les vents alizés qui soufflent continuellement dans la même direction entre les tropiques, les frottements de

la mer contre la surface du globe, ne peuvent causer ni diminution ni augmentation dans la vitesse de son mouvement de rotation. On déduit du même principe une conséquence très-remarquable relativement aux variations de la température moyenne du globe. Si la terre, comme nous l'avons supposé n° 215, a été primitivement fluide, elle a dû nécessairement se contracter en se refroidissant, et les distances de ses éléments au centre de gravité de la masse venant à diminuer, il a fallu que sa vitesse de rotation s'accélérât par compensation, pour que la somme des aires décrites dans un temps donné se conservât la même. Le calcul montre que, pour satisfaire à cette condition, la vitesse angulaire de rotation doit augmenter en raison inverse du carré du rayon du sphéroïde, et que par conséquent la durée du jour décroît proportionnellement au carré du même rayon. On en a conclu qu'une diminution d'un *centième de seconde* sur la durée du jour correspondrait à une diminution d'un *vingt-millionième* (3 mètres à peu près) dans le rayon terrestre; cette diminution supposerait un abaissement de $\frac{1}{200}$ de degré centigrade dans la température moyenne du globe : or, les observations montrent que le jour sidéral n'a pas varié d'un *centième de seconde* depuis 2500 ans; le rayon moyen de la terre n'a donc pas éprouvé une diminution d'*un vingt-millionième* depuis cette époque, et la température n'a pas varié de $\frac{1}{200}$ de degré centigrade dans cet intervalle. La seule cause qui pourrait altérer d'une manière sensible la vitesse de rotation de la terre serait le déplacement d'une masse considérable à sa surface; ainsi, par exemple, une haute montagne qui serait trans-

portée des pôles à l'équateur rendrait la durée de la rotation plus longue, parce qu'elle se serait éloignée du centre de gravité du sphéroïde; la durée de la rotation diurne deviendrait plus courte, au contraire, si quelque partie importante des régions de l'équateur se rapprochait des pôles; mais comme nous n'apercevons dans la nature aucune cause capable de produire de pareils changements, nous pouvons regarder la vitesse de rotation de la terre et la durée du jour comme rigoureusement invariables.

239. Nous avons jusqu'ici considéré le sphéroïde terrestre comme entièrement solide, et nous n'avons pas eu égard aux oscillations du fluide qui le recouvre en grande partie. Mais de savantes recherches faites par Laplace sur cet objet l'ont conduit à cet important théorème qui rend cette hypothèse tout à fait légitime : « Les » phénomènes de la précession et de la nutation sont » exactement les mêmes que si la mer formait une masse » solide avec la terre. »

CHAPITRE XI.

LIBRATION DE LA LUNE.

Libration optique. — Libration réelle produite par l'attraction de la terre. — Elle est insensible. — Il en résulte que nous n'apercevrons jamais l'hémisphère de la lune qui nous est opposé. — Coïncidence des nœuds de l'équateur et de l'orbite lunaire. — Conséquences déduites de la théorie de la lune relativement à sa figure.

240. Nous avons vu n° 60 que la *libration*, ou cette espèce de balancement par lequel la lune nous découvre et nous dérobe tour à tour quelque partie de sa surface située vers ses bords, n'est qu'un phénomène purement optique; il tient uniquement aux circonstances dans lesquelles nous sommes placés pour observer la lune, et ne résulte pas des inégalités de son mouvement de rotation, qui peut être toujours regardé comme uniforme, et rigoureusement égal à son moyen mouvement de révolution, condition nécessaire pour que la lune nous montre toujours le même hémisphère.

La théorie explique d'abord comment a pu s'établir cette égalité par l'attraction de la terre sur la lune, sans qu'il soit besoin de supposer que les mouvements moyens de rotation et de révolution aient été rigoureusement

égaux à l'origine ; ce qui serait, en effet, infiniment peu vraisemblable.

L'axe de rotation de la lune est presque perpendiculaire à l'écliptique, n° 60 ; en lui supposant donc, conformément aux lois de la figure des corps célestes, la forme d'un ellipsoïde aplati vers les pôles, le plus grand des deux axes du sphéroïde lunaire est situé dans le plan de son équateur, et c'est aussi celui qui est constamment dirigé vers la terre. Cela posé, concevons (*fig.* 103) qu'un rayon vecteur TL soit mené du centre T de la terre au centre L de la lune ; dans l'état d'équilibre, le grand axe *ab* de la lune doit coïncider avec ce rayon, et si on l'en écarte, l'action de la terre doit tendre à l'y ramener, comme la pesanteur ramène un pendule vers la verticale. Si la vitesse primitive de rotation avait été nulle, ou si elle eût beaucoup différé de la vitesse de translation, l'attraction de la terre ne suffisant plus pour maintenir le grand axe lunaire dans la direction du rayon TL, il s'en serait écarté de plus en plus pendant la durée d'une révolution de la lune, et nous aurions aperçu successivement tous les points de sa surface. Mais si la différence primitive entre les deux mouvements a été seulement peu considérable, l'action de la terre, ramenant continuellement le grand axe de la lune vers le rayon vecteur qui joint les deux centres T et L, rétablit la coïncidence entre les mouvements de rotation et de translation, et il en résulte simplement dans le grand axe du sphéroïde lunaire un mouvement d'oscillations autour de sa position moyenne, semblables aux excursions d'un pendule de part et d'autre de la verticale dont on l'a légèrement écarté.

L'action de la terre sur la lune, pour peu qu'elles s'écarte de la figure sphérique, constitue donc la cause physique d'une libration réelle dans le sphéroïde lunaire : l'observation n'indique point, il est vrai, d'oscillations provenant de cette cause ; mais il en faut conclure seulement qu'elles sont trop petites pour être rendues sensibles par l'observation, et leur existence explique d'une manière très-heureuse comment l'attraction de la terre a établi la parfaite égalité entre les moyens mouvements de rotation et de translation de la lune, et empêche que la différence qui devait exister très-vraisemblablement entre ces mouvements à l'origine des choses ne nous découvre insensiblement les deux hémisphères de cet astre, comme cela serait arrivé sans cette attraction, quelque petite qu'on supposât cette différence.

Le mouvement de la lune dans son orbite est assujetti, non-seulement à des inégalités périodiques, mais encore à des inégalités croissant insensiblement avec le temps : les premières, auxquelles le mouvement de rotation ne participe pas, produisent, n° 60, à raison de cette différence, une libration en longitude qui est périodique comme elles ; mais les secondes ont un effet permanent, et il se pourrait que, par la suite des siècles, l'aspect du disque apparent de la lune vue de la terre devînt tout à fait différent, quoiqu'il fût impossible d'y remarquer aucun changement sensible dans la courte durée d'une génération humaine : mais le calcul démontre encore que l'attraction de la terre fait participer le mouvement de rotation aux inégalités séculaires du mouvement de translation, de sorte que le phénomène de la libration demeure le même que si ce dernier

mouvement n'était assujetti qu'à des inégalités périodiques. On ne découvrira donc jamais de la terre, dans aucun temps, des parties de la surface de la lune différentes de celles que nous apercevons aujourd'hui (1).

241. Quant au singulier phénomène de la coïncidence des nœuds de l'équateur et de l'orbite de la lune sur le plan mené par son centre parallèlement à l'écliptique, n° 60, la théorie montre que, pour que cette coïncidence subsiste, il n'est pas nécessaire qu'elle ait eu lieu rigoureusement à l'origine du mouvement ; il suffit que la différence qui existait à cette époque entre les positions des nœuds de l'équateur et de l'orbite lunaire ait été très-petite. L'attraction de la terre a établi ensuite et maintiendra éternellement la coïncidence de leurs nœuds moyens, ainsi que

(1) Nous avons vu dans le chapitre précédent comment on s'était assuré, par la comparaison des observations modernes aux anciennes, que la température du globe terrestre n'avait pas varié de $\frac{1}{200}$ de degré centigrade depuis 2500 ans. M. G. Libri, géomètre d'un esprit aussi ingénieux que profond, a tiré une conclusion analogue relativement à la lune, en se fondant sur le phénomène de sa libration. En effet, on conçoit qu'une diminution de température, en contractant les éléments du sphéroïde lunaire, aurait nécessairement altéré la coïncidence qui doit exister entre son moyen mouvement de rotation et son moyen mouvement de révolution, pour qu'elle nous présente toujours le même hémisphère ; et en vertu de l'attraction de la terre, il en serait résulté une libration en longitude, d'une étendue plus ou moins considérable, que la précision des observations modernes aurait sans doute fait découvrir. Or, comme les observations les plus exactes ne nous indiquent aucun phénomène semblable, il en faut conclure que le sphéroïde lunaire n'a subi dans sa température aucune variation sensible du moins depuis les plus anciennes observations jusqu'à nous. Enfin les mêmes inductions démontrent encore, n° 211, qu'aucune comète d'une masse appréciable n'a pu depuis l'origine du monde se rencontrer sur le passage de la lune.

l'invariabilité de leur inclinaison moyenne sur le plan de l'écliptique. Enfin, le calcul montre que les variations séculaires du plan de l'écliptique n'altèrent point l'exactitude de ces deux phénomènes.

242. Les formules de la théorie, comparées aux observations, ont fourni plusieurs données précieuses sur la constitution physique de la lune; elles montrent que l'on satisfait aux phénomènes de sa libration, tels que l'observation les indique, en supposant à la lune la figure d'un ellipsoïde qui ne serait pas de révolution, et dont le plus petit des trois axes serait celui des pôles, le plus grand l'axe de l'équateur dirigé vers la terre, et l'axe moyen, celui qui, compris dans le même plan, est perpendiculaire au précédent. Cette figure s'accorderait très-bien avec celle que la lune aurait prise pour arriver à l'état d'équilibre, en la supposant originairement fluide, et composée de couches concentriques de densité quelconque; en effet, le mouvement de rotation a dû, selon la loi ordinaire, abaisser ses pôles, et renfler son équateur, tandis que l'attraction de la terre a dû l'allonger dans le sens de l'axe continuellement dirigé vers elle. Cependant, les différences que la théorie indique entre ces trois axes, quoique très-petites, paraissent plus considérables qu'elles ne devraient l'être, si la lune avait exactement conservé en se solidifiant la figure qui convenait à l'équilibre de toutes ses parties; ce qu'il faut attribuer à l'influence que sa constitution particulière, son peu d'aplatissement, et les hautes montagnes qui couvrent sa surface, doivent exercer nécessairement sur les phénomènes de son mouvement de rotation.

Il existe entre les mouvements de rotation de la terre

et de la lune une différence essentielle ; nous avons vu que l'axe terrestre était invariable dans l'intérieur du globe, il n'en est pas de même relativement à la lune; ses pôles de rotation varient légèrement à sa surface, et peuvent faire, autour de leur position moyenne, des excursions dont le *maximum* est de 2'36".

La pesanteur terrestre qui, en ramenant continuellement vers nous le même hémisphère de la lune, nous ôte à jamais l'espoir de découvrir l'hémisphère opposé, constitue certainement l'un des effets les plus singuliers de la loi de la gravitation universelle. Il paraît que cet effet peut être généralisé et doit s'étendre à toutes les planètes qui ont des satellites. Ainsi, les trois derniers satellites de Jupiter, dans lesquels on a reconnu un mouvement de rotation égal à leur moyen mouvement de translation, doivent tourner continuellement vers le centre de leur planète les mêmes parties de leur surface, quand bien même cette égalité, comme cela est très-probable, n'aurait pas été rigoureuse à l'origine du mouvement.

CHAPITRE XII.

DES MARÉES.

Principales circonstances du phénomène. — L'action du soleil et de la lune sur les eaux de la mer produit le flux et le reflux de l'Océan. — La hauteur des marées varie selon la position respective des deux astres. — Rapport de l'action du soleil à celle de la lune, on en conclut la masse de cet astre. — Les hauteurs des marées diminuent à mesure que les déclinaisons des astres qui les produisent augmentent. — Retard journalier des marées. — Établissement du port. — Règle pour calculer dans chaque port l'heure de la pleine mer. — Influence des circonstances locales sur le phénomène des marées. — Marées atmosphériques.

243. Considéré comme une des conséquences de la grande loi de la pesanteur universelle, le phénomène des marées devait plus que tout autre attirer l'attention des géomètres parce qu'il nous offre le moyen, le plus simple que nous ayons, de vérifier la théorie en comparant ses résultats aux faits qui se passent chaque jour sous nos yeux. Mais avant de nous occuper des causes qui le produisent, nous allons rappeler d'abord les principales circonstances du phénomène.

Dans les mers d'une vaste étendue on observe un mouvement périodique et régulier qui agite leurs eaux,

et qui les élève et les abaisse tour à tour deux fois dans l'espace de vingt-cinq heures à peu près. Ce mouvement ne s'opère pas brusquement, les eaux pendant six heures montent au-dessus de leur niveau et s'étendent sur les rivages; elles demeurent pendant quelques minutes dans un état d'immobilité complète; elles redescendent ensuite pendant six heures environ, demeurent un moment stationnaires, puis elles recommencent de nouveau à s'élever, et ainsi de suite.

Le mouvement ascensionnel des eaux de la mer se nomme le *flux*, le mouvement contraire par lequel elles s'affaissent se nomme le *reflux*. Le moment où se termine le flux, lorsque la mer arrivée à sa plus grande élévation demeure quelques instants en repos, se nomme la *pleine mer*; le moment où finit le reflux, c'est-à-dire où la mer cesse de descendre, se nomme la *basse mer*. Le *flux* et le *reflux* réunis constituent le phénomène des marées, et l'on appelle *marée totale* la demi-somme des hauteurs de deux pleines mers consécutives, comptées du point le plus bas où la mer est descendue dans l'intervalle.

Les deux mouvements par lesquels la mer s'élève et s'abaisse ne sont pas d'égale durée, et la mer emploie en général plus de temps à descendre qu'à monter : à Brest, par exemple, la différence est de 15 à 20 minutes, en sorte que la basse mer ne tient pas le milieu entre les deux hautes mers consécutives. Dans un port libre et dégagé des obstacles naturels qui peuvent retarder le mouvement des eaux, l'intervalle qui sépare deux hautes mers successives, du matin, ou du soir, est de $24^h\ 50' \frac{1}{3}$, pendant lesquelles on observe deux flux et deux reflux.

La marée n'arrive donc pas tous les jours à la même heure dans chaque port; l'instant du phénomène retarde journellement de $\frac{3}{4}$ d'heure environ sur celui de la veille, et cette circonstance offre une analogie remarquable avec le mouvement de la lune dont les passages au méridien retardent chaque jour de la même quantité.

Les hauteurs auxquelles la mer s'élève dans un même lieu de la terre, ne sont pas constamment égales; elles varient pendant la durée d'un mois et dans les diverses saisons de l'année. Ces différences consistent: 1° en ce que les marées sont plus grandes dans les nouvelles et pleines lunes, c'est-à-dire dans les syzygies, n° 52, que lorsque la lune est à 90° du soleil, c'est-à-dire dans les quadratures. La valeur moyenne de la marée totale du matin, à Brest, dans son *maximum* vers les syzygies, lorsque le soleil et la lune sont dans l'équateur et à leur moyenne distance de la terre, est de $6^m,2490$; dans les mêmes circonstances elle est de 3^m 0990 à son *minimum* vers les quadratures. La plus haute et la plus basse marée n'ont pas lieu le jour même de la syzygie, mais un jour et demi après et lorsque la lune est à 19° environ au delà des pleines et nouvelles lunes; les plus basses marées ont lieu lorsque la lune est à 19° à peu près au delà du premier ou du dernier quartier; 2° les hauteurs des marées syzygies sont plus grandes et les hauteurs des marées quadratures sont plus petites vers les équinoxes qu'à toute autre époque de l'année. Vers les solstices, au contraire, les marées des pleines et des nouvelles lunes sont moins fortes que celles des autres lunaisons, tandis que les marées des quadratures sont plus considérables. A Brest, les marées totales sy-

zygies sont d'environ $0^m,75$ plus petites dans les solstices que dans les équinoxes. Les marées totales des quadratures sont plus petites de la même quantité dans les équinoxes que dans les solstices.

On remarque encore comme circonstances particulières du phénomène que les marées des nouvelles et pleines lunes sont plus grandes, et les marées quadratures plus petites en hiver, temps où le soleil est plus près de nous, qu'en été où il est plus éloigné. Il existe aussi une petite différence entre les marées du matin et du soir ; à Brest, la marée du matin surpasse celle du soir de $0^m,83$ dans les syzygies des solstices d'été ; elle en est surpassée de la même quantité dans les syzygies des solstices d'hiver ; enfin la hauteur des marées diminue à mesure que la latitude du lieu dans lequel on les observe augmente, et à 65° de latitude le flux est tout à fait insensible.

244. Ce simple exposé des principaux phénomènes des marées suffit pour nous montrer qu'ils ont avec les mouvements du soleil et de la lune une corrélation évidente. Aussi cette remarque n'avait-elle pas échappé aux philosophes de l'antiquité, et ils en avaient conclu que la lune et le soleil, et surtout le premier de ces deux astres, sont la vraie cause du flux et du reflux des mers ; mais il était réservé à Newton de nous montrer comment cette cause opère et comment l'attraction de ces deux astres peut en se combinant soulever et laisser retomber tour à tour les eaux de l'Océan.

Nous avons vu, n° 215, que si la mer recouvrait toute l'étendue de la surface terrestre, en vertu de la pesanteur et de la rotation diurne, elle aurait pris, pour ar-

river à l'état d'équilibre, la forme d'un ellipsoïde aplati aux pôles et renflé sous l'équateur. La mer conserverait toujours la même forme, si aucune force étrangère n'agissait sur elle ; mais l'action perturbatrice du soleil et de la lune doit tendre continuellement à altérer sa figure d'équilibre, et à y produire des agitations semblables à celles que nous présentent le flux et le reflux. En effet, si l'action des deux astres était la même sur toutes les parties de la terre, le seul effet qu'elle produirait serait de déplacer toute la masse du globe et du fluide qui le recouvre sans causer aucun dérangement dans la situation respective de leurs molécules. Mais l'attraction variant en raison inverse du carré des distances, il s'ensuit que les parties fluides, situées dans l'hémisphère tourné vers l'astre, sont plus fortement attirées que le centre du globe qui en est plus éloigné ; les parties fluides, en vertu de leur parfaite mobilité, doivent donc s'élever vers l'astre qui les attire, et s'écarter du centre de la terre avec une force égale à la différence des actions que cet astre exerce sur les molécules fluides et sur le centre du globe. Au contraire, les particules fluides situées dans l'hémisphère opposé à l'astre, étant moins fortement attirées que le centre de la terre, doivent demeurer en arrière, et elles paraîtront encore s'être soulevées sous l'astre qui les sollicite comme celles de l'hémisphère supérieur.

Ainsi donc, en supposant le soleil (*fig.* 104) mu dans le plan de l'équateur, son attraction doit avoir pour effet d'élever les eaux de la mer dans les deux points opposés de la terre A et B qui se trouvent sur la droite qui joint le centre de la terre à celui du soleil ; les autres parties du

fluide doivent tendre à suivre le mouvement de ces deux points avec une vitesse d'autant plus grande qu'elles en sont plus rapprochées ; et comme il ne peut y avoir élévation dans une partie du fluide sans qu'il y ait en même temps dépression dans l'autre, la masse fluide devant toujours demeurer la même, on conçoit que dans les positions intermédiaires la mer sera affaissée, et c'est à 90° de distance en longitude des deux points les plus élevés que se trouveront les points C et D du plus grand abaissement.

L'action du soleil produira donc par jour deux soulèvements des eaux de la mer en chaque lieu de la terre : le premier, lors du passage de l'astre par le méridien supérieur, parce qu'alors les molécules fluides sont plus fortement attirées que le centre du globe ; le second, lors du passage au méridien inférieur, parce que le centre de la terre est alors plus puissamment attiré que les molécules fluides. L'élévation aura lieu au même instant pour les points situés sur le même méridien et diamétralement opposés, lorsque le soleil traversera ce plan. A 90° de distance de ces deux points, la mer est affaissée parce qu'elle fournit les eaux qui alimentent le flux. Le soleil produira donc deux marées par jour, c'est-à-dire deux flux et deux reflux. Il en serait de même relativement à la lune : nous devrions donc distinguer quatre marées différentes dans l'espace d'un jour lunaire, savoir deux marées solaires et deux marées lunaires ; mais les actions simultanées des deux astres se combinent entre elles dans la production du phénomène qui se réduit aux deux marées journalières que nous observons. De là doivent résulter de grandes variétés, soit dans les heures,

soit dans les hauteurs des marées, selon que l'action du soleil et celle de la lune concourront à produire les mêmes effets, ou qu'elles se contrarieront mutuellement.

Dans les oppositions ou les conjonctions, les actions des deux astres s'ajoutent pour soulever les eaux de la mer; dans les quadratures, au contraire, les eaux ne sont soulevées qu'en vertu de la différence de ces deux actions. En effet, dans les conjonctions, le soleil et la lune traversent en même temps le méridien; dans les oppositions, l'un des deux astres passe au méridien supérieur dans le même instant où l'autre astre passe au méridien inférieur; or, dans l'un et l'autre cas, il est clair qu'ils tendent tous deux à la fois à élever les eaux de la mer dans les points situés sous ce méridien. Les deux marées partielles que leur action produit se superposent sans se nuire, comme les ondes d'un bassin légèrement agité, et la marée totale est, dans ce cas, la somme de la marée lunaire et de la marée solaire. Dans les quadratures la lune se trouvant à 90° du soleil, tend à soulever les eaux situées au-dessous d'elle, tandis que le soleil tend à les abaisser, et réciproquement : la marée totale n'est par conséquent que l'excès de la marée du plus puissant des deux astres sur la marée du plus faible, et doit se trouver très-diminuée. Toutes choses égales d'ailleurs, les plus grandes marées auront donc lieu dans les syzygies, et les plus basses vers les quadratures. Dans les points intermédiaires, la marée solaire ne tend qu'à altérer l'heure et la hauteur de la marée lunaire, tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé, selon les positions respectives des deux astres qui les produisent.

245. Comparons les intensités des actions du soleil et de la lune dans le phénomène des marées. Nous avons vu que l'action que le soleil ou la lune exerce pour soulever les eaux de la mer, ne se compose pas de l'action totale de ces deux astres sur le sphéroïde terrestre, mais de la différence des actions qu'ils exercent sur le centre du globe et sur le fluide qui couvre sa surface. Le calcul montre que ces forces sont entre elles comme les masses de chacun des deux astres respectivement divisées par le cube de leur distance au centre de la terre. Or, quoique la masse du soleil soit incomparablement plus grande que celle de la lune, comme il est infiniment plus éloigné de la terre que cet astre, il en résulte que son action pour soulever les eaux de la mer est beaucoup plus faible que celle de la lune. La distance du soleil à la terre est 400 fois à peu près celle de la lune : il serait donc facile d'évaluer le rapport de leurs actions respectives dans le phénomène des marées si nous avions celui de leurs masses ; malheureusement la masse de la lune ne nous est pas suffisamment connue pour faire ce calcul (1), et le phénomène des marées nous offre même un des moyens les plus sûrs que nous ayons pour la déterminer. En comparant les marées dans les quadratures et dans les syzygies, Newton est parvenu à séparer les marées lunaires et les marées solaires, dont les lois sont différentes, et il a trouvé que le rapport des forces qui les produisent est environ celui de 1 à 6; Daniel Bernouilli, par une évaluation plus exacte, a trouvé ce rapport égal à 2,5, et Laplace, en

(1) On a vu n° 235, que la masse de la lune déduite du phénomène de la précession et de la nutation laisse encore de l'incertitude.

prenant la moyenne d'observations très-précises faites dans le port de Brest, l'a évalué à 2,3533, ce qui se rapproche de la valeur précédente (1). L'action de la lune sur les eaux de la mer est donc, dans des situations analogues des deux astres, deux fois et demie à peu près plus grande que celle du soleil. La grandeur des oscillations de la mer devant être supposée proportionnelle aux forces qui les produisent, les marées lunaires seront donc, toutes choses égales d'ailleurs, beaucoup plus fortes que celles du soleil.

De là on déduit un moyen très-simple de déterminer la masse de la lune. En effet en nommant L la masse du soleil, r sa moyenne distance à la terre, et en désignant par L′ et r' les mêmes quantités relatives à la lune, les actions de ces deux astres pour mouvoir les eaux de la mer seront entre elles comme $\frac{L}{r^3}$ est à $\frac{L'}{r'^3}$. Nous venons de voir que, d'après les observations, ce rapport était ce-

(1) Lorsque le port est situé à l'équateur, selon la théorie de Newton, l'excès de la plus haute mer syzygie sur la plus basse mer syzygie est égal à la somme des actions du soleil et de la lune; l'excès de la plus haute mer quadrature sur la plus basse mer quadrature exprime la différence de ces actions. Si le port n'est pas situé à l'équateur, il faut multiplier ces actions par le *cosinus* du carré de latitude. On conçoit donc qu'il est facile ainsi de déterminer, par l'observation des hauteurs des marées syzygies et quadratures, le rapport des actions du soleil et de la lune. Bernouilli préféra employer pour le déterminer, au lieu des hauteurs des marées, comme avait fait Newton, leurs retards journaliers qui sont à leur *maximum* dans les syzygies, et à leur *minimum* dans les quadratures; mais comme les hauteurs des pleines mers sont en général plus faciles à observer que l'instant précis de leur arrivée, Laplace est revenu sur ce point aux idées de Newton, et c'est sur la considération des hauteurs des marées en ayant égard à toutes les circonstances accessoires qu'il a déterminé le rapport donné dans le texte.

lui de 1 à 2,3533; la distance du soleil à la terre est environ 400 fois plus grande que celle de la lune; la masse du soleil est au moins 354,500 fois celle de la terre, n° 183; au moyen de ces nombres on trouve que la masse de la lune est égale à $\frac{1}{76}$ de celle de la terre. La comparaison des phénomènes de la *précession* et de la *nutation* n° 235 donne $\frac{1}{79}$ pour le même rapport; ces deux valeurs déduites de phénomènes très-différents s'accordent entre elles, comme on voit, d'une manière satisfaisante.

246. Jusqu'ici nous avons supposé le soleil et la lune en mouvement dans l'équateur; considérons maintenant les actions de ces deux astres sur les eaux de la mer en supposant variable leur distance à l'équateur, comme cela a lieu réellement. Il est clair que le soleil et la lune ne s'éloignant jamais beaucoup de ce plan, les phénomènes des marées, tels que nous les avons d'abord décrits, n'en seront que légèrement modifiés. La théorie se réunit à l'observation pour montrer que l'influence des deux astres s'affaiblit à mesure qu'ils s'écartent du plan de l'équateur, c'est-à-dire que *l'élévation des marées*, toutes choses égales d'ailleurs, *diminue à mesure que les déclinaisons du soleil et de la lune augmentent*. Ainsi deux causes principales influent sur les hauteurs des grandes marées, vers les nouvelles et les pleines lunes, les variations des distances des astres qui les produisent et de leurs déclinaisons. Ces hauteurs sont d'autant plus considérables que la lune et le soleil sont plus rapprochés de la terre et du plan de l'écliptique. *Les plus grandes marées syzygies ont donc lieu à l'équinoxe quand la lune est à la fois dans l'équateur et dans son périgée: les plus petites arrivent au solstice d'hiver lorsque la*

lune est apogée et dans sa plus grande déclinaison (1).

247. Nous ne nous sommes occupés dans ce qui précède que des hauteurs des marées ; nous allons considérer maintenant les phénomènes relatifs aux intervalles qui les séparent.

Faisons pour un moment abstraction du soleil ; si les eaux de la mer obéissaient instantanément à l'action des forces qui les sollicitent, la pleine mer devrait avoir lieu au moment où la lune traverse le méridien. Mais en vertu de la force d'inertie qui tend à maintenir tous les corps de la nature dans l'état qu'ils occupent à un instant donné, l'heure de la pleine mer doit être retardée et sa hauteur généralement diminuée. C'est la même raison qui fait qu'après le flux et le reflux les eaux de la mer demeurent un instant dans un état de stagnation apparent avant de redescendre ou de remonter, parce qu'elles tendent à conserver l'élévation ou l'abaissement qu'elles ont atteint dans le moment de la haute mer ou de la basse mer, avant de céder aux nouvelles forces qui agissent sur elles.

Sur toute l'étendue de nos côtes, on remarque que les marées sont retardées d'*un jour et demi* à peu près,

(1) On trouve chaque année dans la *Connaissance des temps* le tableau des plus grandes marées de l'année. Elles sont calculées par une formule très-simple, fondée sur ces principes indiqués par la théorie et confirmés par l'observation :

1° *Chaque marée lunaire ou solaire augmente comme le cube du diamètre apparent ou de la parallaxe de l'astre qui la produit ;* 2° *elle diminue comme le carré du cosinus de la déclinaison de cet astre ;* 3° *dans les moyennes distances du soleil et de la lune à la terre, la marée lunaire est trois fois plus grande que la marée solaire.*

en sorte que la marée dans chaque port n'est pas le résultat de l'action immédiate des astres, mais celui de leur action antérieure de 36 heures. Ainsi, par exemple, les plus hautes et les plus basses marées ne sont pas celles qui ont lieu le jour même des syzygies et des quadratures, mais celles qui les suivent à un jour et demi de distance. De sorte que si la syzygie arrive à l'instant de la pleine mer, la plus haute marée est la *troisième* qui la suit, et pareillement, si la quadrature arrive au moment de la pleine mer, la *troisième* marée suivante est la plus petite.

Outre ces causes générales du retard des marées, les circonstances particulières à chaque localité, la profondeur des eaux, les irrégularités du sol contre lequel elles frottent, les obstacles de toute nature qui s'opposent aux libres mouvements de la mer, peuvent faire varier le temps que les impressions qu'elle reçoit mettent à se transmettre dans nos ports. Le retard que la marée éprouve en chaque lieu de la terre sur l'instant du passage de la lune au méridien à l'époque de la conjonction, se nomme *l'établissement du port*. Comme les circonstances qui produisent ce retard demeurent toujours à peu près les mêmes, l'établissement du port est aussi une quantité à peu près constante; mais elle varie d'une manière fort sensible d'un lieu à un autre, et même quelquefois pour des lieux très-voisins.

A Dunkerque, l'établissement du port est de $11^h\ 45'$, la lune étant supposée dans ses distances moyennes à la terre; il est de $9^h\ 15'$ au Havre, de $7^h\ 45'$ à Cherbourg, de $3^h\ 33'$ à Brest, etc. *L'établissement du port* se détermine dans chaque lieu par l'observation de

l'heure à laquelle la pleine mer arrive le jour de la nouvelle lune.

L'élévation des eaux à l'instant de la pleine mer est le résultat des actions combinées du soleil et de la lune; ces deux astres ne se trouvent dans le méridien au même instant que deux fois par mois : l'heure à laquelle la mer atteint sa plus grande hauteur doit donc varier chaque jour comme l'heure à laquelle la lune traverse le méridien. Dans les nouvelles et les pleines lunes, l'instant où les deux astres exercent leur plus grande action, est celui du passage de la lune au méridien; il en est de même lors du premier et du dernier quartier; les autres jours cet instant précède quelquefois le passage, ou bien d'autres fois il le suit; mais il ne peut jamais s'en écarter beaucoup, parce que la force attractive de la lune est, comme on l'a vu, trois fois plus grande que celle du soleil. L'analyse fournit des formules qui donnent exactement l'heure de la pleine mer, dans un port dont la latitude est connue, lorsque l'*établissement du port* est déterminé. Ces formules calculées pour chacun des ports les plus fréquentés, peuvent être aisément réduites en tables qui sont très-utiles aux marins, parce qu'ils ne peuvent ordinairement entrer dans les ports ou en sortir qu'au moment de la haute mer, et qu'il leur importe par conséquent de connaître exactement l'heure à laquelle le phénomène se produit.

Il suit de ce qui précède que l'espace de temps qui s'écoule entre deux marées consécutives, n'est pas constamment le même; il est sujet à quelques variations dépendantes des phases de la lune. Sa valeur moyenne est de $24^h\ 50'\ 28''$: l'intervalle qui sépare deux marées con-

sécutives surpasse donc la durée du jour solaire d'une heure environ. Cet invervalle est le plus petit qu'il soit possible dans les syzygies quand les marées atteignent leur plus grande hauteur; il est alors de 24^h 38′ 57″, et comme le mouvement de la lune est de 24^h 50′ 28″, le retour des marées anticipe de 11′ à peu près sur le passage de la lune au méridien. Dans les quadratures, au contraire, lorsque les hauteurs de la mer sont à leur *minimum*, l'intervalle entre deux marées consécutives atteint sa plus grande valeur; il est alors de 24^h 74′ 58″ et la marée retarde de 25′ à peu près sur le mouvement de la lune. Enfin l'intervalle moyen arrive beaucoup plus près des quadratures que des syzygies. Les valeurs précédentes répondent aux distances moyennes du soleil et de la terre; les variations de ces distances et surtout de celles de la lune y causent quelques altérations. Les variations dans les déclinaisons influent aussi sur le retard des marées d'un jour au suivant, comme elles influent sur leur hauteur.

248. On peut donc, en ayant égard aux circonstances particulières à chaque localité, rendre raison de tous les phénomènes que les marées nous présentent. Mais, outre les causes permanentes qui peuvent influer sur le phénomène, les vents ont aussi sur le mouvement des eaux de l'Océan une action extrêmement puissante, et qu'il est malheureusement impossible de prévoir. Lorsqu'ils conspirent avec l'action de la lune et du soleil pour augmenter la hauteur des grandes marées des équinoxes, ils peuvent produire des inondations, et il est heureux que la théorie ait permis d'indiquer d'avance les époques de ces phénomènes pour prévenir autant que possible

les accidents. Le calcul de la hauteur des marées et des heures auxquelles elles arrivent est aussi très-utile pour les travaux des ports et pour les besoins de la navigation; on peut dire que la théorie, sur ce point, a été aujourd'hui assez perfectionnée pour qu'il soit facile de prédire, plusieurs années d'avance, la hauteur à laquelle la mer doit s'élever dans un lieu donné de la terre, à moins que des vents violents ou quelque autre circonstance extraordinaire ne vienne à déranger l'ordre de la nature. La théorie mathématique des marées, parfaitement d'accord en tout point avec les observations, est devenue ainsi l'une des preuves les plus évidentes de la loi de la gravitation universelle (1).

Laplace, en considérant les oscillations d'un fluide placé sur un sphéroïde elliptique et doué d'un mouvement initial supposé très-petit, et en cherchant les conditions nécessaires pour que le mouvement du fluide fût toujours renfermé dans des limites très-étroites, a

(1) On peut se former une idée exacte de la manière dont la théorie a pu s'appliquer au phénomène des marées, en concevant que la force qui sollicite les eaux de la mer soit exprimée par le *cosinus* d'un angle qui croît proportionnellement au temps : il en résulte un flux partiel croissant de la même manière, mais dans l'expression de la hauteur duquel la constante qui multiplie le temps sous le signe *cosinus* et le coefficient du *cosinus* peuvent différer beaucoup, à raison des circonstances accessoires, des valeurs qu'ils ont dans l'expression de la force qui produit le flux. Les actions du soleil et de la lune peuvent être développées en séries semblables, et chaque terme peut être regardé comme produisant un flux partiel; l'ensemble de tous ces flux forme le flux total, et l'hypothèse sur laquelle on établit l'équation qui les lie entre eux, constitue la théorie mathématique des marées; l'accord des résultats qui s'en déduisent avec les observations, sert ensuite à en confirmer l'exactitude.

trouvé que le fluide dérangé de son état d'équilibre par des forces quelconques, ne s'en écartera jamais que de quantités très-petites, pourvu que sa densité soit moindre que la densité moyenne du sphéroïde qu'il recouvre; dans le cas contraire, les écarts pourraient devenir considérables. La condition précédente est remplie, par rapport à la terre, comme on l'a vu n° 218, ce qui assure à jamais la stabilité de l'équilibre des mers.

Tels sont les faits les plus remarquables que nous présenterait le phénomène des marées, si les mers étaient partout également profondes et d'une égale étendue. Mais l'on conçoit que les circonstances locales doivent apporter de grandes variétés soit dans la hauteur des marées, soit dans les heures auxquelles le phénomène arrive. Ainsi, la théorie montre que l'action du soleil et de la lune aura d'autant plus d'énergie qu'elle s'exercera sur une surface plus étendue ou sur un plus grand nombre de molécules; et c'est par cette raison que le mouvement du flux et du reflux est très-considérable dans l'Océan, et qu'il est à peine sensible dans la mer Caspienne, dans la mer Baltique et même dans la Méditerranée. La configuration des côtes, l'escarpement des rivages, l'inégalité de la profondeur des mers, ont aussi une grande influence sur les hauteurs et sur les intervalles des marées; mais en tenant compte des circonstances locales, on explique aisément, comme nous l'avons dit, toutes les variétés qu'elles peuvent présenter, et l'on en tire de nouvelles preuves de l'exactitude de leur théorie.

Marées atmosphériques.

249. L'action du soleil et de la lune qui produit dans la mer le phénomène du flux et du reflux, doit causer dans l'atmosphère des mouvements semblables. Si ces mouvements sont sensibles, ils doivent se manifester dans le baromètre par des oscillations dont les périodes seront les mêmes que celles du flux et du reflux. C'est ce qui a engagé depuis plusieurs années les observateurs à suivre avec attention les variations de cet instrument, pour parvenir à en déterminer les lois. Malheureusement, l'étendue des oscillations du baromètre, indépendantes des causes qui produisent les grandes variations auxquelles il est soumis, est très-petite; elle ne dépasse pas un millimètre, par exemple, à l'équateur où elle est la plus grande. Ce n'est donc que par une longue suite d'observations, que l'on peut espérer de tirer avec quelque vraisemblance quelques conséquences positives d'éléments aussi délicats.

Le seul résultat qui soit jusqu'ici bien constaté par les observations, c'est la variation diurne du baromètre: un seul mois suffit pour la manifester. La plus grande hauteur a lieu vers *neuf* heures du matin et *dix* heures du soir, la plus petite vers *trois* heures du soir et *quatre* heures du matin. L'étendue de ces variations n'est pas la même dans toutes les saisons; on a trouvé à Paris que l'excès de la plus grande hauteur du baromètre qui répond à 9 heures du matin, sur la plus petite qui répond à 3 heures du soir, était de $0^m,762$. M. Bouvard, d'après la comparaison d'un très-grand nombre d'obser-

vations, a été amené à penser que l'étendue de cette variation diurne, qui est la plus grande sous l'équateur et au niveau de la mer, diminue de l'équateur aux pôles proportionnellement au carré du *cosinus* de la latitude. En sorte, qu'à de très-grandes latitudes elle est presque insensible, et qu'aux pôles elle se réduirait tout à fait à zéro, si on pouvait y atteindre.

Ces variations diurnes du baromètre dépendent sans doute de causes régulières. Leurs périodes, réglées par le jour solaire, semblent indiquer qu'elles sont dues à l'influence du soleil; mais de quelle nature est cette influence, c'est ce qu'on n'a pu jusqu'ici que soupçonner vaguement. Le flux atmosphérique, qui dépend de l'action directe du soleil et de la lune sur l'atmosphère, doit être soumis aux mêmes lois que le flux de l'Océan, et il est comme ce dernier la combinaison de deux flux partiels produits l'un par l'action du soleil, l'autre par l'action de la lune. La période des oscillations du baromètre provenant du soleil serait d'un demi-jour solaire, et elles doivent se confondre par conséquent avec la variation diurne qui a la même période et dont elles ne font que modifier l'étendue, en sorte qu'il paraît à peu près impossible de les séparer. Mais il n'en serait pas de même pour le flux produit par l'action de la lune, dont la période serait d'un demi-jour lunaire, et dont l'existence devrait se manifester par des observations faites dans les diverses phases de la lune. Ainsi, par exemple, si le *minimum* de ce flux arrive à 9 heures du matin le jour de la syzygie, son *maximum* arrivera vers 3 heures du soir; le contraire aurait lieu dans le jour de la quadrature, le flux lunaire augmentera donc la variation diurne

du soir dans le premier cas, il la diminuera dans le second, et la différence sera le double du flux lunaire atmosphérique. Or, toutes les observations ont montré jusqu'ici qu'il était à peu près insensible. Ainsi en considérant 298 syzygies et autant de quadratures, M. Bouvard, après des calculs immenses, a conclu que l'étendue entière de l'oscillation provenant de cette cause depuis son *maximum* jusqu'à son *minimum*, était de 0,018 millimètres, et a trouvé $2^h\ 8'$ du soir pour son *maximum* le jour de la syzygie. Un résultat si minime rend très-incertaine l'existence même d'une oscillation sensible du baromètre, dépendant de l'action directe du soleil ou de la lune sur l'atmosphère, du moins à la latitude de Paris (1). Sans doute, un plus grand nombre d'observations, surtout si l'on peut en obtenir, faites à l'équateur où l'influence des actions du soleil et de la lune doivent être le plus sensible, avec le même soin que celles que l'on a réunies à l'Observatoire de Paris, fournirait le moyen le plus certain d'éclaircir ce point intéressant de la météorologie.

(1) Ajoutons cependant que M. Flaugergues, qui a réuni vingt années d'observations de la plus grande exactitude, semble être parvenu à des résultats très-différents, et a reconnu dans l'action de la lune sur la pression atmosphérique une influence bien marquée. Selon cet observateur, 1° l'étendue entière de la variation qui en résulte pendant la durée d'un mois lunaire, dans la hauteur du baromètre, selon la position de la lune par rapport au soleil, serait de 1,67 millimètre; 2° l'action de la lune serait plus forte lorsque sa déclinaison est australe que lorsqu'elle est boréale, ce qui est conforme à ce qu'on observe dans les marées de l'Océan; 3° l'excès de la hauteur barométrique due à l'action de la lune périgée sur celle qui a lieu à l'apogée serait de 1,10 millimètre. Le temps éclaircira les doutes que peuvent faire naître des résultats si contradictoires.

La puissance attractive de la lune n'ayant sur le flux atmosphérique qu'un effet à peu près insensible, comme on vient de le voir, celle du soleil doit être très-probablement tout à fait inappréciable, puisque l'action attractive de la lune étant triple de celle du soleil, d'après les observations des marées à Brest, le flux lunaire atmosphérique doit être au moins double du flux solaire. On a donc dû penser que les variations diurnes du baromètre dépendent de l'action que le soleil exerce sur l'atmosphère, non par sa puissance attractive, mais par son pouvoir calorifique. Si telle était en effet la cause de ce phénomène, il serait sans doute à peu près impossible de la soumettre au calcul, et la théorie se verrait sur ce point réduite à enregistrer les faits sans moyen de les prévoir ou de les vérifier.

CHAPITRE XIII.

DES MOUVEMENTS PROPRES DES ÉTOILES.

Mouvement de translation du système solaire. — Mouvements observés dans les étoiles doubles. — Influence des étoiles sur le système planétaire.

250. Nous avons vu dans le chapitre III que l'immobilité des étoiles n'est pas rigoureuse et que plusieurs d'entre elles sont assujetties à des mouvements propres que les observations ont fait reconnaître. Mais nous avons remarqué en même temps qu'il serait possible que ces apparences ne fussent qu'une illusion d'optique qui nous ferait attribuer en sens contraire aux étoiles le mouvement de translation dont le système solaire serait lui-même animé. En effet, si nous rapportons les positions des différentes étoiles à celle vers laquelle nous supposons que le soleil se dirige, il est aisé de voir qu'à mesure que nous nous approcherons de cet astre, les autres étoiles sembleront s'en écarter, les unes dans un sens et les autres dans le sens opposé. On pourra donc par les mouvements propres observés dans différentes étoiles, conclure le mouvement réel du système planétaire. C'est ainsi que l'on a reconnu que le soleil et tout le cortége d'astres qui l'environne,

s'avance vers l'étoile de la constellation d'Hercule, avec une vitesse qui égale au moins celle de la terre dans son orbite. Les observations dignes de confiance que nous possédons aujourd'hui, sont resserrées il est vrai dans un trop court intervalle de temps, pour qu'on puisse établir d'une manière rigoureuse un point si important du système du monde; mais l'accord remarquable qui existe entre les directions observées dans les mouvements propres d'un grand nombre d'étoiles et leur position par rapport à la terre, donne à l'hypothèse du mouvement de translation du système solaire un grand degré de vraisemblance; les observations futures fixeront les doutes qui peuvent rester encore à cet égard.

251. Nous avons vu qu'outre ces mouvements communs à un grand nombre d'étoiles, on avait observé dans quelques groupes d'étoiles très-rapprochées des mouvements particuliers que les astronomes s'appliquent à étudier depuis le commencement de ce siècle avec une attention suivie. Les étoiles de chaque groupe forment des systèmes partiels dont les dimensions sont très-petites relativement aux distances qui les séparent des autres étoiles, et qui semblent circuler autour de leurs centres de gravité respectifs. Nous avions promis de montrer ici par quels moyens on est parvenu à déterminer les mouvements de plusieurs *groupes binaires* ou *étoiles doubles* dans lesquels l'observation avait fait reconnaître un mouvement de révolution de la petite étoile autour de la grande; malheureusement l'espace nous manque pour tenir cet engagement: nous dirons seulement que c'est par l'application de la loi de la gravitation aux mouvements propres des étoiles que l'on est parve-

nu à rendre compte de toutes les apparences que leurs mouvements nous présentent (1). Suivant cette loi dans le cas très-simple d'un groupe composé de deux étoiles, l'orbite que l'une d'entre elles décrit autour de l'autre est une ellipse, on en détermine les dimensions par la comparaison des formules de la théorie aux observations, et si l'on pouvait évaluer le rapport du grand axe de cette ellipse à la distance de la terre au soleil, on en conclurait n° 183, les durées des révolutions étant supposées connues, le rapport de la somme des masses des deux étoiles à celle du soleil. Ainsi le principe de la pesanteur universelle n'embrasse pas seulement les corps de notre système planétaire, il s'étend jusqu'à ces astres dont la distance confond notre imagination, et fait graviter les étoiles les unes autour des autres, en décrivant des orbes immenses dans leurs révolutions qui ont pour la plupart plusieurs siècles de durée.

252. Quoique les étoiles soient prodigieusement éloignées de nous, cependant il se pourrait qu'en leur supposant une masse considérable elles ne fussent pas sans influence sur notre système planétaire. Mais l'analyse a répondu d'une manière tout à fait rassurante à cette question en montrant que l'action des étoiles sur le système solaire sera probablement toujours inappréciable, et qu'en tout cas elle ne pourrait se manifester que dans un temps éloigné de nous de plusieurs millions d'années (2).

(1) Voir le Mémoire de M. Savary (*Connaissance des Temps pour* 1830).

(2) *Théorie analytique du Système du Monde*, tome III, p. 517.

CHAPITRE XIV ET DERNIER.

CONJECTURES SUR LA FORMATION DU SOLEIL ET DES PLANÈTES.

Conséquences générales de la loi de la gravitation. — Hypothèse de Buffon. — Travaux d'Herschell sur les nébuleuses. — Hypothèse de Laplace. — Formation des planètes et des satellites. — Destination des comètes. — Considérations générales. — Conclusion.

253. Dans la première partie de cet ouvrage, nous avons partagé en différentes classes les astres que nous observons dans les cieux, et nous avons étudié chacun d'eux en particulier, en cherchant à dégager leurs mouvements réels d'une foule d'apparences plus ou moins trompeuses dont ils sont enveloppés. Après avoir rendu à chaque corps céleste sa véritable place, et lui avoir assigné sa destination dans le grand œuvre de l'univers, nous avons dans la deuxième partie montré par quels moyens on a pu remonter de la connaissance des mouvements célestes aux causes qui les produisent, et nous avons été amenés à considérer tous les corps de la nature comme le foyer d'une force attractive qui augmente proportionnellement à leurs masses, et qui décroît en raison inverse du carré des distances. Cette hypothèse

sublime, si c'en est une, explique à la fois, de la manière la plus simple, les principaux phénomènes du système solaire, le mouvement des centres de gravité des corps célestes autour du foyer des forces qui les animent, leur mouvement autour de leurs centres de gravité respectifs, enfin leurs figures et les oscillations des fluides qui les recouvrent. Tous ces phénomènes, qui semblaient isolés entre eux avant la découverte de la gravitation universelle, sont enchaînés l'un à l'autre par cette grande loi de la nature, en sorte qu'il est évident qu'ils ne pourraient exister séparément. Ainsi le triple mouvement de la terre imaginé par Copernic pour expliquer les mouvements apparents du soleil et des étoiles, dans le système de l'attraction est le résultat simple et inévitable d'une force d'impulsion dont la direction n'aurait pas passé par le centre de gravité du sphéroïde terrestre. En vertu de cette force la terre tourne dans une orbite elliptique autour du soleil, et elle a pris en même temps un mouvement uniforme de rotation sur son centre; la force centrifuge qui résulte de ce mouvement lui a donné une figure aplatie vers les pôles, et l'action du soleil et de la lune sur ce sphéroïde a imprimé à son axe de rotation, autour des pôles de l'écliptique, le mouvement qui produit les phénomènes de la *précession* et de la *nutation*. Tous les mouvements des autres corps célestes, et leurs apparentes inégalités, résultent de la même loi et sont une conséquence logique du mouvement de la terre. « C'est une chose vraiment digne d'admiration, dit Laplace, que la manière dont tous ces phénomènes, qui semblent au premier coup d'œil fort disparates, découlent d'une même loi qui les enchaîne au mouvement de la terre, en sorte

que ce mouvement étant une fois admis, on est conduit par une suite de raisonnements géométriques à ces phénomènes. »

Le principe de la pesanteur universelle, traduit en langage algébrique, suffit pour rendre raison de toutes les altérations du mouvement elliptique des planètes, des comètes et des satellites. Ces altérations sont de deux espèces : les unes ne dépendent que des positions respectives des différents corps du système, et reprennent les mêmes valeurs toutes les fois qu'il revient à la même configuration : elles n'ont donc qu'un effet temporaire et pour ainsi dire alternatif; mais les autres qui s'attachent aux éléments mêmes, qui déterminent la figure et la position des orbites planétaires, les font varier par degrés insensibles dans la suite des siècles, et l'on a pu craindre que la stabilité du système n'en fût à la longue considérablement altérée. L'analyse a dissipé ces appréhensions. L'invariabilité des distances moyennes des planètes au soleil, et les étroites limites dans lesquelles seront éternellement renfermées les variations des excentricités et des inclinaisons de leurs orbites, assure la conservation du système planétaire dans un état voisin de son état actuel; les orbites ne font qu'osciller autour d'un état moyen d'ellipticité et d'inclinaisons dont elles ne s'écarteront jamais que de très-petites quantités, n° 188.

Les moyens mouvements planétaires sont invariables comme les grands axes d'où ils se déduisent par la troisième loi de Kepler, ce qui assure la constance de la durée de leurs révolutions sidérales, et en particulier celle de l'année sidérale, n° 187. Le moyen mouvement

de la lune est seul soumis à une inégalité séculaire considérable que l'observation a déjà rendue sensible, et qui par la suite des temps pourra s'élever à plusieurs circonférences ; mais l'accélération qui en résulte se changera enfin en un retardement, et le moyen mouvement après avoir été en croissant pendant un grand nombre de siècles, reviendra par des diminutions successives à son état moyen, n° 198. En général, toutes les inégalités séculaires sont périodiques comme les autres inégalités planétaires ; elles en diffèrent seulement en ce que leurs périodes sont infiniment plus longues. Les inclinaisons des équateurs des planètes sur leurs orbites respectives sont généralement très-petites, et les inégalités qui les affectent en se développant par la suite des temps n'y apportent que des variations peu considérables : ainsi, par exemple, l'obliquité de l'écliptique restera dans tous les siècles à peu près la même que nous la voyons aujourd'hui, condition qui assure la stabilité dans l'ordre et dans la température des saisons, sur la terre et sur les planètes, n° 230. Enfin, l'uniformité du mouvement de rotation de la terre assure la constance de la durée du jour, en même temps que la permanence des pôles à la surface de la terre et la stabilité de l'équilibre des mers nous garantissent contre les envahissements des continents par les eaux de l'Océan, et contre les désastres qui en seraient le résultat, n° 218. Ainsi donc, la théorie approfondie du système du monde assure aux races futures la paisible jouissance de tous les biens que nous possédons aujourd'hui ; il n'est soumis à aucune cause de destruction qui lui soit propre, et l'admirable constitution de l'univers est telle, que les mêmes

forces qui président à ses mouvements maintiennent l'équilibre et la stabilité de toutes ses parties, en sorte que le monde matériel semble renfermer les raisons suffisantes de sa durée et de sa permanence, comme chacun des êtres animés qui l'habitent porte en lui-même l'instinct de sa conservation.

254. La disposition du système solaire, qui assure sa durée, était aussi éminemment propre à faciliter les applications de l'analyse mathématique : admirable système, disait Lagrange, que Dieu semble avoir disposé tout exprès pour le calculer. Aussi il n'y a pas une des inégalités planétaires observées qui ne dérive de cette analyse avec une étonnante précision (1), souvent même il a été permis à la théorie de devancer l'observation et d'indiquer aux astronomes des inégalités nouvelles, qui par leur complication et la lenteur de leur développement n'auraient pu être découvertes par le seul secours de l'observation qu'après un grand nombre de siècles. Le géomètre aujourd'hui à l'aide d'un petit nombre de données qu'il emprunte à l'astronomie pratique, peut embrasser dans ses formules les mouvements de tous les corps célestes du système solaire, indiquer les états par lesquels il a passé depuis sa création, et prédire les changements qu'il subira dans les âges futurs. Toutes ces conséquences qui dérivent d'un principe aussi simple que général, Newton a osé les entrevoir ; ses successeurs leur ont

(1) On cite une seule inégalité à *longue période* dans le mouvement de la lune, dont la théorie n'a pu encore découvrir la cause ; mais l'existence même de cette inégalité n'est pas constatée d'une manière certaine par l'observation.

donné la rigueur de la démonstration, et, grâce à leurs travaux, la théorie du système du monde est devenue la plus sublime des sciences naturelles par son but, la plus complète par ses résultats.

Il semble que c'était déjà beaucoup que d'avoir démêlé les vraies lois des mouvements célestes et d'être parvenu à assigner, avec tant de probabilités qu'elles équivalent presqu'à la certitude, la cause qui les produit. On aurait pu croire que l'esprit humain devait en rester là; mais dans les sciences, comme en toutes choses, il est rare que le succès n'éveille pas l'ambition au lieu de la satisfaire. Maître du grand secret que la nature emploie pour donner la vie au système planétaire, cette gloire ne lui a pas suffi; il a cherché en remontant les âges s'il ne parviendrait pas à percer le mystère de sa formation même, et il a osé concevoir la pensée hardie d'assister, pour ainsi dire, au spectacle de la création du monde.

Buffon est le premier qui ait abordé une si vaste question, et qui ait considéré sous ce point de vue philosophique la constitution de l'univers. Ses idées sur la formation primitive des planètes et des satellites trouveraient peu de partisans aujourd'hui parmi les astronomes; mais on ne saurait se dispenser d'en faire mention: c'est un hommage que l'on doit à tous les génies créateurs, qui, par leurs erreurs mêmes, ont contribué à l'avancement des sciences en ouvrant la route aux spéculations plus heureuses de leurs successeurs.

Buffon suppose donc que le choc d'une comète, tombant obliquement sur le soleil, a projeté au loin un torrent

de la matière qui le compose, comme une pierre lancée dans un bassin fait jaillir l'eau qu'il contient. Ce torrent de matière en fusion s'est brisé en plusieurs parties, qui se sont arrêtées à différentes distances du soleil, suivant leur densité ou l'impulsion qu'elles avaient reçue; elles se sont ensuite réunies en globes par l'effet du mouvement de rotation, et en se condensant par le refroidissement elles sont devenues opaques et solides, et ont formé les planètes et les satellites.

Ce système explique très-simplement l'unité de direction du mouvement de translation des planètes, qui circulent toutes, comme on sait, d'occident en orient, autour du soleil; mais il n'en est pas de même du mouvement de rotation, et l'on ne trouve aucune raison pour que ce mouvement s'opère dans le sens du mouvement de translation plutôt que dans le sens contraire. Or, c'est l'un des faits les plus remarquables indiqués par l'observation p. 471, que cette identité du sens des mouvements de translation et de rotation des planètes et des satellites. On ne voit pas davantage pourquoi les orbites des planètes sont toutes à peu près circulaires et comprises dans une zône étroite de la sphère céleste, tandis que les comètes se meuvent dans des orbes très-excentriques et sous des inclinaisons quelconques à l'écliptique. L'hypothèse de Buffon sur l'origine des planètes et des satellites est donc fort éloignée de satisfaire aux principaux phénomènes qui caractérisent le système planétaire, et ne peut mériter aujourd'hui un examen sérieux.

255. Essayons avec Laplace de nous élever par une autre voie à leur véritable cause. Ce nouveau système a pour base les beaux travaux qu'a faits W. Herschell, à l'aide de

ses puissants télescopes, sur les nébuleuses. On sait que l'on appelle ainsi des taches blanchâtres que l'on aperçoit dans les différentes parties du ciel, dont elles occupent une grande étendue. En observant avec attention ces taches, on verra d'abord dans quelques-unes la matière nébuleuse confondue à l'état le plus diffus, et ne réfléchissant qu'une lumière faible et à peu près uniforme; dans d'autres cette matière se condense faiblement autour d'un ou de plusieurs noyaux peu brillants; dans quelques autres ces noyaux ont un éclat plus vif, relativement à la nébulosité qui les environne: ensuite les atmosphères de chaque noyau venant à se séparer par une condensation ultérieure, il en résulte des nébuleuses multiples, formées de noyaux brillants très-voisins, et enveloppées chacune d'une atmosphère. Enfin, un plus haut degré de condensation transforme toutes ces nébuleuses en étoiles. En groupant sous un même point de vue ces observations faites sur un grand nombre de nébuleuses différentes, Herschel suppose qu'elles représentent le travail successif qui s'opère sur un seul et même amas de matière nébuleuse, qui passerait de son état primitif de nébulosité complétement diffuse et de noyaux à peine lumineux à l'état d'étoiles les plus brillantes. Les progrès de la condensation qui opère cette transformation ne pourraient devenir sensibles pour nous qu'après un grand nombre de siècles; mais on peut les découvrir de cette manière en les suivant à la fois sur l'ensemble des nébuleuses répandues dans le ciel, de même qu'un naturaliste qui voudrait connaître les développements successifs des organes d'un être animé, les étudierait sur des individus de différents âges.

Puisque l'observation attentive des nébuleuses semble indiquer leur transformation en étoiles, à des époques plus ou moins reculées, on doit supposer par analogie que les étoiles existantes et le soleil lui-même étaient autrefois des amas de matière nébuleuse que la condensation a réduits à l'état où nous les voyons aujourd'hui. D'après cette induction, nous sommes conduits à considérer le soleil, à l'origine des choses, comme composé d'un noyau plus ou moins brillant, enveloppé d'une vaste atmosphère qui pouvait s'étendre d'abord, par l'effet d'une chaleur excessive, au delà des orbes de toutes les planètes, et que la condensation a resserrée successivement dans ses limites actuelles.

Cette atmosphère, que l'on peut supposer douée d'un mouvement de rotation autour de son centre de gravité, soit que ce mouvement résulte de l'attraction réciproque de toutes ses parties, soit qu'il lui ait été communiqué primitivement, a dû, en se condensant par le refroidissement, abandonner dans le plan de son équateur des zônes de vapeurs composées de substances qui avaient besoin d'un froid plus intense pour revenir à l'état liquide ou à l'état solide. Ces zônes ont dû commencer par circuler autour du soleil sous la forme d'anneaux concentriques, dont les molécules les plus volatiles ont formé la partie supérieure, et les molécules les plus condensées la partie inférieure.

Si toutes les molécules nébuleuses dont ces anneaux se composent avaient continué à se refroidir sans se désunir, elles auraient fini par former un anneau liquide ou solide. Mais la disposition régulière que devraient avoir pour cela toutes les parties de l'anneau et

qu'elles devraient conserver dans leur refroidissement, a dû rendre ce phénomène extrêmement rare. Aussi, le système solaire ne nous en offre-t-il qu'un seul exemple, celui des anneaux de Saturne. Généralement l'anneau a dû se briser en plusieurs fragments, qui ont continué à circuler à la même distance autour du soleil, et avec des vitesses à peu près égales, en même temps que, par l'effet de leur séparation, ils acquéraient un mouvement de rotation autour de leur centre de gravité respectif; et comme les molécules de la partie supérieure de l'anneau, c'est-à-dire les molécules les plus éloignées du centre du soleil, avaient nécessairement une vitesse absolue plus grande que les molécules de la partie inférieure qui en étaient plus rapprochées, le mouvement de rotation, commun à tous les fragments, a dû être toujours dirigé dans le même sens que celui du mouvement de translation.

Cependant, si après leur division l'un de ces fragments s'est trouvé assez supérieur aux autres pour les réunir à lui par son attraction, ils n'auront plus formé qu'une seule masse de vapeurs, qui, par le frottement continuel de toutes ses parties et les lois de l'équilibre des fluides combinées avec celles du mouvement de rotation, a dû prendre la forme d'un sphéroïde aplati aux pôles, et allongé dans le sens de son équateur. Voilà donc les anneaux de vapeur, abandonnés par les retraits successifs de l'atmosphère du soleil, transformés en autant de planètes à l'état de vapeurs circulant autour du soleil, et douées d'un mouvement de rotation dirigé dans le sens de leur révolution. Ce cas a dû être le plus commun; mais celui où les fragments de quelque anneau

auraient formé plusieurs planètes distinctes, animées de vitesses différentes, a pu aussi se réaliser; et les quatre planètes télescopiques, Cérès, Junon, Pallas et Vesta, découvertes au commencement de ce siècle, semblent en offrir un exemple; à moins que l'on n'admette, d'après Olbers, qu'elles sont les éclats d'une seule et même planète qu'une forte commotion intérieure a brisée.

Il est facile d'imaginer les changements successifs que le refroidissement doit amener dans les planètes dont nous venons d'indiquer la formation. En effet, chacune de ces planètes à l'état de vapeurs est en tout comparable à une nébuleuse de première création; elles doivent donc, avant d'arriver à l'état de fixité, passer par tous les degrés de transformation que nous venons de suivre dans le soleil. D'abord, la condensation de leur atmosphère formera autour du centre de la planète un noyau composé de couches superposées d'inégales densités, les matières les plus denses ayant dû par leur pesanteur se rapprocher du centre, et les plus volatiles gagner la surface; comme on voit dans un vase divers liquides se ranger les uns au-dessus des autres suivant leur pesanteur spécifique, pour arriver à l'état d'équilibre. L'atmosphère de chaque planète pourra, comme celle du soleil, en se retirant, abandonner derrière elle des zônes de vapeurs qui formeront une ou plusieurs planètes secondaires, circulant autour de la planète principale comme la lune autour de la terre, et les satellites autour de Jupiter, Saturne et Uranus; ou bien qui formeront, en se refroidissant sans se diviser, une ceinture solide et continue, comme nous en avons un exemple dans l'anneau de Saturne. Dans tous les cas, le sens du

mouvement de rotation et de translation des satellites ou de l'anneau, devra être le même que celui du mouvement de rotation de la planète, et c'est ce qu'en effet l'observation confirme complétement.

L'étonnante coïncidence de tous les mouvements planétaires, phénomène qu'on ne saurait, sans enfreindre toutes les lois des probabilités, regarder comme un simple effet du hasard, se trouve donc résulter de la formation même du système solaire dans cette ingénieuse hypothèse : on voit encore pourquoi les orbes des planètes et des satellites doivent être peu excentriques et ne s'écarter que légèrement du plan de l'équateur solaire. Une harmonie parfaite entre la densité et la température de leurs molécules à l'état de vapeurs aurait rendu les orbites rigoureusement circulaires et les aurait fait coïncider avec le plan de cet équateur ; mais comme cette régularité ne pouvait exister entre toutes les parties de masses si considérables, il a dû en résulter les petites excentricités des orbites des planètes et des satellites, et leur déviation du plan de l'équateur solaire.

Lorsque dans les zônes que l'atmosphère solaire abandonnait, il s'est trouvé des molécules trop volatiles pour s'unir entre elles ou aux planètes, elles doivent continuer à circuler autour de cet astre sans présenter aucune résistance sensible aux mouvements des corps planétaires, soit à cause de leur extrême rareté, soit parce que leur mouvement s'effectue dans le même sens que celui des corps qu'elles rencontrent. Ces molécules errantes doivent ainsi nous offrir toutes les apparences de la *lumière zodiacale*.

Nous venons de voir que la figure des corps célestes

était un résultat nécessaire de leur fluidité à l'origine des temps. Le phénomène singulier que nous présente l'égalité rigoureuse que l'observation indique entre les moyens mouvements de rotation et de révolution de chaque satellite, égalité qui rend invisible à jamais l'hémisphère de la lune qui nous est opposé, n° 240, est encore une conséquence très-simple de cette hypothèse. En effet, en supposant qu'une différence quelconque ait existé entre le moyen mouvement de rotation et de révolution de notre satellite lorsqu'il était encore à l'état de vapeurs ou à l'état fluide; l'attraction de la terre a dû d'abord allonger le sphéroïde lunaire dans le sens de son axe dirigé vers la terre. La même attraction a dû tendre à diminuer insensiblement la différence qui existait entre le mouvement de rotation et le mouvement de révolution de la lune, de manière à la renfermer entre d'étroites limites, condition suffisante pour que l'axe de son équateur dirigé vers la terre n'ait plus été assujetti qu'à une espèce de balancement périodique, constituant le phénomène de la *libration*. Si ces oscillations n'ont pu être reconnues jusqu'ici par l'observation, c'est qu'elles auront disparu dans la suite des temps par les résistances qu'elles ont éprouvées, comme les oscillations de l'axe terrestre dans l'intérieur de la terre, provenant de l'état initial du mouvement, ont été anéanties, et comme ont disparu enfin tous les mouvements des corps célestes qui n'ont pas une cause permanente.

256. Les principaux phénomènes du système planétaire s'expliquent donc avec une extrême facilité dans l'hypothèse que nous examinons; et si l'on ajoute que ces

transformations successives d'une masse nébuleuse, et l'abandon d'une partie de sa substance par le refroidissement, peuvent s'accorder avec tous les principes de la mécanique, elle acquerra un grand degré de vraisemblance. Dans cette hypothèse, la formation des planètes n'aurait pas été simultanée ; elles ont été créées successivement à des siècles d'intervalles ; les plus anciennes sont celles qui sont les plus éloignées du soleil ; et les satellites sont d'une date plus récente que leurs planètes respectives. Peut-être, s'il nous était permis d'atteindre jusque là, pourrions-nous, par l'examen de la constitution de chaque planète, remonter à l'époque de sa formation, et assigner à chacune son âge dans cette chronologie de l'univers.

On voit encore que la vitesse du mouvement de translation de chaque planète telle qu'elle est aujourd'hui, doit peu différer de celle qu'avait le mouvement de rotation du soleil à l'époque où la planète s'est détachée de son atmosphère. Et comme le mouvement de rotation a dû s'accélérer à mesure que les molécules solaires se sont resserrées par le refroidissement pour que la somme des aires qu'elles décrivent autour du centre de gravité restât toujours la même, n° 174, il s'ensuit que le mouvement de révolution doit être d'autant plus rapide que la planète est plus voisine du soleil, comme l'observation l'indique. Il en résulte encore que la durée de la rotation soit du soleil, soit d'une planète, doit être plus courte que la durée de la révolution du corps le plus voisin qui circule autour de ces astres : c'est ce que l'observation confirme complétement, même dans les circonstances où la différence entre les durées des deux

mouvements doit être très-petite. Ainsi, l'anneau intérieur de Saturne étant très-voisin de la planète, la durée de sa rotation doit être presque égale, mis un peu plus longue que celle de la planète. Les observations d'Herschel donnent en effet $0^j,432$ pour la durée de la rotation de l'anneau, et $0^j,427$ pour celle de la planète n° 205: comment donc ne pas admettre que cet anneau a été formé par la condensation de l'atmosphère de Saturne, qui jadis s'est étendue jusqu'à lui. Peut-être pourrait-on déduire des lois de la mécanique, d'après les dimensions actuelles du soleil et la durée connue de sa rotation, la relation qui devait exister entre le rayon vecteur de sa surface et le temps de sa rotation dans les différents états de concentration par lesquels il a passé. La troisième loi de Kepler, n° 107, ne serait plus alors un simple résultat de l'observation, elle se déduirait directement des lois primordiales de la formation des corps célestes.

Dans ce système, comme dans celui qu'avait proposé Buffon, la forme particulière des planètes, l'abaissement des pôles et le renflement de leur équateur ne sont qu'une conséquence rigoureuse des lois de l'équilibre des fluides, et l'on explique sans peine la plupart des phénomènes observés par les géologues dans la constitution du globe terrestre, qui paraîtraient inexplicables si l'on n'admettait pas que la terre et les planètes ont été originairement fluides.

257. Voyons maintenant quelle est l'origine et le rôle que cette hypothèse assigne aux comètes. Laplace les suppose étrangères au système planétaire, et il les regarde comme des amas de vapeurs formés de l'agglomération de la matière lumineuse répandue de toutes parts dans

l'univers et errant au hasard dans les différents systèmes solaires. Des comètes seraient ainsi, relativement au système planétaire, ce que sont les aérolithes par rapport à la terre, avec laquelle ils semblent n'avoir aucune connexion d'origine. Lorsqu'une comète s'approche assez des régions de l'espace que notre système occupe, pour entrer dans la sphère d'activité du soleil, l'attraction de cet astre combinée avec la vitesse acquise de la comète la force à décrire un orbe elliptique ou hyperbolique. Mais comme la direction de cette vitesse est absolument arbitraire, les comètes doivent se mouvoir dans tous les sens et dans toutes les parties du ciel.

Les orbites cométaires pourront donc avoir toutes les inclinaisons à l'écliptique, et cette hypothèse explique également bien la cause des grandes excentricités dont elles sont généralement affectées. En effet, si les courbes que les comètes décrivent sont des ellipses, elles doivent être très-allongées puisque leurs grands axes sont au moins égaux au rayon de la sphère d'activité du soleil, et nous ne devons apercevoir par conséquent que ceux de ces astres dont les excentricités sont très-grandes et dont la distance périhélie est peu considérable; les autres, à cause de leur petitesse en général, et de leur éloignement, seront toujours invisibles, à moins que la résistance de l'éther, l'attraction des planètes, ou d'autres causes inconnues, ne diminuent leur distance périhélie et ne les rapprochent de l'orbe terrestre. Les mêmes circonstances ont pu changer les orbites primitives de quelques comètes dans les ellipses dont les grands axes sont beaucoup moins considérables, et c'est ce qui sera arrivé probablement aux comètes périodiques de 1759,

1819 et 1832. Les lois du mouvement curviligne montrent d'ailleurs que l'excentricité de l'orbite dépend principalement de la direction du mouvement de la comète à son entrée dans la sphère d'activité du soleil; et comme ce mouvement est possible dans toutes les directions, il n'y a pas de limites fixées à la grandeur des excentricités des orbites des comètes.

Si, lorsque les planètes se sont formées, quelques comètes ont pénétré dans les atmosphères du soleil et des planètes, la résistance qu'elles en ont éprouvée a dû détruire graduellement les vitesses dont elles étaient animées; elles ont dû alors tomber sur ces corps en décrivant des spirales, et leur chute aura eu pour effet d'écarter les plans des orbites et des équateurs des planètes du plan de l'équateur solaire. C'est donc en partie à cette cause, et en partie à celles que nous avons développées plus haut, que l'on peut attribuer les légères déviations que nous y apercevons aujourd'hui.

258. Telle est en résumé l'hypothèse proposée par Laplace sur l'origine du système solaire. Cette hypothèse explique de la manière la plus satisfaisante les trois phénomènes les plus remarquables que nous présentent les mouvements planétaires.

1° Le mouvement des planètes dans le même sens et à peu près dans un même plan;

2° Le mouvement des satellites dans le même sens que leurs planètes;

3° La singulière coïncidence en direction des mouvements de rotation et de translation des planètes et du soleil qui dans les autres systèmes présenterait des difficultés inextricables.

Les phénomènes non moins remarquables de la petitesse des excentricités et des inclinaisons des orbes planétaires en sont aussi une conséquence nécessaire, tandis qu'on voit en même temps pourquoi les orbes des comètes s'écartent de cette loi générale et peuvent être très-excentriques, et avoir des inclinaisons quelconques au plan de l'écliptique. L'aplatissement de la figure des planètes, indiqué sur la terre par l'accroissement des degrés du méridien et par l'augmentation régulière de la pesanteur en allant de l'équateur aux pôles, n'est que le résultat de l'attraction de leurs molécules lorsqu'elles étaient encore à l'état de vapeurs, combinée avec la force centrifuge produite par le mouvement de rotation imprimé à la masse fluide. Enfin, parmi les phénomènes que les mouvements et la figure des corps célestes nous présentent, on n'en trouve pas un qui ne puisse s'expliquer avec une extrême facilité par la condensation successive de l'atmosphère solaire; et plus l'on approfondit toutes les circonstances de ce système, plus on est porté à en reconnaître la probabilité (1).

Sans doute, si comme Laplace le dit lui-même, une hypothèse qui n'est pas fondée sur le calcul ou sur l'observation, doit toujours être présentée avec une extrême défiance, celle-ci, on en conviendra, acquiert du moins, par la réunion et l'accord de tant de faits divers, tous les caractères de la vraisemblance. Mais ce qui surtout la distingue selon moi des systèmes ordinaires, c'est

(1) Je n'ai pu que résumer ici les idées de Laplace sur la formation du système solaire. C'est dans l'*Exposition du Système du monde* qu'on trouvera tous les développements qui peuvent donner plus de probabilité à son ingénieuse hypothèse.

l'identité qu'elle établit entre la formation du système solaire et celle des étoiles répandues avec tant de profusion dans le ciel.

Tous les faits sont liés entre eux dans la nature, tous découlent d'un petit nombre de lois générales et simples, et la tâche de l'homme de génie consiste à découvrir ces liaisons secrètes, ces rapports inconnus qui rattachent les uns aux autres des phénomènes qui pour le vulgaire ne paraissent avoir aucune analogie. En remontant ensuite d'un phénomène où la loi primitive est facile à saisir, à l'explication d'autres phénomènes où des circonstances particulières la compliquaient au point de la dérober à ses yeux, il les voit tous découler d'une même source, et le secret de la nature lui appartient. C'est ainsi que les lois du mouvement elliptique des planètes conduisirent Newton au grand principe de la pesanteur universelle, qu'il eût cherché en vain dans les phénomènes moins simples du mouvement de rotation de la terre, ou du flux et du reflux des mers. Mais ce grand principe une fois découvert, toutes les circonstances des mouvements planétaires furent expliquées jusque dans leurs plus petits détails, et la stabilité du système solaire ne fut plus elle-même qu'une conséquence rigoureuse de sa conformation, sans que, pour l'assurer, Dieu, comme le croyait Newton, soit jamais obligé de retoucher à son ouvrage. Laplace, en étendant à toutes les étoiles existantes, et par suite au soleil, le mode de condensation qui transforme les nébuleuses en étoiles, a su rattacher l'origine du système planétaire aux lois primordiales du mouvement, sans recourir à aucune hypothèse étrangère à celle de l'attraction. Il n'a

donc donné qu'une extension nouvelle à la grande loi de la gravitation universelle, qui probablement est le principe unique et suffisant de la création du monde physique comme elle est celui de sa conservation.

L'hypothèse de Buffon exigeait non-seulement la chute sur le soleil d'une comète aussi grosse que la somme des masses de toutes les planètes et de tous les satellites, ce qui est déjà passablement invraisemblable; mais pour expliquer la formation des innombrables systèmes planétaires que l'imagination peut supposer autour de chaque étoile comme autour du soleil, il eût fallu concevoir la chute d'autant de nouvelles comètes, et la raison se refuserait bientôt à croire à des hasards si souvent répétés, et toujours renouvelés au gré des besoins qu'on en a. Le principe de la condensation des atmosphères des nébuleuses, au contraire, est général, et il a dû produire sur toutes les étoiles et sur toutes les planètes des phénomènes à peu près analogues.

Si les idées de Laplace sur l'origine du monde n'ont point encore acquis ce degré de certitude que l'appui du calcul et de l'observation peut seul donner, et sans lequel les plus beaux systèmes ne sont encore que de brillantes conjectures, rappelons-nous que la théorie de l'attraction avait été devinée par Képler (1) longtemps avant que Newton n'en eût prouvé la vérité mathématique. Reportons les yeux en arrière, voyons le point d'où nous sommes partis, et ne désespérons pas des efforts de l'esprit humain. Peut-être est-il réservé à notre siècle d'accomplir enfin cette prédiction d'un philosophe

(1) *De stellâ Martis.*

de l'antiquité : « *Le temps viendra où les secrets les plus profonds de la nature nous seront dévoilés ; et la postérité s'étonnera que l'explication si simple de ces grands phénomènes nous ait été si longtemps cachée* (1). »

(1) Sénèque, Questions naturelles, livre VII.

FIN.

NOTES.

NOTE 1.

Formules pour convertir les ascensions droites et les déclinaisons en longitudes et latitudes, et réciproquement (page 75).

Soit dans la figure (105) ADOM l'équateur, ACBD l'écliptique, AB la ligne des équinoxes, L le lieu de la lune ou d'un astre quelconque, si l'on abaisse les arcs LH et LI respectivement perpendiculaires à l'équateur et à l'écliptique, LH sera la déclinaison de l'astre, AH son ascension droite comptée de l'équinoxe, LI sa latitude et A sa longitude.

La position de l'astre sur la voûte céleste est également déterminée par l'un ou l'autre système de coordonnées, mais comme on n'observe directement que l'ascension droite et la déclinaison, parce que les instruments qui serviraient à déterminer la longitude et la latitude, seraient trop difficiles à vérifier, on est obligé de convertir les ascensions droites et les déclinaisons observées en longitudes et en latitudes pour les introduire dans les calculs, c'est une opération dont l'usage est continuel en astronomie.

Soient donc $\mathcal{A}$ l'ascension droite d'un astre, D sa déclinaison, l sa longitude, λ sa latitude, ω l'obliquité de l'écliptique en sorte qu'on ait : $AH = \mathcal{A}$, $LH = D$, $AI = l$, $LI = \lambda$; $HAI = \omega$, les trois quantités $\mathcal{A}$, D, ω étant données, il s'agit de trouver l et λ.

Pour cela joignons L et A par un arc de grand cercle et faisons $LA = \varphi$ et $LAH = \theta$; dans le triangle LAH rectangle en H on aura :

$$\cos.\ \varphi = \cos.\ \mathcal{A} \cos.\ D\ ; \qquad \text{tang.}\ \theta = \frac{\text{tang.}\ D}{\sin.\ \mathcal{A}} \qquad (1)$$

L'angle LAH $= \theta$ étant ainsi connu on en conclura :

$$LAI = LAH + HAI = \theta + \omega.$$

Maintenant dans le triangle LAI rectangle en I, l'hypoténuse LA $= \varphi$ et l'angle oblique LAI $= \theta + \omega$ étant supposés connus, on aura :

$$\begin{aligned} \sin.\lambda &= \sin.\varphi \sin.(\theta + \omega) \\ \tang. l &= \tang.\varphi \cos.(\theta + \omega) \end{aligned} \quad (2)$$

Les équations (1) servent à déterminer les angles φ et θ, que l'on introduit ensuite avec leurs signes dans les équations (2). S'il s'agissait du soleil on aurait $\varphi = l$; $\lambda = 0$, $\theta = \omega$, et les équations (1) donneraient simplement :

$$\cos. l = \cos. Æ \cos. D ; \tang. D = \tang. \omega \sin. Æ.$$

Les longitudes et les ascensions droites sont toujours positives et croissantes depuis 0 jusqu'à 360°; les latitudes et les déclinaisons croissent seulement de 0 à 90°, elles sont boréales ou australes, c'est-à-dire positives ou négatives, selon que l'astre est situé au nord ou au midi de l'écliptique pour les premières, et de l'équateur pour les secondes.

Pour donner un exemple des formules précédentes, le 15 octobre 1829 on avait pour l'ascension droite et la déclinaison apparentes d'Aldebaran :

$$Æ = 4 \text{ h. } 26' \ 10'', \ 6 = 66° \ 32' \ 39''; \ D = + \ 16° \ 9' \ 29'',23.$$

cos. Æ 9,5999289	tang. D 9,4620001
cos. D. 9,9824961	: sin. Æ . . . 9,9625432
cos. φ. 9,5824250	tang. θ 9,4994569
$\varphi = 67° \ 31' \ 22''$	$\theta = 17° \ 31' \ 40''$
	$\omega = 23 \ 27 \ 32,5$
	$\omega - \theta = 5 \ 55 \ 52,5$
sin. φ 9,9656867	tang. φ 0,3832643
sin. $(\omega - \theta)$. . 9,0142476	cos. $(\omega - \theta)$ . . 9,9976690
sin. λ 8,9799343	tang l 0,3809333
$\lambda = -5° \ 48' \ 45'',2$	$l = 67° \ 24' \ 50'',2$

Comme l'astre est compris entre le plan de l'écliptique et le plan

de l'équateur, sa déclinaison est boréale et sa latitude est australe.

On pourrait par des formules analogues convertir la longitude et la latitude d'un astre données par les tables astronomiques, en ascension droite et en déclinaison pour comparer sa position observée à sa position déduite de la théorie.

NOTE 2.

Sur les Parallaxes (page 93).

Lorsque la parallaxe horizontale d'un astre est connue, on peut aisément en déduire sa parallaxe correspondante à une *hauteur* ou à une distance *zénithale* quelconque. En effet nommons P la parallaxe horizontale ou l'angle OHC (*fig.* 106), R le rayon terrestre, D la distance de l'astre au centre de la terre, dans le triangle OHC on aura

$$1 : \sin. P :: D : R = D \sin. P.$$

Nommons p la parallaxe lorsque l'astre est en H′, et z la distance zénithale, ou ce qui revient au même, faisons $p = OH'C$ et $z = ZOH'$, dans le triangle COH′, en supposant que la distance H′C de l'astre à la terre n'a pas varié, on aura :

$$\sin. p : \sin. (180^\circ - z) :: R : D,$$

d'où en observant que $\sin. (180^\circ - z) = \sin. z$ on tire :

$$R = \frac{D \sin. p}{\sin. z}.$$

En comparant les deux valeurs de R on aura :

$$\sin. p = \sin. P \sin. z \quad (a)$$

Equation qui donnera la parallaxe correspondante à la distance zénithale z quand la parallaxe horizontale P sera connue.

Comme les arcs p et P sont généralement très-petits, on peut les substituer à leurs sinus, ce qui donne :

$$p = \mathrm{P} \sin. z \quad (b)$$

C'est-à-dire que *la parallaxe de hauteur est le produit de la parallaxe horizontale, par le sinus de la distance au zénith ou par le cosinus de cette hauteur.*

La plus grande valeur de sin. z a lieu quand on a $z = 90°$; alors $p = \mathrm{P}$; c'est-à-dire que la plus grande valeur de la parallaxe d'un astre est celle qui a lieu quand il est à l'horizon.

L'équation précédente est celle qu'on applique ordinairement aux observations du soleil et des planètes; mais pour la lune il est plus exact de faire usage de l'équation (a) à cause de sa proximité de la terre, qui rend sa parallaxe très-forte, et ne permet pas, sans erreur sensible, de la supposer égale à son sinus. N° 50.

L'équation $\mathrm{R} = \mathrm{D} \sin. \mathrm{P}$ montre comment on peut déterminer la distance d'un astre au centre de la terre en parties du rayon terrestre, lorsqu'on connaît par observation sa parallaxe horizontale. Pour un autre astre quelconque on aurait l'équation analogue $\mathrm{R} = \mathrm{D}' \sin. \mathrm{P}'$ d'où l'on tire la proportion :

$$\mathrm{D} : \mathrm{D}' :: \sin. \mathrm{P}' : \sin. \mathrm{P}$$

Ou bien en substituant les arcs au sinus :

$$\mathrm{D} : \mathrm{D}' :: \mathrm{P}' : \mathrm{P}.$$

Les parallaxes horizontales de deux astres sont donc réciproques à leurs distances à la terre; c'est la proposition dont nous avons fait usage dans le texte n° 27.

La parallaxe d'un astre varie avec sa distance à la terre, elle augmente lorsqu'il se rapproche de nous, elle diminue lorsqu'il s'en éloigne. La parallaxe horizontale serait la même pour tous les lieux de la terre, si sa forme était exactement sphérique; mais comme sa figure est celle d'un sphéroïde elliptique, on est obligé de tenir compte de son aplatissement dans la mesure des parallaxes, du moins pour la lune, car les autres corps célestes sont trop éloignés pour qu'il en résulte aucune correction sensible. On trouve dans la *Connaissance des temps* la parallaxe horizontale de la lune pour chaque jour à midi et à minuit, on l'obtient pour les autres heures par interpolation; cette parallaxe est relative aux lieux situés sur l'équateur terrestre, et se nomme par cette raison *parallaxe horizontale équatoriale*; il est facile d'en conclure la parallaxe ho-

rizontale relative à un lieu quelconque dont la latitude est donnée.

En effet soient P et P′ les parallaxes horizontales relatives aux latitudes *zéro* et λ, R et R′ les rayons terrestres qui leur correspondent, la distance de l'astre à la terre restant la même on aura : $R = D \sin. P$, $R' = D \sin. P'$ d'où :

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin. P}{\sin. P'} \text{ ou } \frac{R}{R'} = \frac{P}{P'}$$

Mais en nommant α l'aplatissement du globe, et les rayons terrestres diminuant de l'équateur au pôle, proportionnellement au sinus carré de la latitude n° 216 on a $R' = R. (1 - \alpha \sin.^2 \lambda)$ par conséquent :

$$P' = P (1 - \alpha \sin^2 \lambda).$$

C'est-à dire qu'*il faudra diminuer la parallaxe équatoriale de* α P. sin.$^2 \lambda$ *pour avoir la parallaxe horizontale qui répond à la latitude* λ (*voy.* la note p.168). Si l'on adopte pour la mesure de l'aplatissement de la terre la fraction $\frac{1}{107}$, on la substituera à la place de α dans l'équation précédente qu'il sera facile ensuite de réduire en nombres.

La *parallaxe horizontale* de la lune à une latitude quelconque étant ainsi connue, on en conclura la *parallaxe de hauteur* par la formule (a). En ajoutant cette parallaxe à la hauteur zénithale observée, on aura la hauteur de l'astre tel qu'il serait vu du centre de la terre. La parallaxe du soleil varie peu, parce que les variations de ses distances à la terre sont peu considérables, et l'on peut, le plus souvent, regarder sa parallaxe comme constante et égale à sa valeur moyenne 8″,5776, p. 281.

La parallaxe changeant la position qu'auraient le soleil, la lune et les planètes relativement à un observateur placé au centre de la terre, et toutes les tables astronomiques étant calculées par rapport à ce centre, il est nécessaire de faire subir aux coordonnées qui déterminent les positions de ces astres des corrections convenables pour les réduire à ce qu'elles seraient si elles avaient été observées du centre de la terre. Nous avons déjà vu comment la parallaxe servait à déduire de la hauteur apparente d'un astre, sa hauteur vraie, et réciproquement, l'effet de la parallaxe altère également les ascensions droites, les déclinaisons, les longitudes et les latitudes ; mais elle ne change ni l'azimuth, ni l'instant du passage de l'astre au méridien p. 94. On détermine par les formules de la

trigonométrie les variations qui en résultent dans chacune de ces quantités pour un astre dont la parallaxe horizontale est connue. en déduisant ensuite des données de l'observation les valeurs de ces corrections prises avec les signes que le calcul leur attribue, on aura l'ascension droite, la déclinaison, la longitude et la latitude vraies, c'est-à-dire telles qu'elles seraient vues du centre de la terre, et telles, par conséquent, qu'il est nécessaire de les avoir pour les comparer aux valeurs des tables.

Soit $Æ'$ l'ascension droite d'un astre, D' sa déclinaison, L' sa longitude, et λ' sa latitude, vues par un observateur placé à la surface de la terre, désignons par les mêmes lettres non accentuées $Æ$, D, L, λ les mêmes quantités relatives à un observateur placé au centre de la terre, et nommons respectivement π, π', ω et ω' les effets de la parallaxe de l'astre sur son ascension droite, sa déclinaison, sa longitude et sa latitude, on aura :

$$\textit{ascen. dr. appar. } Æ' = \textit{ascen. dr. vr. } Æ + \pi,$$
$$\textit{déclin. appar. } D = \textit{déclin. vr. } D - \pi',$$
$$\textit{long. appar. } L' = \textit{long. vr. } L + \omega,$$
$$\textit{latit. appar. } \lambda' = \textit{lat. vr. } \lambda - \omega'.$$

Quant aux formules qui déterminent les arcs π, π', ω, ω', nous renverrons à l'excellent ouvrage de M. Francœur, intitulé *Astronomie pratique*, où l'on trouvera l'exposition complète de ces formules, avec des exemples qui serviront à en faciliter l'usage.

Le diamètre apparent d'un astre augmente ou diminue à mesure qu'il se rapproche ou s'éloigne de la terre ; ses variations sont liées à celles de la parallaxe par une relation très-simple qu'il est facile de déterminer. En effet, si l'on nomme R le demi-diamètre apparent d'un astre dont la distance à la terre est D, c'est-à-dire l'angle sous lequel on apercevrait du centre de la terre le rayon r' de cet astre, dans le triangle rectangle formé par la droite qui joint le centre de la terre au centre de l'astre, par le rayon de cet astre et par la tangente à son disque, on aura :

$$\text{tang. } R = \frac{r'}{D}.$$

Mais en désignant par P la parallaxe horizontale de l'astre et par r le rayon terrestre, on a :

$$\sin. P = \frac{r}{D}.$$

Par conséquent en comparant ces deux équations :

$$\frac{\text{tang. R}}{\text{sin. P}} = \frac{r'}{r}$$

Ou simplement en supposant très-petits les arcs R et P :

$$\frac{\text{R}}{\text{P}} = \frac{r'}{r}$$

Le second membre ne contenant aucune quantité variable on voit que le demi-diamètre vrai et la parallaxe horizontale d'un astre sont entre eux dans un rapport constant ; on peut donc déterminer ces deux quantités l'une par l'autre lorsque ce rapport est connu.

Le rayon de la lune est égal à 0,27293 ou $\frac{3}{11}$ à peu près de celui de la terre n° 50, donc relativement à cet astre :

$$\text{demi-diam. app. } ☾ = \frac{3}{11} \text{ paral. horiz.}$$

C'est par cette formule que sont calculés les demi-diamètres de la lune, qu'on trouve dans la *Connaissance des temps* ; ces demi-diamètres se rapportent à un observateur placé au centre de la terre, il faut leur faire subir une petite correction dépendante de la parallaxe pour en conclure le demi-diamètre de la lune, selon la position que l'observateur occupe sur le globe. Au reste, pour éviter les calculs que ces corrections exigent, on a construit des tables où on les trouve toutes calculées pour chaque distance donnée du centre de la lune au zénith de l'observateur.

Nous avons vu n° 43 comment on déterminait la parallaxe horizontale d'un astre par deux observations simultanées de sa hauteur, faites ou réduites au même méridien. Pour donner un exemple de ce calcul choisissons les observations suivantes faites pour déterminer la parallaxe de Mars.

Le 6 octobre 1751, la hauteur méridienne de Mars observée au cap de Bonne-Espérance, dans l'hémisphère austral et corrigée de la réfraction, était de 64° 57′ 33″ : en prenant le complément de cet angle on trouve 25° 2′ 27″ pour la distance de la planète au zénith. La latitude ou la hauteur du pôle au cap Bonne-Espérance est de 33° 55′, dont le complément 56° 5′ est la distance du pôle au zénith qui, étant ajoutée à 25° 2′ 27″, donne 81° 7′ 27″ pour la distance de Mars au pôle austral le 6 octobre 1751 à midi :

en retranchant cet angle de 180°, on aura donc pour sa distance au pôle-nord au même instant 98° 52′ 33″.

A la même époque la hauteur méridienne de Mars observée à Stockolm et corrigée de la réfraction, était de 21° 45′ 54″, dont le complément 68° 14′ 6″ donne la distance de la planète au zénith; la latitude de Stockholm est 59° 21′, dont le complément 30° 39′ est la distance du pôle au zénith ; en ajoutant cette distance à 68° 14′ 6″ on aura la distance de Mars au zénith de Stockholm, le 6 octobre 1751 à midi, égale à 98° 53′ 6″.

La différence de cette distance à celle qui a été observée au cap est de 33″, c'est la parallaxe de Mars correspondante à l'intervalle qui sépare les deux observateurs n° 43. Pour en conclure la parallaxe horizontale désignons par P cette parallaxe, et par h et h les distances de l'astre L (*fig.* 107) au zénith dans les deux observations, on aura :

pour la première..... $CLO = P \sin h$.

et pour la seconde..... $CLO' = P \sin h'$.

Par conséquent :

$$CLO + CLO' = P\,(\sin.\ h + \sin.\ h')$$

Or CLO + CLO′ est l'angle sous lequel on voit du centre de l'astre L la distance OO′ qui sépare les deux observateurs, c'est par conséquent la parallaxe observée que nous avons trouvée de 33″, on aura donc pour calculer la parallaxe horizontale :

$$P = \frac{33''}{\sin.\ h + \sin.\ h'}$$

On a d'ailleurs par ce qui précéde, $h = 25°\ 2'\ 27''$, $h' = 68°\ 14'\ 6''$, d'où l'on conclut $\sin.\ h = 0{,}42326$ $\sin.\ h' = 0{,}92871$, et par conséquent :

$$P = \frac{33''}{1{,}35197} = 24'',\ 4$$

C'est-à-dire que la parallaxe horizontale de Mars était le 6 octobre 1751 de 24″, 4.

En substituant cette valeur dans l'équation $D = \frac{r}{\sin\ P}$, on trouve que la distance de cette planète à la terre était à la même époque de 8453,4 rayons terrestres.

NOTE 3.

Sur la détermination de la plus grande équation du centre du soleil par les observations (page 130).

Pour donner un exemple de ce calcul, je choisis les observations suivantes, faites en 1830. La longitude du soleil était de 9° 46′ 48″, le 30 mars, 12h. 4′ 4″ temps moyen à Paris, et il approchait de sa plus grande équation, comme l'indiquait l'observation de son mouvement diurne, qui différait peu de son mouvement moyen tropique, ou de 59′ 8″, 33; le 2 octobre suivant, à 23h. 49′ 9″ la longitude du soleil était de 189° 44′ 25″, et il se trouvait encore très-près de sa plus grande équation. La différence des deux longitudes est de 179° 57′ 47″; et pour avoir celle des époques, il faut observer que, du 30 mars 12h. au 2 octobre 12h., il y a 186 jours d'intervalle, la première observation était plus avancée de 4′ 4″, et la seconde de 11h. 49′ 9″, la différence est de 11h. 45′ 5″, qu'il faut ajouter à 186 jours pour avoir l'intervalle qui les sépare, ce qui donne 186j.,489641; en multipliant par ce nombre le moyen mouvement diurne 59′ 8″, 33, on aura le mouvement moyen du soleil dans l'intervalle des deux observations; cet arc retranché de son mouvement vrai dans le même espace de temps, est le double de la plus grande équation du centre, on trouve ainsi:

Moyen mouvement en 186j.,48964.	183° 48′ 47″
Mouvement vrai.	179 57 47
Différence.	3 51 00

ce qui donne pour la plus grande équation du centre... 1° 55′ 30″. La valeur exacte de cette équation était, en 1830, de 1° 55′ 27″, la différence de 3″ tient à ce qu'il est difficile de déterminer avec précision l'instant où le soleil se trouvait dans sa plus grande équation, mais on arriverait très-près de l'exactitude en choisissant plusieurs observations du soleil, faites vers cet instant, et en fixant par interpolation le temps où son mouvement vrai par jour était égal au mouvement moyen tropique; la différence entre la valeur de la plus grande équation ainsi obtenue et la valeur véritable pourra

ainsi se réduire alors à une seconde, et les astronomes ont différents moyens de corriger cette petite erreur. Enfin, on pourra faciliter encore cette recherche en calculant directement par les formules du mouvement elliptique les valeurs des longitudes du soleil qui répondent à la plus grande équation du centre (ce qui est facile quand on connaît à peu près l'excentricité et la longitude de l'époque) et en choisissant, parmi les observations données, celles qui en approchent le plus. (*Voir la note* 5.)

NOTE 4.

Formules du Mouvement elliptique (page 338).

Soit, à un instant quelconque, M la position qu'une planète occupe sur l'ellipse ABCD décrite (fig. 108) autour du soleil S, et soit P le lieu d'un astre qui décrirait le cercle ABE circonscrit à l'ellipse d'un mouvement uniforme dans le même temps que la planète emploie à faire sa révolution périodique; enfin, soit N le point où la perpendiculaire abaissée de la planète M sur le grand axe de l'ellipse rencontre le cercle; ASM sera l'*anomalie vraie*, ou la distance angulaire de la planète au périhélie, AOP l'*anomalie moyenne* ou la distance de l'astre moyen au même point, et AON un angle auxiliaire qu'on nomme l'*anomalie excentrique*, et que les astronomes ont introduit dans les formules du mouvement elliptique pour en faciliter l'énoncé. Cet angle est, comme on voit, la distance angulaire au périhélie d'un astre qui décrirait le cercle ABE, en conservant toujours la même abscisse OQ que la planète. Il s'agit de déterminer les relations qui lient entre elles ces trois quantités.

D'après la loi de la proportionnalité des surfaces aux temps employés à les décrire, le secteur ASM est à la surface de l'ellipse comme le temps que la planète a mis à le tracer est à la durée de sa révolution totale, le secteur AOP est à la surface du cercle dans le même rapport, on a donc la proportion :

Sec. ASM : sec. AOP : : surf. de l'ellip. : surf. du cer. : : MQ : NQ.

Les secteurs ASM et ASN, qui ont même base AS, sont entre eux comme MQ est à NQ ; on a donc :

$$\text{sec. ASM} : \text{sec. ASN} :: \text{MQ} : \text{NQ}.$$

En comparant ces deux proportions, on en conclut :

$$\text{sec. AOP} = \text{sec. ASN} = \text{sec. AON} - \text{SON}.$$

Désignons par a le demi-grand axe de l'ellipse, par e son excentricité ; par u l'anomalie excentrique AON ; par nt l'anomalie moyenne AOM, n étant le moyen mouvement par jour, et t le temps écoulé depuis le passage au périhélie, on aura $AO = a$; $OS = ae$; $NQ = a \sin. u$; $AM = ant$, et par conséquent sect. $AOP = \frac{1}{2} a^2 nt$; sect. $AON = \frac{1}{2} a^2 u$; $SON = \frac{1}{2} SO \times NQ = \frac{1}{2} a^2 e \sin u$; en substituant ces valeurs dans l'équation précédente, et divisant par a^2, on aura donc :

$$nt = u - e \sin. u \quad (1)$$

Nommons r le rayon vecteur SM, le triangle rectangle NOQ donne $r = \sqrt{MQ^2 + SQ^2}$; mais on a $SQ = a(\cos. u - e)$; et par la nature de l'ellipse $MQ = NQ\sqrt{1 - e^2} = a \sin. u \sqrt{1 - e^2}$, en substituant ces valeurs on trouve :

$$r = a(1 - e \cos. u) \quad (2)$$

Désignons par v l'anomalie vraie ou l'angle ASM, le triangle rectangle MSQ donne $SQ = r \cos. v$, on a d'ailleurs $SQ = a \cos. u - ae$, en égalant ces valeurs en vertu de l'équation (2), on aura donc :

$$\cos. v = \frac{\cos. u - e}{1 - e \cos. u}$$

On a d'ailleurs $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} v = \frac{1 - \cos. v}{1 + \cos. v}$; en substituant pour $\cos. v$ sa valeur, on trouve :

$$\text{tang.} \frac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \text{tang.} \frac{1}{2} u \quad (3).$$

Il serait facile, au moyen des formules précédentes, de déterminer le rayon vecteur, l'anomalie moyenne et l'anomalie vraie d'une planète, si l'on connaissait son anomalie excentrique, mais ordinairement c'est l'anomalie moyenne qui est donnée, parce qu'il est toujours facile de fixer à un instant quelconque la position d'un astre qui se meut uniformément sur une orbite circulaire. Il faudrait donc de la formule (1) déduire l'anomalie excentrique u en fonction de l'anomalie moyenne nt; mais comme l'équation (1) est transcendante, on ne saurait y parvenir que par tâtonnement ou par des développements en série. Cette question, qui a longtemps occupé les géomètres, est ce qu'on a nommé le *problème de Kepler*, parce que cet astronome est le premier qui le proposa.

Heureusement la petitesse des excentricités des planètes a permis de le résoudre par des formules d'approximation qui ont toutes l'exactitude de formules rigoureuses. En éliminant l'anomalie u entre les équations (1) (2) et (3), on a trouvé ainsi :

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{1}{2}e^2 - \left(e - \frac{3}{8}e^3\right)\cos. nt - \left(\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{3}e^4\right)\cos. 2\,nt - \text{etc.}$$

$$v = nt + \left(2e - \frac{1}{4}e^3\right)\sin. nt + \left(\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4\right)\sin. 2\,nt + \text{etc.}$$

L'angle v est la *longitude vraie* de la planète dans son orbite au bout du temps t; nt est sa *longitude moyenne*; $v - nt$ ou la suite des termes $\left(2e - \frac{1}{4}e^3\right)\sin nt + \text{etc.}$ est ce que les astronomes appellent l'*équation du centre*, c'est-à-dire ce qu'il faut ajouter à la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie.

Nous supposons l'angle v compté du périhélie : si l'on voulait le compter d'un point quelconque de l'orbite, il suffirait de diminuer l'angle v de la constante ω, qui représenterait la longitude du périhélie comptée de la nouvelle origine de l'angle v; et de même si, au lieu de compter le temps de l'instant du passage au périhélie, on voulait fixer son origine à une époque quelconque, on augmenterait l'angle nt d'une constante qui exprimerait l'anomalie moyenne de la planète à l'instant où commence le temps t; on fait ordinairement cette constante égale à $\iota - \omega$, alors ι représente la longitude moyenne de la planète au même instant, ou ce qu'on appelle n° 108 la longitude de l'époque; $nt + \iota$ est la longitude moyenne au bout du temps t, et $nt + \iota - \omega$ l'anomalie moyenne.

Pour calculer, d'après les formules précédentes, le rayon vecteur d'une planète, on substituera à la place des constantes a, ω, e, n leurs valeurs qui se déduiront des observations, comme on le verra dans la note suivante; l'excentricité e étant en général une très-petite fraction, on négligera les puissances qui ne donneraient que des résultats insensibles. On voit ainsi que le calcul sera d'autant plus facile que l'excentricité de l'orbite sera moins considérable, ou que cette orbite se rapprochera davantage de la forme circulaire. En substituant ensuite pour t sa valeur correspondante à un instant donné, et exprimée en jours et fractions de jours, comptés à partir de l'époque que l'on a choisie, on aura la valeur du rayon vecteur qui s'y rapporte.

Quant à la longitude vraie v, le calcul se fera de la même manière; mais on observera, en outre, que comme cet arc doit être exprimé en degrés, minutes et secondes, il faudra pour l'homogénéité du calcul multiplier chacun des coefficients des termes périodiques qui entrent dans son expression, par l'arc égal au rayon qu'on trouve dans les tables de logarithmes de $57^\circ\ 17'\ 44''\ 8$ ou de $206264'',8$; cette réduction revient, comme il est aisé de s'en assurer, à diviser chacun des coefficients par sin. $1''$.

On pourra donc déterminer à chaque instant de cette manière la position de la planète dans son orbite elliptique; mais pour éviter le travail des substitutions numériques, on a calculé d'avance les variations de l'*équation du centre* et les corrections du rayon vecteur, en faisant varier l'anomalie moyenne par mois, par jour et par heure; en ajoutant aux tableaux qui renferment ces quantités, les petites corrections qui dépendent des perturbations que la planète peut éprouver de la part des autres corps célestes, on aura tout ce qui est nécessaire pour déterminer à chaque instant sa position. C'est ce qu'on appelle une *table* de la planète.

Les formules suivantes servent à calculer la plus grande équation du centre E lorsqu'on connaît l'excentricité e, et réciproquement:

$$E = 2e + \frac{11}{2^4.3}e^3 + \frac{599}{2^{10}.5}e^5 + \frac{17219}{2^{16}.7}e^7 + \text{etc.}$$

$$e = \frac{1}{2}E - \frac{11}{2^4.3}E^3 - \frac{587}{2^{16}.3.5}E^5 - \frac{40583}{2^{23}.5.7.9}E^7 - \text{etc.}$$

On aura ensuite pour déterminer l'anomalie excentrique et l'ano-

malie moyenne nt correspondantes à la plus grande équation du centre :

$$v=90^\circ-\frac{3}{4}\frac{e^2}{\sin.1''}-\frac{21}{128}\frac{e^3}{\sin.1''}-\text{etc.}$$

$$nt=90^\circ+\frac{5}{4}\frac{e}{\sin.1''}+\frac{25}{384}\frac{e^3}{\sin.1''}+\text{etc.}$$

Pour le soleil on a $e=0{,}016786$ $n=59'8'',33$, et l'on peut négliger les termes de l'ordre e^3, qui sont insensibles ; on trouve ainsi :

$$v=90^\circ-43'16''=89^\circ16'44''; \; t=92^j.53$$

La valeur de v diffère peu de 90°, c'est-à-dire que les points qui répondent à la plus grande équation du centre, correspondent, à très-peu près, aux extrémités de la perpendiculaire au grand axe menée par le foyer, ce qui tient à la petitesse de l'excentricité de l'orbe solaire ; en ajoutant l'anomalie v à la longitude de l'époque, ou en l'en retranchant, on aura les longitudes des deux points qui répondent à la plus grande équation du centre ; en doublant la valeur de t, on aura, à très-peu près, l'intervalle qui les sépare. (*Voir la note* 3e.)

NOTE 5.

Sur la détermination des éléments elliptiques de l'orbite d'une planète par les observations (page 339).

Nous avons donné les moyens de trouver, par la seule observation, les premiers éléments de l'orbite du soleil, de la lune ou d'une planète ; mais lorsqu'on suppose connues les lois du mouvement elliptique, il est aisé d'arriver, par le secours des observations et de la théorie réunies, à une connaissance très-approchée de la vraie valeur de ces éléments.

En désignant par v la *longitude vraie* d'une planète rapportée au plan de son orbite, par n son moyen mouvement diurne, par ω la *longitude du périhélie*, par ε la *longitude de l'époque* et par e l'*excentricité* de son orbite, d'après ce qui a été dit dans la note précédente, on aura :

$$v = nt + \varepsilon - 2e \sin (nt + \varepsilon - \omega) + \tfrac{1}{4} e^2 \sin. 2 (nt + \varepsilon - \omega) + \text{etc.}$$

Dans les premières recherches où il ne peut être question que d'une ébauche, pour ainsi dire, de l'orbite, on pourra toujours se borner aux deux premiers termes de cette série, même en supposant l'orbite très-excentrique. Lorsqu'il s'agira du soleil ou d'une planète dont l'excentricité est peu considérable, on pourra même n'avoir égard qu'à la première puissance de l'excentricité, ce qui simplifiera les calculs. Dans ce cas, en renversant la série, la formule précédente donnera :

$$nt + \varepsilon = v + 2e \sin (v - \omega)$$

Cette équation contient quatre inconnues n, ε, e, ω, qu'il s'agit de déterminer. Or je remarque que, si à la place de v et de t on substitue leurs valeurs données par les observations, on formera autant d'équations semblables à la précédente qu'il y a d'observations, et quatre d'entre elles suffiront par conséquent à la détermination complète des inconnues du problème. Il ne s'agira plus que d'éliminer entre ces équations les inconnues qu'elles renferment; mais comme elles sont transcendantes, cette élimination doit être faite d'une manière particulière pour que les formules qui en résulteront ne soient pas trop compliquées pour les calculs numériques. M. Bouvard a indiqué pour cela un procédé qui me paraît très-symétrique et d'un usage aussi commode que la question pouvait le comporter: il m'a montré les applications qu'il en a faites au soleil et à Mars, ce qui était un cas très-défavorable à cause de la grande excentricité de cette planète qui surpasse neuf centièmes, et il est parvenu ainsi, sans supposer aucune notion antérieure des éléments de ces astres, à une précision telle que, ses résultats comparés aux valeurs des éléments adoptés dans nos meilleures tables planétaires, n'ont présenté avec elles que de légères différences; de sorte qu'en supposant seulement quelques lieux du soleil ou d'une planète exactement connus, un travail de quelques heures conduirait de cette manière à des résultats que les astronomes n'ont obtenus que par des siècles d'observations et de soins assidus. J'aurais désiré que l'es-

pace me permît d'exposer ici en détail ce procédé de calcul et ses applications; mais je me vois forcé de renvoyer à l'ouvrage de M. Francœur déjà cité (*Astronomie pratique*) où l'on trouvera la méthode de M. Bouvard développée et appliquée à la détermination des éléments de l'orbite solaire.

Lorsqu'on a obtenu par les moyens que nous venons d'indiquer, ou de toute autre manière, des valeurs suffisamment approchées des éléments de l'orbite d'une planète ou du soleil, on peut aisément les amener à une exactitude aussi parfaite qu'il est possible de l'obtenir, au moyen des équations de condition fondées sur un très-grand nombre d'observations. Voici pour cela le procédé généralement employé par les astronomes :

En nommant V la longitude héliocentrique d'une planète déduite des tables, $\varphi = nt + \iota - \omega$ son anomalie moyenne; p, p' etc. les perturbations causées par les planètes m, m' etc. en n'ayant égard qu'au premier terme de l'équation du centre, on aura (voir la note 4e):

$$V = nt + \iota + 2\,e\,\sin.\,\varphi + pm + p'\,m' + \text{etc.}$$

Si les divers éléments n, ι, e, etc. étaient rigoureusement exacts, la valeur de V, calculée par cette formule, devrait s'accorder avec la longitude héliocentrique U donnée par l'observation; s'il y a une différence entre ces deux valeurs, c'est donc que les éléments ont besoin de correction; nommons respectivement δn, $\delta\iota$, δe, δc les corrections que doivent subir les éléments n, e, ι, φ du mouvement elliptique de la planète troublée, et δm, $\delta m'$ etc., celles qu'il faudrait faire aux masses m, m' etc. des planètes perturbatrices, en ne tenant compte que des premières puissances de ces corrections qui sont nécessairement très-petites, on aura :

$$V - U = t\delta n + \delta\iota + 2\delta e\,\sin\varphi + 2e\delta\varphi\cos\varphi + p\delta m + p'\delta m' + \text{etc.}$$

On substituera dans cette équation à la place des éléments e, n, ω, ι leurs valeurs données par la première approximation, en sorte qu'elle ne renfermera d'inconnues que les corrections arbitraires δn, $\delta\iota$, δe, etc. Chaque observation fournira une équation de condition semblable, et si l'on en a réuni un grand nombre, on combinera les équations résultantes de manière à les réduire au même nombre que celui des corrections qu'il faut déterminer. Lorsqu'on en aura déduit leurs valeurs par les procédés ordinaires de l'élimination, on les appliquera aux éléments trouvés par une première approximation et l'on parviendra ainsi à leur donner toute l'exactitude dont ils sont susceptibles.

Les comètes ayant généralement des excentricités très-considérables, la méthode précédente ne pourrait pas être employée à déterminer les éléments de leurs orbites. Il faut, dans ce cas, recourir à des méthodes particulières. On suppose ordinairement que la comète se meut, pendant la courte durée de son apparition, dans une orbite parabolique, et trois observations fournissent alors plus de données qu'il n'en faut pour déterminer tous les éléments de son mouvement sur cette courbe. Les autres observations servent ensuite à corriger les premiers éléments ainsi obtenus. Mais nous ne pouvons qu'indiquer ici ce problème dont la solution exige des connaissances supérieures à celles que nous supposons aux lecteurs de cet ouvrage. (*V*. Théorie analytique du système du Monde, tome 2e, p. 1 et 486.)

NOTE 6.

Sur la loi de la Gravitation (page 514).

Nous avons dit que la force qui retient chaque planète dans son orbite elliptique est constamment dirigée vers le centre du soleil, et que son intensité varie en raison inverse du carré de la distance de la planète à cet astre. Nous avons, dans le n° 175, vérifié cette loi pour deux points particuliers de l'orbite, c'est-à-dire à l'aphélie et au périhélie, et nous avons dit qu'on pouvait, avec le secours de l'analyse, démontrer qu'elle s'observe de même dans toutes les positions de la planète. Comme cette proposition est de la plus haute importance dans la théorie de la gravitation, j'ai cru devoir en faire l'objet de cette note qui s'adressera uniquement aux personnes qui ont déjà des connaissances analytiques assez avancées.

L'équation de l'ellipse rapportée à son centre et à ses axes est :

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2,$$

et le rayon de courbure, dans la même hypothèse, a pour expression (*voy*. les éléments de calcul différentiel de Lacroix) :

$$\rho = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{\frac{1}{2}}}{a^4 b^4}$$

Transportons l'origine des coordonnés au foyer F de la courbe (fig. 109) dont nous désignerons par e l'excentricité, ce qui suppose $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$), désignons par r le rayon vecteur sur l'orbite et par v sa longitude comptée du périhélie, on aura :

$$x = r \cos. v + ae \quad ; y = r \sin. v.$$

En substituant dans l'équation de la courbe ces valeurs et résolvant par rapport à r l'équation résultante, on trouve toute réduction faite :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos. v}.$$

C'est l'équation de la trajectoire rapportée à ses coordonnées polaires.

En substituant les mêmes valeurs dans l'expression de ρ, on aura :

$$\rho = \frac{\left\{a^2 - (a - r)^2\right\}^{\frac{1}{2}}}{a^2 \sqrt{1 - e^2}} = \frac{r^3 \left\{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{a(1 - e^2)}} \quad (1)$$

Expression du rayon de courbure en fonction du rayon vecteur r.

Si l'on appelle V la vitesse de la planète au bout du temps t, qu'on désigne par ds l'élément de la trajectoire décrit pendant l'instant dt on aura (*voy.* la note p. 488) :

$$V^2 = \frac{ds^2}{dt^2}.$$

Du foyer F comme centre avec un rayon égal à r décrivons l'arc de cercle MN qui coupe au point N le rayon vecteur FM′ qui répond à la position M′ de la planète; cet arc aura pour longueur $r d\varphi$; et le secteur circulaire FMN que la planète décrit dans l'instant dt sera égal à $\frac{1}{2} r^2 d\varphi$ et pourra être pris pour le secteur elliptique MFM′ en négligeant la surface N′MM′ infiniment petite du second ordre : les deux axes de l'ellipse sont a et $a\sqrt{1 - e^2}$, sa surface a pour expression $\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$: en nommant donc T le temps d'une révolution entière de la planète, en vertu de la première loi de Kepler, on aura :

$$r^2\,dv : 2\pi\,a^2\sqrt{1-e^2} :: dt : T$$

d'où en faisant pour abréger $c = \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$ on tire :

$$r^2\,dv = c\,dt$$

Substituant la valeur de dt tirée de cette équation dans l'expression de V^2 et observant d'ailleurs que le triangle MNM′ qu'on peut regarder comme rectiligne donne $MM'^2 = M'N^2 + MN^2$ ou bien :

$$ds^2 = dr^2 + r^2\,dv^2$$

On trouvera :

$$V^2 = c^2\left(\frac{dr^2}{r^4\,dv^2} + \frac{1}{r^2}\right)$$

L'équation de l'ellipse, en la différentiant, donne :

$$\frac{dr}{dv} = -\frac{a\,(1-e^2)\,e\sin v}{(1+e\cos v)^2} = \frac{r^2\,e\sin v}{a\,(1-e^2)}$$

Par conséquent :

$$V^2 = \frac{c^2}{a^2(1-e^2)^2}\left\{e^2\sin^2 v + (1+e\cos v)^2\right\}$$

$$= \frac{c^2}{a^2\,(1-e^2)^2}(1 + 2e\cos v + e^2)$$

Expression qui en substituant pour c sa valeur et faisant pour abréger $\mu = \frac{2\pi\,a^3}{T^2}$, en vertu de l'équation de l'ellipse, pourra s'écrire ainsi :

$$V^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \quad (2)$$

Désignons par θ l'angle OMP que forme la normale au point M avec le prolongement du rayon vecteur r, dans le triangle MM′N, l'angle M sera égal à l'angle θ puisqu'ils sont tous deux compris entre des droites respectivement perpendiculaires ; on aura donc dans ce triangle :

$$\cos\theta = \frac{r\,dv}{ds}$$

On a par ce qui précède $ds = V\,dt$; en vertu de la valeur précédente de dt on aura donc :

$$\cos.\,\theta = \frac{r\,dv}{V\,dt} = \frac{c}{rV}$$

En substituant pour V sa valeur donnée par la formule (2) et faisant attention aux quantités que c et μ représentent, on trouvera :

$$\cos\,\theta = \frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{r\sqrt{\frac{2}{r}-\frac{1}{a}}} \quad (3)$$

Cela posé, on peut supposer que la planète pendant l'instant dt se meut sur le cercle osculateur au point M; la force centrifuge dans le cercle a pour expression le carré de la vitesse du mobile divisé par le rayon du cercle, et d'après la théorie des forces centrales n° 173, cette force doit être égale à la puissance qui retient la planète dans son orbite décomposée suivant le rayon de courbure. Cette dernière force est dirigée suivant le rayon vecteur r et vers le centre de courbure n° 175; en nommant donc R son intensité et observant que θ étant l'angle que forme sa direction avec le rayon de courbure, il suffira, pour avoir sa composante suivant ce rayon, de la multiplier par $\cos\,\theta$, on aura ainsi l'équation de condition :

$$R\cos\,\theta = \frac{V^2}{\rho}$$

En substituant maintenant dans cette équation, à la place de ρ, de V^2 et de $\cos\,\theta$ leurs valeurs données par les équations (1), (2) et (3), on trouve :

$$\frac{R\sqrt{a(1-e^2)}}{r\sqrt{\frac{2}{r}-\frac{1}{a}}} = \frac{\mu\sqrt{a(1-e^2)}}{r^3\sqrt{\frac{2}{r}-\frac{1}{a}}}$$

d'où l'on tire enfin :

$$R = \frac{\mu}{r^2}$$

Cette expression de la force accélératrice R nous montre qu'elle est en tous les points de l'orbite réciproquement proportionnelle à la distance de la planète au soleil, loi que nous n'avions pu vérifier dans le texte que relativement au périhélie et à l'aphélie.

Pour une autre planète dont le demi-grand axe serait a' et le temps d'une révolution périodique T', on aurait de même

$$R = \frac{\mu'}{r^2}$$

En faisant pour abréger $\mu' = \frac{4\pi a'^3}{T'^2}$; or d'après la troisième loi de Kepler, n° 107, on a :

$$T^2 : T'^2 :: a^3 : a'^3$$

d'où l'on tire :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^3} \text{ et } \mu = \mu'$$

Par conséquent, les forces accélératrices de deux planètes également éloignées du soleil sont égales et leurs forces motrices sont indépendantes de leur nature particulière et proportionnelles à leurs masses.

C'est de cette manière que Newton fut conduit à la découverte de la loi de la gravitation universelle ; on a depuis trouvé dans les perfectionnements de la mécanique analytique, des moyens plus simples de la vérifier ; mais la marche que nous avons suivie dans cette note a l'avantage de montrer comment les théorèmes d'Huygens, sur la force centrifuge et les lois de Kepler, furent la source où Newton puisa la plus belle découverte dont puisse s'honorer l'esprit humain. L'étude des rapports par lesquels les progrès que nous avons faits dans les sciences s'enchaînent les uns aux autres, n'est peut-être ni moins utile ni moins curieuse que l'étude même des résultats qu'ils ont produits.

NOTE 7.

Sur les valeurs des masses planétaires (page 531).

Les valeurs des masses des planètes, celle du soleil étant prise pour unité, que nous avons rapportées dans cette page, sont celles qui résultent des évaluations les plus récentes et sans doute les plus

exactes. La masse de Mercure, la seule qu'on n'ait pu jusqu'ici déterminer d'une manière directe, est calculée empiriquement d'après une hypothèse arbitraire sur la loi des densités des différentes planètes, densités qu'on suppose ordinairement réciproques à leurs distances au soleil. Les masses de Vénus et de Mars résultent de la comparaison des inégalités que leur action produit dans le mouvement de la terre aux observations; la masse de la terre est déterminée par les observations du pendule qui bat les secondes à une latitude donnée; la masse de Jupiter est celle qui résulte, d'après la méthode exposée p. 329, des élongations de son quatrième satellite, observées en 1833 par M. Airy, alors directeur de l'observatoire de Cambridge. Les masses de Saturne et d'Uranus sont celles qui résultent de la discussion des observations qui ont servi de base aux tables de Jupiter par M. Bouvard, et de leur comparaison aux formules théoriques qui déterminent les inégalités de cette planète.

La valeur de la masse de Saturne a subi depuis quelques années une légère correction. M. Bessel, en répétant les observations faites par Pound, contemporain de Newton, sur les élongations du sixième satellite de Saturne, en a conclu que la masse de cette planète, celle du soleil étant prise pour unité, devait être égale à

$$\frac{1}{3501}.$$

Cette masse, selon M. Bouvard, serait égale à $\frac{1}{3512}$ (p. 532): la petite différence de ces deux valeurs, qui résultent de moyens d'investigations si divers, semble prouver que nous connaissons, d'une manière au moins très-approchée, la véritable masse de Saturne.

NOTE 8.

Expression de la force perturbatrice du Soleil dans le mouvement de la lune (page 555 et suivantes).

Soit M la masse du soleil situé en S (*fig.* 99), soit T la terre, L la lune, et μ la somme de leurs masses. Faisons ST$=s$, SL$=l$, LT$=r$, et STL$=$T. D'après la loi de l'attraction le soleil attirera la terre avec une force $\frac{M}{s^2}$ dirigée suivant ST, et la lune avec une force $\frac{M}{l^2}$ dirigée suivant SL; on peut décomposer cette dernière force en deux

autres, l'une dirigée suivant LT, et l'autre suivant LA parallèle à ST ; d'après les règles du parallélogramme des forces, ces deux composantes seront respectivement : la première $\frac{M}{l^2} \cdot \frac{r}{l}$, et la seconde $\frac{M}{l^2} \cdot \frac{s}{l}$. Si l'on suppose la terre immobile, il faudra appliquer à la lune la force $\frac{M}{s^2}$ en sens contraire de sa direction. Les forces perturbatrices qui agissent sur la lune sont donc définitivement :

$$\frac{Mr}{l^3} \text{ dirigée suivant LT et } M\left(\frac{s}{l^3} - \frac{1}{s^2}\right) \text{ suivant LA.}$$

Pour développer ces expressions, supposons d'abord les trois corps dans un même plan. Abaissons la perpendiculaire LB sur ST, on aura : SB = SL cos. S, l'angle S est toujours très-petit ; en effet la parallaxe solaire est de $8''\frac{1}{2}$ à peu près, c'est l'angle sous lequel on apercevrait du centre du soleil le rayon terrestre ; l'angle S, sous lequel on verrait du même point le rayon de l'orbe lunaire, serait donc de $8'\frac{1}{2}$ environ, puisque ce rayon est 60 fois plus grand que le premier. On peut donc supposer cos. S = 1, et par conséquent SB = SL.

Nous aurons ainsi $SL = l = s - r\cos.T$ et $\frac{1}{l^3} = \frac{1}{s^3} + \frac{3r\cos.T}{s^4} + \text{etc.}$ En substituant cette valeur dans l'expression des forces perturbatrices, et observant que le rapport $\frac{r}{l}$ étant de $\frac{1}{400}$ environ, on peut négliger les termes qui dépendraient de son carré ;

La force suivant LT se réduit à $\frac{Mr}{s^3}$, et la force suivant LA à $\frac{3Mr\cos.T}{s^3}$. Maintenant il s'agit de décomposer la force agissant suivant LA en deux autres, l'une agissant suivant le rayon LT prolongé, et l'autre perpendiculairement à ce rayon ; il est clair par les règles du parallélogramme des forces, qu'il suffira pour avoir ces deux composantes de multiplier l'expression de la force donnée respectivement par le cosinus et le sinus de l'angle T qu'elle fait avec LT : ces deux forces seront ainsi :

$$\frac{3Mr\cos.T}{s^3}\cos.T=\frac{3}{2}\frac{Mr}{s^3}(1+\cos.2T);\ \frac{3Mr\cos.T}{s^3}\sin.T.$$

La première doit s'ajouter à la force qui sollicite la lune suivant LT, et comme elle est dirigée en sens inverse, elle doit être prise avec un signe contraire; la seconde est la partie de la force perturbatrice qui agit dans le sens du mouvement de la lune dirigé suivant Lq; et comme elle tend à ralentir son mouvement, elle doit être prise avec le signe —; en nommant donc P et Q les deux forces dirigées suivant LT, et suivant la perpendiculaire à ce rayon, on aura :

$$P=\frac{Mr}{2s^3}(1+3\cos.2T);\ Q=-\frac{3Mr}{2s^3}\sin.2T.$$

La force P est celle dont l'effet tend à augmenter ou à diminuer la force attractive de la terre, et la force Q celle qui tend à accroître ou à diminuer sa vitesse.

Dans les syzygies on a $T=0$, ou $T=180°$, ce qui donne $P=\frac{2Mr}{s^3}$

Dans les quadratures $T=90°$, ou $T=270°$. . . . . $P=\frac{Mr}{s^3}$

Ainsi donc la pesanteur de la lune est augmentée dans les quadratures; elle est diminuée dans les syzygies, et la diminution qui a lieu dans ces derniers points est double de l'augmentation qui a lieu dans les premiers. Ce qui est conforme à ce qui a été dit dans le texte. (*Pages* 557 et 562.)

L'expression $P=\frac{Mr}{2s^3}(1+3\cos.2T)=\frac{Mr}{s^3}(1-3\cos.^2T)$ montre encore que l'action du soleil, pour diminuer la pesanteur de la lune, est nulle dans les quatre points de l'orbite, où l'on a $\cos.T=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$, c'est-à-dire dans les quatre positions de la lune où l'angle T est de 54° 44′, 125° 16′, 234° 44′, et 305° 16′, et où elle se trouve par conséquent plus près des quadratures que des syzygies. (*Page* 557.)

La partie $\frac{Mr}{2s}$ de la force P représente la valeur moyenne de l'action qu'exerce le soleil sur la lune pour diminuer sa pesanteur vers la terre, puisque la partie multipliée par cos. 2T, qui prend

toutes les valeurs comprises entre $+1$ et -1 est nécessairement périodique, et a pour valeur moyenne zéro. Or, d'après le théorème d'Huygens, les forces centrales de deux corps qui décrivent différents cercles, sont entre elles comme les rayons de ces cercles divisés par les carrés des temps périodiques (*voyez* p. 498); en désignant donc par m le rapport des durées des révolutions de la terre autour du soleil, et de la lune autour de la terre, et μ représentant la somme des masses de la terre et de la lune, on aura la proportion :

$$\frac{\mu}{r^2} : \frac{M}{s^2} :: r : m^2 s, \text{ ce qui donne } \frac{Mr}{s^3} = m^2 . \frac{\mu}{r^2};$$

or comme on a à peu près $m = \frac{1}{13,4}$ on conclura de là :

$$-\frac{Mr}{s^3} = -\frac{1}{358}\frac{\mu}{r^2};$$

c'est-à-dire que l'action moyenne du soleil diminue de $\frac{1}{358}$ l'attraction de la terre sur la lune, conformément à ce qui est dit à la page 556.

Enfin, dans les octants on a $T = 45°$, et l'expression de Q donne :

$$Q = -\frac{3Mr}{2s^3} = -\frac{1}{119}\frac{\mu}{r^2}.$$

Ainsi la force qui tend à accroître la vitesse de la lune est triple dans les octants, ou dans les positions où la lune se trouve à 45° du soleil, de la force moyenne qui tend à diminuer sa pesanteur; et elle est égale à $\frac{1}{119}$ de la force centrale provenant de l'action de la terre, conformément à ce qui a été dit page 557.

NOTE 9.

Sur la figure de la Terre (page 609).

Nous avons supposé dans le n° 226 que la terre avait la figure d'un sphéroïde engendré par la révolution d'une ellipse qui tourne autour de son petit axe, et nous avons dit qu'on pouvait détermi-

ner ; dans ce cas, l'aplatissement du sphéroïde d'après les valeurs de deux degrés du méridien mesurés à sa surface. Nous allons donner la formule qu'on emploie ordinairement à cette détermination; mais il faut d'abord rappeler l'expression du rayon de courbure dans les courbes elliptiques.

Soit ABCD (*fig* 110) l'ellipse qui représente le méridien terrestre, M un point dont la latitude est l, la normale MN en ce point sera la verticale ou la direction du fil à plomb, qui, prolongée, passe au zénith Z, et l'on aura $MNA = l$ puisque l'angle que forme la verticale avec l'axe des pôles mesure la latitude telle qu'elle est donnée par les observations célestes. Si la terre était sphérique, la normale en chaque point de sa surface serait partout la même et égale au rayon du globe ; mais dans l'ellipse sa longueur varie avec la latitude, et nous devons chercher d'abord le rapport qui lie ces deux quantités.

Pour cela décrivons sur le grand axe AB un cercle AFB qui enveloppe l'ellipse ; si du point M on abaisse la perpendiculaire MP sur l'axe AB et que par le point M′, où cette ordonnée coupe le cercle, on mène la tangente M′T, qu'on joigne M et T, MT sera tangente à l'ellipse au point M, et par conséquent perpendiculaire à MN. Faisons l'angle $M'OA = h$, les angles M et M′ étant droits, dans les triangles rectangles MNT, M′OT on aura $MTN = 90° - l$, $M'TO = 90° - h$, et par conséquent :

$$\text{tang. MTP} = \text{cot.}\, l = \frac{MP}{PT}$$

$$\text{tang. M'TP} = \text{cot.}\, h = \frac{M'P}{PT}$$

En nommant a le demi-diamètre de la terre, et b le demi-axe des pôles, on a par la propriété de l'ellipse :

$$MP : M'P :: b : a$$

d'où l'on conclut :

$$\text{cot.}\, h = \frac{a}{b}\, \text{cot.}\, l$$

et par suite :

$$\sin h = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 . h}} = \frac{b \sin . l}{\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 . l}}$$

Ou bien en designant par e l'excentricité du méridien terrestre, ce qui donne $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = e^2$ et $b^2 = a^2 (1 - e^2)$:

$$\sin h = \frac{\sqrt{1-e^2}\,\sin.\,l}{\sqrt{1-e^2.\sin^2.l}}$$

Cela posé, dans le triangle M'OP on a $M'P = a \sin.\,h$, par conséquent :

$$MP = \frac{b}{a}\,M'P = a\sqrt{1-e^2}\,\sin.\,h$$

M'P est le rayon du parallèle correspondant à la latitude l; en nommant donc R ce rayon, et en substituant pour sin. h sa valeur, on aura :

$$R = \frac{a\,(1-e^2)\,\sin.\,l}{\sqrt{1-e^2\sin^2.\,l}}$$

Dans le triangle MPN on a d'ailleurs $MP = MN \sin.\,l$, on aura donc :

$$MN = \frac{a\,(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2\sin^2.\,l}}$$

C'est l'expression de la normale correspondante à la latitude l.

Dans l'ellipse le rayon de courbure est égal au cube de la normale divisé par le carré du demi-paramètre; cette dernière quantité a pour expression $\frac{b^2}{a}$ ou $a\,(1-e^2)$, en nommant donc ρ le rayon de courbure qui répond à la latitude l, on aura :

$$\rho = \frac{a\,(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2.\,l)^{\frac{3}{2}}}$$

Cette valeur augmente avec la latitude l, la courbure du méridien terrestre diminue donc de l'équateur aux pôles; le rayon ρ a sa plus petite valeur à l'équateur, on a alors $\rho = a\,(1-e^2)$; il est à son *maximum* aux pôles, et l'on a $\rho = a\sqrt{1-e^2}$. Or, comme les arcs qui correspondent à un même nombre de degrés sur différents cercles sont proportionnels aux rayons de ces cercles, et qu'on peut toujours supposer que de très-petits arcs elliptiques se confondent sensiblement avec les arcs correspondants de leurs cercles osculateurs, il en résulte que les degrés du méridien terrestre doivent

aller en croissant de l'équateur aux pôles, si la terre a, comme nous l'avons supposé dans ce qui précède, la figure d'un sphéroïde aplati vers les pôles ; le contraire aurait lieu dans le cas de l'ellipsoïde allongé dans le même sens n° 224.

Les expressions précédentes sont rigoureuses et ce sont celles que l'on emploie ordinairement dans la théorie de la figure de la terre (*V*. Traité de Géodésie par M. Puissant) ; mais elles se simplifient dans le cas où l'on suppose e une très-petite quantité, comme cela a lieu relativement au méridien terrestre. En effet on peut alors les développer en séries ordonnées par rapport aux puissances de e^2 et négliger les puissances supérieures à la seconde. En introduisant dans ces formules à la place de l'excentricité e, l'aplatissement α du sphéroïde, c'est-à-dire le rapport de la différence des deux axes de l'ellipsoïde au plus grand de ces axes, on aura $\alpha = \frac{a-b}{a}$; on a d'ailleurs $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$; la comparaison de ces deux expressions donne, aux quantités près que nous négligeons, $e^2 = 2\alpha$; et l'on trouvera ainsi :

$$\rho = a(1-2\alpha)(1+3\alpha\sin^2.l)$$

Les rayons de courbure croissent donc, comme nous l'avons dit, de l'équateur aux pôles, et leurs variations sont proportionnelles au carré du sinus de la latitude.

Soit c la longueur d'un degré du méridien mesuré à la latitude l, en nommant π le rapport de la circonférence au diamètre, 2π sera la circonférence dont c mesure un degré ; on aura donc $2\pi\rho = 360\,c$. Soit de même c' la longueur d'un degré du méridien mesuré à la latitude l', l'on aura $2\pi\rho' = 360\,c'$, d'où, en substituant pour ρ et ρ' leurs valeurs, on tire :

$$\frac{c}{c'} = \frac{1+3\alpha\sin^2.l}{1+3\alpha\sin^2.l'}$$

En résolvant cette équation par rapport à α on aura :

$$\alpha = \frac{c'-c}{3(c\sin^2.l'-c'\sin^2.l)}$$

Cette formule a été donnée pour la première fois par Maupertuis. On voit qu'il suffit de connaître deux degrés du méridien mesurés à des latitudes différentes, pour en déduire l'aplatissement terrestre.

Pour donner une application de cette formule, choisissons le degré mesuré par Bouguer à l'équateur, et en France par Delambre. D'après le tableau de la page 622 on a :

$$c = 110582^{m},1 \qquad \varphi = 1^{\circ}\,31'\,0'',50$$
$$c' = 111131^{m},2 \qquad \varphi' = 45^{\circ}\,4'\,18'',05$$

d'après ces valeurs on trouve :

$$c'-c = 549^{m},1;3\ (c \sin^2 l' - c' \sin^2 . l) = 166054^{m},40$$

Par conséquent :

$$\alpha = \frac{549,1}{166054,4} = \frac{1}{302,41}$$

Ainsi les deux degrés précédents nous donnent une valeur de α très-approchée de la fraction $\frac{1}{307}$ qui résulte pour l'expression de l'aplatissement terrestre de la théorie des inégalités lunaires.

L'aplatissement α étant déterminé, on aura la valeur du demi-diamètre a de l'équateur par l'équation :

$$a = \frac{\frac{360^{\circ}}{2\pi} c}{(1-2\alpha)(1+3\alpha \sin^2 . l)}$$

Et l'on en conclura le demi-axe des pôles par l'équation $b = a(1-\alpha)$: d'après les valeurs précédentes de α, c, l on trouve :

$$a = 6377787^{m}$$
$$b = 6356700$$

Si l'on voulait faire concourir à la détermination de l'aplatissement un nombre quelconque de degrés du méridien, mesurés à la surface du sphéroïde terrestre, il faudrait reprendre l'équation $2\pi\rho = 360\,c$, qui en substituant pour ρ sa valeur donne :

$$c = \frac{a\pi}{180}(1-2\alpha)(1+3\alpha \sin^2 . l)$$

ou bien, en négligeant les quantités de l'ordre α^2 et faisant pour abréger :

$$m = \frac{a\pi}{180}(1-2\alpha)\,;\ n = \frac{3\alpha a \pi}{180}$$

simplement :

$$e = m + n \sin^2 . l$$

Cette équation nous montre que les degrés croissent comme les rayons de courbure de l'équateur aux pôles, proportionnellement au carré du sinus de la latitude n° 216; m représente la longueur du degré à l'équateur et n l'excès du degré du pôle sur celui de l'équateur.

En substituant dans l'équation précédente à la place de e et l leurs valeurs relatives à chaque lieu d'observation, on aura autant d'équations qu'il y a de degrés mesurés; en combinant ensuite ces équations par la méthode des moindres carrés, méthode qui consiste, comme on sait, à déterminer les inconnues du problème de manière à ce que la somme des carrés des erreurs qu'on a pu commettre dans les observations, soit un *minimum*, on réduira ces équations à un nombre égal à celui des arbitraires qu'elles renferment, c'est-à-dire à deux équations au moyen desquelles on déterminera les deux coefficients m et n, et l'on en déduira la valeur de α; en effet on a à très-peu près :

$$\frac{n}{m} = \frac{3\alpha}{1-2\alpha} = 3\alpha$$

C'est de cette manière que nous avons trouvé la valeur de α rapportée dans le texte.

Voici le calcul. D'après les données rapportées dans le tableau page 622, on forme les équations suivantes :

à l'Equateur $110582^m,\ 1 - m - n\ 0^m,00070 = e^{(0)}$

dans l'Inde $110628^m,\ 6 - m - n\ 0^m,05144 = e^{(1)}$

en France $111131^m,\ 2 - m - n\ 0^m,50125 = e^{(2)}$

en Suède $111488^m,\ 5 - m - n\ 0^m,83890 = e^{(3)}$

En désignant par $e^{(0)}\ e^{(1)}\ e^{(2)}\ e^{(3)}$ les erreurs dont les mesures des degrés sont susceptibles.

D'après les règles connues il faut multiplier chacune de ces équations par le coefficient de l'indéterminée m qu'elle renferme.

et faire la somme des équations résultantes ; ce coefficient étant l'unité, on trouve simplement :

$$4\,m + n\,1^m,\,39229 - 44383\,0^m,\,4 = 0$$

En multipliant de même chaque équation par le coefficient de n et égalant leur somme à zéro, j'ai trouvé :

$$m\,1^m,\,39229 + n\,0^m,\,95765 - 155006^m,\,27 = 0$$

L'élimination de m et n entre ces deux équations donne :

$$m = 110578^m\ 54;\ n = 1089^m,\,036$$

On aura donc généralement pour la longueur du degré à la latitude l :

$$c = 110578^m,\,54 + 1089^m,\,04 \sin^2.\,l$$

et par suite

$$\text{aplatissement } \alpha = \frac{1}{304,6}$$

demi-diamètre de l'équateur $a = 6377284^m$

demi-axe des pôles . . . . . $b = 6356641^m$

Ce sont les valeurs rapportées dans le texte, page 622.

NOTE 10.

Des variations de la pesanteur et de la longueur du pendule à la surface de la terre.

La longueur l du pendule qui bat les secondes dans un lieu dont la latitude est λ, a pour expression, p. 601 :

$$l = m + n \sin.^2\lambda$$

m et n étant deux quantités inconnues qu'il faut déterminer par l'observation. m représente, comme on voit, la longueur du pen-

dule quand $\lambda = 0$ ou sous l'équateur, et n l'excès du pendule au pôle sur le pendule de l'équateur. Deux observations doivent suffire en général pour déterminer ces deux arbitraires ; si l'on en a réuni un plus grand nombre, on formera autant d'équations de condition qu'il y a de longueurs du pendule mesurées à différentes latitudes, et, en les combinant par la méthode des moindres carrés, comme on l'a fait dans la note précédente, on les réduira à deux équations au moyen desquelles on déterminera les inconnues m et n. En prenant les nombres rapportés page 624, et notamment e, e_1, e_2, etc. les erreurs dont les observations sont susceptibles, on aura :

$$m + n\,0^m,00000 - 0^m,990564 = e$$
$$m + n\,0,56672 - 0,993867 = e_1$$
$$m + n\,0,84829 - 0,995325 = e_2$$

Ces équations, réduites par la méthode des moindres carrés, donnent les suivantes :

$$m + n\,0^m,47167 - 0^m,993252 = 0$$
$$m + n\,0,73552 - 0,994741 = 0$$

d'où l'on tire :

$$m = 0^m,990590\,;\ n = 0^m,005643$$

On aura donc généralement pour déterminer la longueur du pendule à secondes dans un lieu dont la latitude est λ :

$$l = 0^m,990590 + 0^m,005643 \sin.^2 \lambda.$$

Ce sont les valeurs dont on a fait usage dans le texte pour déterminer l'aplatissement du sphéroïde terrestre.

TABLE ANALYTIQUE

DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

NOTA. *Les chiffres indiquent les articles.*

A.

Aberration. Mouvement apparent des corps célestes, qui résulte du mouvement de la terre et de la transmission successive de la lumière qu'ils nous envoient. Son effet est de nous faire voir les astres dans une position différente de celle qu'ils occupent réellement dans le ciel. Nos 25 et 71.

Achromatiques (lunettes), se dit des lunettes construites avec des verres composés de manière à ne pas produire d'iris. N° 17.

Accélération des fixes. C'est le temps que les étoiles anticipent chaque jour sur le retour du soleil au méridien : elle est de 3′55″,9 en temps moyen solaire. N° 40.

Aérolithes. Pierres qui se forment dans l'atmosphère, ou qui la traversent en tombant sur la terre. Nos 6 et 61.

Age de la lune; nombre de jours écoulés depuis la nouvelle lune.

Aire. Surface engendrée par le rayon secteur d'une planète ou d'un satellite autour du centre de son mouvement.

Almageste. Ouvrage astronomique dû à Ptolémée; c'est le traité le plus complet sur cette science que nous ait transmis l'antiquité. N° 24.

Amplitude. Arc de l'horizon compris entre les vrais points de l'orient ou du couchant, et le centre d'un astre à l'instant où il perce l'horizon. L'*amplitude* est *ortive* ou *occase*, selon qu'elle se rapporte au lever ou au coucher d'un astre.

Angle horaire (d'un astre). C'est l'angle formé au pôle par le méridien du lieu et le cercle de déclinaison qui passe par cet astre; ou ce qui revient au même, c'est la distance de l'astre au méridien mesurée sur l'équateur.

Anneau de Saturne. On appelle ainsi un corps solide, opaque, très-mince, situé à peu près dans le plan de l'équateur de Saturne, et qui l'environne comme une ceinture. Ce phénomène est unique dans notre système planétaire. Nos 98, 99, 100.

Année tropique. C'est l'intervalle que met le soleil à revenir au même équinoxe ou au même solstice. C'est l'année qu'on emploie pour la mesure du temps dans les usages de la vie civile. N° 31. *Année sidérale*, c'est l'intervalle compris entre les retours du soleil à la même étoile. L'année sidérale est de 20'22'' plus longue que l'année tropique. N° 40.

Annulaire (éclipse). *V*. ce mot.

Anomalie, distance angulaire d'une planète à son périhélie ou à son aphélie. Elle prend le nom d'*anomalie vraie*, *d'anomalie moyenne* ou *d'anomalie excentrique* selon le mouvement que l'on suppose à la planète. N° 38.

Anomalistique se dit de la révolution d'une planète comptée depuis son passage au périhélie, jusqu'à son retour au même point. N° 75.

Antarctique (opposé à l'ourse), se dit du pôle sud ou austral.

Antipodes, lieux ou peuples diamétralement opposés sur le globe.

Aphélie, point de l'orbite d'une planète où elle est dans sa plus grande distance du soleil.

Aplatissement de la terre ou d'une planète, c'est l'excès du diamètre de son équateur pris pour unité sur l'axe des pôles.

Apogée, point de l'orbe lunaire ou de l'orbite apparente du soleil le plus rapproché de la terre.

Apparent se dit du lieu d'un astre tel que nous l'observons; pour en déduire le *lieu vrai* il faut corriger le lieu apparent des effets de la *réfraction*, de *l'aberration*, de la *parallaxe*, et de la *nutation*. N° 149.

Apsides, terme générique pour désigner les deux points de l'orbite d'une planète où elle est dans sa plus grande ou sa plus petite distance au centre de son mouvement. *L'aphélie* est l'apside supérieure; le *périhélie* l'apside inférieure, la ligne passant par le centre de l'orbite et qui joint ces deux points s'appelle la *ligne des apsides*.

Arctique, du mot grec Αρκτος, *ourse*, constellation située dans la partie septentrionale du ciel. *Pôle arctique*, c'est l'extrémité nord de l'axe de la terre. *Cercle arctique*, celui que décrit le pôle de l'écliptique par son mouvement diurne.

Argument se dit de l'arc qui entre sous le signe périodique d'une inégalité donnée. N° 190.

Argument de la latitude, c'est la distance d'une planète à son nœud comptée dans le plan de son orbite.

Ascension droite d'un astre, c'est l'arc de l'équateur compris entre le méridien qui passe par cet astre et le lieu mobile de l'équinoxe, ou le premier point du signe *aries*. Les ascensions droites se comptent dans le sens du mouvement du soleil depuis 0° jusqu'à 360°. N° 21.

Astéroïdes, nom donné aux planètes télescopiques *Vesta*, *Junon*, *Cérès et Pallas*. N°. 104.

Atmosphère substance gazeuse de nature diverse qui entoure la terre, le soleil et d'autres corps célestes. Il n'existe pas, n° 60, d'atmosphère autour de la lune.

Attraction ou gravitation, propriété de la matière, en vertu de laquelle tous les corps de la nature tendent incessamment les uns vers les autres. N° 178.

Aurore, lueur qui précède le lever du soleil. *Aurore boréale ou australe*, vive lumière que l'on aperçoit quelquefois vers les régions polaires.

Austral synonyme de *méridional*, opposé au nord.

Axe de la terre ou d'une planète est une ligne imaginaire autour de laquelle paraît s'exécuter son mouvement de rotation; les extrémités de cet axe se nomment les *pôles*, et

le plan passant par le centre de l'astre qui lui est perpendiculaire, forme son *équateur*.

Axe du monde, c'est la droite autour de laquelle paraît s'exécuter la révolution diurne de la sphère céleste. L'axe du monde n'est que l'axe de la terre prolongé jusqu'à sa réunion avec le ciel. N° 2.

Azimuth, c'est l'arc compris entre le point nord de l'horizon et le lieu du lever ou du coucher d'un astre. L'azimuth est toujours le complément de l'amplitude. N° 2.

B.

Bissextile, épithète que l'on donne à l'année qui a un jour de plus que les années ordinaires. Il y a une année *bissextile* tous les quatre ans. N° 160.

Bolides, météores lumineux qui ont ordinairement la forme de globes de feu qui traversent l'atmosphère avec une rapidité plus ou moins grande. N° 61.

Boréal synonyme de septentrional situé du côté du nord. *Pôle boréal, hémisphère boréal, latitude boréale*, etc.

C.

Calendrier, classification du temps en périodes propres à en faciliter la conversion en jours, n° 59. *Calendrier Julien*, n° 160. *Grégorien*, n° 161.

Canicule, en langage vulgaire, c'est le temps des grandes chaleurs; on la compte ordinairement du 22 juillet au 23 août; c'est l'intervalle que le soleil emploie à traverser le signe du lion.

Cardinaux, épithète donnée aux quatre points qui divisent l'horizon en parties égales. N° 1.

Carré d'un nombre, c'est le produit de ce nombre par lui-même.

Catalogue (d'étoiles), registre sur lequel sont inscrites les positions des principales étoiles pour une époque donnée. N° 24.

Centre de gravité, point par lequel passe la résultante de toutes les forces parallèles appliquées à un corps ou à un système de corps. N° 174.

Centrifuge (force), tendance qu'a un corps mu sur une orbite curviligne à s'éloigner du centre de courbure. N°s 63 et 173.

Centripète (force), c'est la force qui attire un corps vers le centre de son mouvement; son effet est toujours opposé à celui de la force centrifuge. On donne à ces forces le nom générique de *forces centrales*. N° 173.

Cercle, figure plane terminée par une circonférence dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur nommé *centre*. *Cercles de la sphère*, ce sont ceux dont les plans passent par le centre de la sphère; on les désigne aussi simplement par le nom de *grands cercles*; par opposition on appelle petits cercles ceux dont les plans ne passent pas par le centre. *L'équateur*, le *méridien*, *l'écliptique*, etc., sont des grands cercles; les *cercles polaires* et les *deux tropiques* sont des petits cercles.

Cercle répétiteur, instrument destiné à mesurer les angles avec la même précision qu'on pourrait espérer d'un instrument construit sur de beaucoup plus grandes dimensions. N° 222.

Cercle de réflexion, voyez *Sextant et Octant*.

Cérès, planète télescopique découverte en 1801. N° 104.

Changeantes, on donne cette épithète à certaines étoiles qui varient

de grandeur et d'éclat, dans des périodes de temps déterminées. N° 11.

Chronomètre, instrument qui sert à mesurer le temps.

Circompolaires, épithète qu'on donne aux étoiles voisines du pôle et qui ne s'abaissent jamais sous l'horizon dans nos climats.

Climats, zones qui divisent la surface de la terre de l'équateur au pôle. N° 34.

Colures, se dit de deux grands cercles de la sphère qui se coupent à angles droits aux pôles du monde et qui passent, l'un par les points équinoxiaux et l'autre par les points solsticiaux, c'est-à-dire par les points où l'écliptique touche les deux tropiques.

Collimation (ligne de). C'est la position de l'axe optique d'une lunette lorsqu'elle répond au zéro du cercle gradué sur lequel elle est fixée. L'erreur de *collimation* sur la lunette méridienne, est l'erreur qui peut résulter de ce que l'axe optique de la lunette ne coïncide pas exactement avec la verticale, lorsqu'on l'a dirigée au zénith de l'observateur ou qu'il incline vers l'est ou vers l'ouest lorsqu'on vise les points nord ou sud de l'horizon.

Comètes, astres qui parcourent le ciel dans toutes les directions, tantôt du nord au sud, tantôt de l'est à l'ouest, etc.; elles sont comme les planètes soumises à des lois immuables et décrivent autour du soleil des ellipses en général très-allongées, n° 4; leur nature, n° 128; leurs perturbations, n° 207.

Complément d'un arc ou d'un angle, c'est la différence de cet arc ou de cet angle à 90°.

Configuration, situation de plusieurs astres les uns par rapport aux autres.

Conjonction, situation de deux astres qui ont même *longitude*, quelle que soit d'ailleurs leur *latitude*. La lune est en conjonction à l'instant de la *nouvelle lune*.

Connaissance des temps éphémérides publiées chaque année en France, par les soins du bureau des longitudes.

Constellation, groupe d'étoiles auquel on a donné un nom particulier emprunté à la mythologie, à l'histoire, au règne animal, ou à des objets d'une utilité pratique dans les arts et dans les sciences. N° 7.

Cosinus, ligne trigonométrique, c'est la partie du rayon comprise entre le pied du sinus d'un arc et le centre de la circonférence Le cosinus d'un arc est égal au sinus du complément de cet arc; ainsi le cosinus de 50° est la même chose que le sinus de 40°.

Cosmique (lever ou coucher), c'est le lever ou le coucher d'un astre qui se trouve à l'horizon en même temps que le soleil.

Cotangente, ligne trigonométrique, c'est la tangente du complément d'un arc donné. La cotangente de l'arc de 50° est la même chose que la tangente de l'arc de 40°.

Crépuscule, lumière qui succède au coucher du soleil ou qui précède son lever et qui est produite par la réfraction des rayons solaires dans l'atmosphère de la terre. N° 147.

Crown-glass, verre qui entre dans la composition des lunettes achromatiques. N° 17.

Cube d'un nombre, c'est le produit de ce nombre multiplié deux fois par lui-même; ainsi 27 est le cube de 3.

Culmination, passage d'une étoile ou d'une planète au méridien.

Cycle. Période de temps après laquelle les révolutions d'un astre recommencent dans le même ordre.

Cycle lunaire ou *nombre d'or*, période de 19 ans qui ramène les nou-

velles et pleines lunes aux mêmes jours de l'année solaire, et par conséquent aux mêmes points de l'écliptique que 19 ans auparavant, nos 53 et 163. *Cycle solaire*, période de 28 ans, après laquelle les jours du mois reviennent aux mêmes jours de la semaine, n° 165.

D.

Déclinaison, distance d'un astre à l'équateur; elle a pour mesure l'arc de méridien compris entre cet astre et le plan de l'équateur. La déclinaison varie de 0 à 90°, elle est australe ou boréale selon que l'arc est situé au sud ou au nord de l'équateur. On nomme *cercle de déclinaison*, c'est-à-dire, servant à mesurer la déclinaison, tout grand cercle de la sphère céleste passant par les pôles du monde. N° 21.

Décours de la lune, temps pendant lequel son disque éclairé va en décroissant, intervalle compris entre la pleine lune et la nouvelle lune suivante. N° 52.

Degré, c'est la 360e partie de la circonférence.

Densité d'un corps, c'est la quantité de matière qu'il renferme sous un volume donné. Le rapport des densités de deux corps peut ainsi différer beaucoup de celui de leurs dimensions, c'est ce qui a lieu pour les planètes comparées entre elles et au soleil. On suppose ordinairement que les densités des planètes diminuent proportionnellement à leurs distances au soleil; cependant Vénus et Uranus font exception à cette règle, n° 183. *Densité moyenne de la terre*, n° 218.

Diamètre d'un cercle, ligne menée par le centre et dont les deux extrémités aboutissent à la circonférence. Le *diamètre apparent* d'un astre est l'angle sous lequel nous l'observons; le *diamètre vrai* est cet angle corrigé des effets de la réfraction et de la parallaxe, c'est-à-dire tel qu'il serait vu par un observateur placé au centre de la terre, s'il n'y avait pas d'atmosphère. N° 35.

Diaphragme. Cloison circulaire que l'on introduit dans les lunettes pour arrêter les rayons irrégulièrement réfléchis par les parois du tube. N° 15.

Dichotôme. Se dit de la lune lorsque la moitié de son disque est éclairée et l'autre moitié dans l'ombre; c'est ce qui a lieu dans les *quadratures*.

Digression. C'est la distance angulaire d'une planète au soleil vue de la terre. Ce mot s'emploie spécialement pour les planètes inférieures Mercure et Vénus. La plus grande digression a lieu quand la ligne menée du centre de la terre à la planète est tangente à l'orbite de cette dernière. N° 78.

Direct (mouvement), se dit du mouvement d'un astre dirigé dans le même sens que le mouvement apparent du soleil, c'est-à-dire de l'occident à l'orient, suivant l'ordre des signes du zodiaque.

Disque. Surface visible d'un astre.

Diurne. Se dit de tout ce qui a rapport au jour. *Mouvement diurne* d'un astre, est le nombre de degrés, minutes et secondes qu'il paraît décrire pendant la durée d'un jour. *Mouvement diurne* de la terre, est la révolution qu'elle accomplit chaque jour sur son axe. N° 63.

E.

Éclipse. Disparition d'un astre produite par l'interposition d'un corps opaque entre l'observateur et cet astre. Telles sont les éclipses de lune et de soleil; celles des satellites de Jupiter et de Saturne, etc. N° 55, 90 et 97.

Écliptique. Grand cercle de la

sphère dans le plan duquel s'opère le mouvement apparent du soleil ou plutôt le mouvement annuel de la terre. N° 12. C'est à ce plan que les astronomes rapportent les orbites des autres corps célestes. Il est incliné de 23° 28′ au plan de l'équateur, mais cette inclinaison est soumise à une petite variation de 0″4885 à peu près par an. N°s 39 et 233. On lui a donné le nom d'écliptique parce que le soleil et la lune ne peuvent s'éclipser que lorsqu'ils se trouvent à la fois dans ce plan. N° 55.

Éléments d'une planète. Ce sont six quantités qui déterminent la figure et la position de son orbite elliptique, et le lieu de la planète sur cette orbite à un instant donné. Ces quantités se déduisent de l'observation. N° 108.

Ellipse. L'une des courbes qui résultent de l'intersection d'un cône par un plan et que par cette raison on a nommées *sections coniques*. N° 36.

Élongation. Distance angulaire d'une planète au soleil, ou d'un satellite au centre de sa planète, pour un observateur placé au centre de la terre. Cet angle est toujours moindre que 90° pour les planètes situées entre la terre et le soleil; il est alors synonyme de *digression*. Il varie de 0° à 180° pour les planètes plus éloignées du soleil que la terre. N° 21.

Émersion. C'est le moment où un satellite sort de l'ombre de la planète où il était plongé; et celui par conséquent où finit l'éclipse.

Épacte d'une année. C'est l'âge de la lune au commencement de cette année. N°s 52 et 163.

Éphémérides. Nom donné aux recueils astronomiques qui contiennent les lieux des corps célestes calculés pour tous les jours de l'année.

Épicycle. Petit cercle dont le centre se meut sur la circonférence d'un cercle plus grand. C'est en supposant les planètes en mouvement sur des épicycles, que les anciens expliquaient leurs stations et leurs rétrogradations apparentes. N° 79.

Époque. On nomme l'époque d'une planète, le lieu qu'elle occupe à un instant déterminé que l'on prend pour celui d'où l'on commence à compter le temps. N° 108.

Équateur. Grand cercle de la sphère perpendiculaire à la ligne des pôles ou à l'axe du monde. L'intersection de ce plan avec la surface de la terre forme l'*équateur terrestre*. L'équateur partage le globe et la voûte céleste en deux hémisphères égaux, l'un nommé *hémisphère boréal*, l'autre *hémisphère austral*. N° 2.

Équation. Terme généralement usité en astronomie pour désigner la correction qu'il faut faire subir au mouvement d'un astre déterminé d'une manière approximative pour avoir son mouvement vrai.

Équation du centre. Désigne spécialement ce qu'il faut ajouter à la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie, c'est-à-dire la correction à faire au mouvement calculé dans une orbite circulaire pour avoir le mouvement dans l'ellipse. N° 38.

Équation du temps. Différence entre le temps vrai marqué par le retour du soleil au méridien et celui que marqueraient les retours au même plan, d'un astre qui parcourrait l'équateur d'un mouvement uniforme dans l'intervalle d'une année tropique. N°s 40 et 155.

Équatorial ou *machine parallactique*. Instrument à l'aide duquel on peut suivre un astre dans tous les points de sa révolution diurne. N° 22.

Équinoxe. Temps auquel le soleil traverse l'équateur pour passer de l'hémisphère austral, dans l'hémi-

sphère boréal, et réciproquement. On nomme *points équinoxiaux* ou simplement *équinoxes*, les deux points d'intersection de l'écliptique et de l'équateur. N° 30. L'équinoxe du printemps est désigné par le premier point du signe du zodiaque *aries*. C'est de là que sont comptées toutes *les ascensions droites* et les *longitudes* des astres.

Est ou *Orient*, l'un des quatre points cardinaux, celui où le soleil se lève le jour de l'équinoxe.

Établissement d'un port. C'est l'heure de la pleine mer dans ce port le jour de la syzygie. N° 248.

Été. L'une des quatre saisons de l'année; elle commence au solstice d'été le 21 juin et finit à l'équinoxe d'automne le 23 septembre.

Étoiles. Points brillants qui parsèment la voûte céleste quand le soleil est sous l'horizon. Elles sont douées d'une lumière propre comme le soleil, et paraissent situées à des distances immenses de la terre. Elles conservent généralement entre elles la même configuration, ce qui les a fait nommer *étoiles fixes* ou simplement *fixes* pour les distinguer des astres qui ont un mouvement propre. N° 3. *Étoiles changeantes*. N° 8. *Étoiles doubles*. N°s 10 et 26. *Étoiles filantes*. N° 6.

Évection, la plus grande des inégalités du mouvement de la lune après l'équation du centre et la plus anciennement connue. N° 51.

Excentricité, distance du centre d'une ellipse au foyer, divisée par son grand axe.

F.

Facules. Points de la surface du soleil, d'un éclat plus vif que le reste du disque. N° 44.

Figure des corps célestes, N° 212. *Figure de la terre*, N° 220. *Figure des anneaux de Saturne*, N° 100.

Flint-glass. Espèce de verre qui entre dans la composition des objectifs achromatiques. N° 17.

Flux et reflux. Mouvement périodique qui s'observe dans les mers d'une grande étendue. N° 243.

Force. Terme employé en mécanique pour désigner toute cause qui tend à troubler l'état de repos ou de mouvement d'un corps. *Force d'inertie*, N° 168. *Force accélératrice*. N° 171. *Force centrifuge*, N° 173, etc.

Foyers d'une ellipse. Points remarquables situés sur son grand axe à égale distance du centre. N° 36. *Foyer d'une lentille*, point où se réunissent, après leur réfraction, les rayons parallèles qui la traversent. *Foyer d'une lunette*, foyer commun de l'objectif et de l'oculaire. N° 15.

G.

Géocentrique. Vu du centre de la terre. Le lieu *géocentrique* d'une planète, est sa longitude et sa latitude telles que l'observateur les verrait s'il était placé au centre de la terre.

Gnomon. Obélisque ou corps vertical quelconque, projetant une ombre derrière lui; cette ombre en tombant sur la méridienne fait connaître le passage du soleil au méridien. Les anciens employaient le gnomon à mesurer les hauteurs et les déclinaisons de cet astre. N° 156.

Gravité ou *gravitation*. Force qui attire les corps célestes les uns vers les autres. Voyez *Attraction*. N° 178.

H.

Hauteur d'un astre. C'est la distance de cet astre à l'horizon, me-

surée sur le cercle vertical qui passe par son centre et le zénith de l'observateur. N° 2.

Héliaque. Se dit du lever ou du coucher d'une étoile qu'on aperçoit le matin à l'horizon, un peu avant le lever du soleil, ou le soir un peu après son coucher. Le lever cosmique précède le lever héliaque, le coucher cosmique au contraire suit le coucher héliaque. V. *cosmique*.

Héliocentrique. Vu du centre du soleil. Le lieu héliocentrique d'un astre est la position qu'occuperait cet astre relativement à un observateur placé au centre du soleil. N° 75.

Héliomètre. Instrument destiné à mesurer les diamètres du soleil et des planètes avec plus d'exactitude qu'on ne le fait par le moyen du *micromètre ordinaire*.

Hémisphère. Moitié de la sphère.

Hesper ou *Vesper*. Un des noms de Vénus lorsqu'on l'aperçoit le soir après le coucher du soleil. N° 82.

Hiver. L'une des quatre saisons; elle commence au solstice d'automne le 22 décembre, et finit à l'équinoxe du printemps le 20 ou le 21 mars.

Horizon réel. C'est l'intersection de la sphère céleste par un plan perpendiculaire à la direction du fil à plomb. N° 1. *Horizon rationnel* ou géocentrique, c'est le grand cercle de la sphère mené parallèlement à l'horizon réel. La différence est insensible pour les étoiles, pour les planètes elle est égale à leur parallaxe horizontale.

Horloge astronomique. N° 20.

I.

Inclinaison de deux plans. Angle qu'ils comprennent entre eux; il a pour mesure l'angle que forment les perpendiculaires élevées sur chacun des deux plans.

Indiction. Période arbitraire de 15 années introduite par les Romains dans le calendrier. N° 165.

Inégalités. On donne ce nom aux irrégularités qui écartent le mouvement de la lune, du soleil, et des planètes, des lois du mouvement elliptique. N°s 51, 114 et 185.

Intercalation. Introduction d'un jour intercalaire dans les années bissextiles. L'*Intercalation grégorienne* est celle qui a été prescrite par le pape Grégoire XIII, lors de la réforme du calendrier en 1582. N° 161.

Interpolation. Procédé employé par les astronomes pour déterminer un résultat intermédiaire entre certains résultats déduits de l'observation ou du calcul.

Immersion. Entrée dans l'ombre, commencement d'une éclipse de la lune, d'un satellite, ou d'une étoile occultée par la lune.

Irradiation. Effet de lumière qui agrandit le disque des astres par l'impression vive que leur lumière produit sur l'organe de la vue. Elle est surtout sensible pour les étoiles qui n'ont, dans les lunettes, aucun disque apparent, et sont semblables à des points brillants.

Isochrone, de même durée. Se dit des oscillations d'un pendule très-peu écarté de la verticale. N°s 20 et 172.

J.

Jour, division du temps. *Jour vrai*, intervalle entre deux retours successifs du soleil au méridien. *Jour moyen*, celui qui serait marqué par deux de ses retours successifs au méridien, s'il était mu uniformément dans le plan de l'équateur. *Jour sidéral* ou *astronomique*, intervalle entre les retours successifs de la

même étoile au méridien. Le jour sidéral est de 3′ 55″,9 (temps moyen) plus court que le jour moyen solaire. N° 40.

Junon, planète télescopique, découverte en 1804. N° 104.

Jupiter. La plus grosse de toutes les planètes; elle est située entre Saturne et Uranus, n° 88. Ses satellites, n° 90. Ses inégalités, n° 190.

K.

Kepler (lois de). C'est le nom qu'on donne aux trois principes généraux qui règlent les mouvements planétaires, et qui font la base de toute l'astronomie théorique. N° 107

L.

Latitude d'un astre, c'est sa distance à l'écliptique, mesurée sur le grand cercle qui passe par le centre de l'astre, et par les pôles de l'écliptique. La latitude varie comme la déclinaison de 0° à 90°; elle est boréale ou australe selon celui des deux hémisphères dans lequel l'astre est situé. Tout cercle passant par les pôles de l'écliptique, se nomme *cercle de latitude*, c'est-à-dire servant à mesurer la latitude, n° 24. *Latitude terrestre* est la distance d'un lieu du globe à l'équateur; elle a pour mesure l'arc de méridien compris entre le plan de l'équateur et le zénith de l'observateur. La latitude est toujours égale pour chaque lieu de la terre à la *hauteur du pôle*. N° 134.

Lentille, verre, convexe des deux côtés et de fort peu d'épaisseur, employé dans la construction des lunettes.

Lettres dominicales servant à marquer le dimanche dans le calendrier perpétuel. N° 164.

Levant. Voyez *Est* ou *Orient*.

Libration, état de balancement d'un corps qui fait de légères oscillations autour d'une position moyenne. *Libration de la lune*, phénomène par lequel la lune nous montre et nous dérobe tour à tour quelques parties de sa surface situées vers ses bords. N°s 60 et 240.

Longitude d'un astre, c'est l'arc compris sur l'écliptique entre le cercle de latitude qui passe par son *centre et l'équinoxe* du printemps, ou le premier point d'Ariès. Les longitudes se comptent comme les ascensions droites, depuis 0° jusqu'à 360° dans le sens du mouvement du soleil ou selon l'ordre des signes du zodiaque. La *longitude* et la *latitude* d'un astre ne se déterminent pas par l'observation directe, elles se déduisent de *l'ascension droite* et de *la déclinaison* observées, par les formules trigonométriques.

Longitude terrestre, distance angulaire du méridien d'un lieu au méridien qui sert de point de départ. La longitude terrestre varie de 0° à 180°, elle est orientale ou occidentale, selon que le lieu est situé à l'est ou à l'ouest du premier méridien. N° 139.

Lucifer, nom donné à Vénus quand elle paraît le matin avant le lever du soleil.

Lumière. Décomposition de la lumière solaire, n° 17. Vitesse de la lumière, n° 118. *Lumière zodiacale*, clarté très-faible visible principalement vers le mois de mars, après le coucher du soleil, et qu'on suppose produite par la réflexion de ses rayons dans l'atmosphère très-rare qui l'environne. N° 45.

Lunaison. Espace de temps qui s'écoule entre deux pleines lunes consécutives.

Lune. Satellite de la terre dont elle est éloignée de 60 rayons terrestres, ou de 86,000 lieues envi-

rop. Elle fait sa révolution autour de notre planète en 27 jours et demi; sa révolution synodique ou relative au soleil, est de 29 jours et demi, n° 49. Ses phases, n° 52, ses inégalités, n°s 51 et 193. Son atmosphère est insensible, n° 61. Son influence sur les saisons et sur les êtres organisés, n° 62. Lune rousse, *idem*.

Lunette astronomique, instrument qui sert à perfectionner la vision, et à en étendre la portée. N° 15.

M.

Machine parallactique, voyez *équatorial*.

Marées. Mouvements périodiques des eaux de la mer qui couvre et abandonne successivement deux fois en vingt-quatre heures une partie de ses rivages. *La marée est montante* quand la mer semble envahir le continent, ce mouvement se nomme le *flux*; elle est descendante quand la mer paraît se retirer sur elle-même, c'est ce qu'on nomme le *reflux*. Cause des marées, n° 180; moyen de les calculer, n° 247. *Marées atmosphériques*, oscillations de l'atmosphère provenant des mêmes causes que celles de l'Océan, n° 249.

Mars, planète située entre la terre et les planètes télescopiques. N° 85.

Mercure, celle des planètes qui est la plus rapprochée du soleil, elle fait sa révolution en 87 jours. N° 81.

Méridien, grand cercle de la sphère passant par les pôles du monde et par conséquent perpendiculaire à l'équateur. Il marque le point culminant des courbes que décrivent les étoiles dans leur mouvement diurne. Le *méridien terrestre* est la trace du méridien céleste sur la surface de la terre. N°s 2 et 23.

Micromètre, petit cercle portant des fils mobiles, que l'on introduit dans l'intérieur des lunettes, et qui sert à mesurer les diamètres des astres.

Micromètre extérieur, instrument qui sert à lire sur le limbe d'un cercle gradué des divisions plus petites que celles qui y sont marquées. N° 16.

Midi ou *Sud*, un des quatre points cardinaux de l'horizon, celui vers lequel le pôle austral est dirigé.

Mois, douzième partie de l'année.

Mois lunaire, temps que la lune emploie à revenir à la même longitude comptée de l'équinoxe mobile. Sa durée est de 27 jours 7 heures 43′ 5″. *Mois synodique*, temps qu'elle emploie à revenir en conjonction avec le soleil, sa durée est de 29 jours 12 heures 44′ 3″. N° 49.

Mois solaire. Temps que le soleil emploie à parcourir un signe du zodiaque; sa durée moyenne est de 30 jours 10 heures 26″. N° 162.

Mouvement. État d'un corps qui occupe successivement différentes places dans l'espace, par rapport à d'autres corps supposés fixes. *Mouvement uniforme*, n° 169. *Mouvement varié*, n° 170. *Mouvement annuel*, translation apparente du soleil dans l'écliptique, dans l'intervalle d'une année tropique, n° 29. *Mouvement diurne*, translation apparente de la sphère céleste autour de la terre, ou mouvement vrai de rotation du globe dans l'intervalle d'un jour. N° 2.

Moyen. Épithète que l'on donne ordinairement à toute quantité dont les accroissements sont uniformes et égaux dans les mêmes intervalles de temps; c'est ainsi que l'on dit *temps moyen*, *anomalie moyenne*, *longitude moyenne*, etc. On nomme *moyenne* entre plusieurs quantités, le résultat qu'on obtient en divisant leur somme par le nombre de quantités que l'on a considérées. C'est dans ce sens que

l'on dit *jour moyen*, *distance moyenne*, etc. (Voir ces mots.)

N.

Nadir. Point du ciel diamétralement opposé au zénith.

Nébuleuse. Amas de matière lumineuse répandue dans toutes les parties du ciel. On suppose que ce sont des étoiles dans un état de formation encore imparfait. N° 5.

Néoménie. Nom donné à la lune lorsqu'elle est *nouvelle*.

Nœuds. Les deux points où l'orbite d'une planète ou d'une comète coupe le plan de l'ecliptique. Le *nœud ascendant* est celui que l'astre traverse lorsqu'il s'élève vers le pôle boréal; le *nœud descendant* celui où l'astre perce l'écliptique lorsqu'il descend vers le pôle austral. *La ligne des nœuds* est la droite qui joint ces deux points.

Nombre d'or indique l'année du *cycle lunaire*. (Voir ce mot) n° 163.

Nord. L'un des quatre points cardinaux de l'horizon, celui vers lequel le pôle boréal est dirigé.

Normale à une courbe ou à une surface, c'est la perpendiculaire à la tangente à cette courbe ou au plan tangent à cette surface mené par le point de tangence.

Nutation, du mot latin *nutare*, *balancer*, mouvement périodique qui écarte l'axe terrestre de la perpendiculaire à l'écliptique, autour de laquelle il décrirait un cône par l'effet de la précession des équinoxes, n° 25. La nutation est produite par l'attraction de la lune sur la terre; son étendue est de 9″,25, et sa période celle d'une révolution des nœuds de la lune. Il en résulte de légères variations dans l'obliquité de l'écliptique et dans la position des équinoxes qui auraient lieu sans elle et qu'on nomme *obliquité moyenne* et *équinoxe moyen*, pour les distinguer de l'obliquité et de l'équinoxe vrais. N° 233.

Nutation lunaire. Balancement de l'orbite de la lune semblable à celui de l'équateur terrestre et résultant de l'attraction de la terre sur le sphéroïde lunaire. N° 241.

O.

Objectif. Celui des verres d'une lunette qui est tourné vers l'objet qu'on observe.

Obliquité (de l'écliptique). Angle que forme l'équateur avec l'écliptique; il est sujet à une variation périodique qui provient de la nutation, n° 25, et à une petite inégalité séculaire qui fait varier lentement cette inclinaison de 0″4886 par an ou de 48″ à peu près par siècle. N°s 39 et 233.

Occident. L'un des quatre points cardinaux, celui vers lequel s'opère le coucher des astres.

Occultation. Disparition d'une étoile devant laquelle passe la lune ou une planète.

Oculaire. Celui des verres d'une lunette ou se place l'œil de l'observateur.

Octant. Instrument d'optique employé à la mer pour prendre la hauteur du soleil ou la distance de la lune aux étoiles ou au soleil. N° 136.

Opposition. Situation de deux astres dont les longitudes diffèrent de 180°, ou, ce qui revient au même, dont la distance angulaire rapportée à l'écliptique, est de deux angles droits.

Optique. Science qui traite des phénomènes de la vision.

Orbe ou orbite. Ligne courbe que décrit un astre autour du centre de son mouvement.

Orient. Voir *Est*.

Oscillation. Mouvement d'un pendule, ou d'un autre corps qui va et vient en sens contraire.

Osculateur (cercle). C'est parmi tous les cercles qui ont leur centre sur la normale correspondante à un point donné d'une courbe et passant par ce point, celui qui dans les points voisins approche le plus de la courbe. Le centre et le rayon du cercle ainsi déterminés, se nomment *centre et rayon de courbure*, et la courbe qui passe par tous les centres de courbure se nomme la *développée*.

P.

Pallas. Planète télescopique découverte en 1802. N° 104.

Parabole. Courbe comprise parmi les sections coniques, et composée de deux branches qui s'étendent indéfiniment. Elle sert à calculer le mouvement des comètes qu'on croit apercevoir pour la première fois. N° 123.

Parallaxe. C'est proprement la différence entre le lieu apparent d'un astre et la position qu'il aurait si on l'observait du centre de la terre; ou ce qui revient au même, c'est l'angle sous lequel le rayon terrestre, correspondant au lieu de l'observateur, serait vu du centre de l'astre, N° 27. — *Parallaxe de hauteur*, c'est ce qu'il faut ajouter à la hauteur apparente d'un astre pour avoir sa hauteur vraie. — *Parallaxe horizontale*, celle d'un astre qui se trouve à l'horizon. — *Parallaxe annuelle* ou *du grand orbe*, angle sous lequel le demi-diamètre de l'écliptique serait vu du centre d'un astre. N° 27.

Parallèles. Petits cercles de la sphère menés parallèlement à l'équateur. N° 2.

Paramètre. Dans les sections coniques, c'est la double ordonnée passant par le foyer.

Passage (au méridien). C'est l'instant où un astre traverse le plan du méridien; la lunette dont on se sert pour l'observer se nomme *l'instrument des passages*. N° 19. On appelle aussi du nom de *passage* un phénomène que présente une planète qui se projette sur le disque solaire.

Pendule. Voir *Horloge astronomique*.

Pendule simple. Appareil composé d'un point pesant suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible. N° 20.

Penombre. Ombre incomplète qui, dans certains phénomènes, sépare la lumière de l'ombre véritable.

Périgée. Point de l'orbe lunaire, ou de l'orbite apparente du soleil, le plus rapproché de la terre.

Périhélie. Point de l'orbite d'une planète le plus rapproché du soleil.

Période. Intervalle de temps qui ramène un astre à la même position ou une quantité variable à la même valeur.

Perturbations. Dérangements qui écartent un astre des lois de son mouvement elliptique. On nomme *force perturbatrice* toute cause d'où résultent des perturbations dans le mouvement d'une planète, d'une comète ou d'un satellite. N°. 180.

Pesanteur. Force qui fait tomber les corps à la surface de la terre et des planètes. N° 169. La pesanteur n'est qu'un effet de l'attraction, n° 179. Elle varie d'intensité à la surface de la terre, n°s 70 et 173. Elle n'est pas la même à la surface des différentes planètes. N° 184.

Phases. Aspects divers que présentent la lune et les planètes selon la manière dont elles sont éclairées par le soleil.

Planètes. Corps célestes doués d'un mouvement propre d'Occident en

Orient, qui leur fait chaque jour changer de position relativement aux étoiles. N° 3. Lois générales de leurs mouvements, n° 106. Leur rotation, n° 89. Leurs inégalités, n° 186. Tableau de leurs éléments, n° 114.

Pôles. Points autour desquels semble s'exécuter le mouvement diurne de la sphère céleste. N° 2. Le *Pôle nord* est celui qui est élevé sur notre horizon; le *Pôle sud* celui qui est abaissé au-dessous. *Polaire* se dit de tout ce qui appartient aux pôles; ainsi, *étoiles polaires*, *cercles polaires*, etc. On nomme généralement *pôles*, les extrémités de l'axe autour duquel s'exécute le mouvement de rotation d'un corps. Les *Pôles* d'un grand cercle de la sphère sont les deux points qui se trouvent à 90° de tous les points de ce cercle.

Précession des équinoxes, phénomène qui résulte de ce que les points équinoxiaux ont sur le plan de l'écliptique un mouvement rétrograde, c'est-à-dire dirigé d'orient en occident en sens contraire du mouvement annuel du soleil, ce qui rend l'année tropique plus courte que l'année sidérale et change chaque année les longitudes, les ascensions droites et les déclinaisons des étoiles. N°s 25 et 30. Explication de ce phénomène et ses lois. N° 232.

Printemps. L'une des quatre saisons de l'année. Elle commence à l'équinoxe du printemps, le 20 ou le 21 mars, et finit au solstice d'été le 21 juin.

Prisme. Solide compris sous plusieurs plans parallélogrammes, terminés de part et d'autre par deux plans polygones égaux et parallèles. Le *Prisme* est triangulaire lorsque sa base est un triangle.

Q.

Quadrature. Situation d'un astre dont la distance angulaire au soleil rapportée à l'écliptique est de 90°.

Quart de cercle. Instrument connu des anciens qui sert à mesurer les hauteurs des astres, leur distance au zénith, leur déclinaison, etc. Il prend le nom de *quart de cercle mural*, ou simplement de *mural* lorsqu'il est fixé d'une manière invariable sur un mur exactement dirigé dans le plan vertical.

Queue. Amas de vapeurs que traînent après elles quelques comètes.

R.

Rayon. Ligne menée du centre d'un cercle à sa circonférence. *Rayon vecteur*, ligne menée du foyer de l'ellipse ou de la parabole à un point quelconque de son contour.

Réduction à l'écliptique ou à l'équateur. Calcul par lequel on déduit de la longitude d'une planète mesurée sur son orbite, sa longitude rapportée à l'écliptique ou à l'équateur.

Réflexion (de la lumière). Phénomène d'optique par lequel un rayon de lumière est repoussé lorsqu'il tombe sur une surface polie non transparente, n° 13. *Instruments de réflexion*, instruments fondés sur cette propriété de la lumière, et qui servent à prendre les distances et les hauteurs des astres à la mer. Voir les mots *Sextant* et *Octant*, n° 136.

Réfraction. Déviations des rayons lumineux lorsqu'ils traversent deux milieux d'inégale densité. N° 13. *Réfraction astronomique*, déviation qu'éprouve la lumière des astres en traversant l'atmosphère dont la terre est environnée. N° 145.

Réticule. Assemblage de fils qu'on introduit dans une lunette pour juger de l'instant précis où un astre se trouve au centre de la lunette. N° 16.

Rétrogradation. Mouvement apparent des planètes par lequel elles semblent, pendant une période de leur révolution, avancer contre l'ordre des signes. N° 76. — *Rétrogradation* des points équinoxiaux. (V. *Précession*.)

Rétrograde. Se dit du mouvement d'un astre dirigé en sens contraire du mouvement apparent du soleil, ou d'orient en occident, contre l'ordre des signes du Zodiaque.

Révolution. Période pendant laquelle un astre revient à la même position par rapport à un autre astre ou à un point déterminé de son orbite.

Rotation. Mouvement de révolution d'un corps qui tourne autour d'un axe.

S.

Saisons. Noms donnés aux quatre principales divisions de l'année.

Satellites. Planètes secondaires qui circulent autour de quelques-unes des planètes principales. Tels sont : La lune, relativement à la terre, n° 46. Les satellites de Jupiter, n° 90. Les satellites de Saturne, n° 97. Les satellites d'Uranus, n° 103.

Saturne. Planète située entre Jupiter et Uranus. C'était des planètes anciennement connues la plus éloignée du soleil, no 95. Ses satellites, no 97. Son anneau, n° 98. Ses inégalités, no 190.

Scintillation. Espèce de tremblement particulier à la lumière des étoiles ; on l'attribue à la petitesse des diamètres, et aux vapeurs de l'atmosphère, n° 3.

Sécante. Ligne trigonométrique ; c'est le rayon qui passe par l'extrémité d'un arc, prolongé jusqu'à la tangente, menée à l'extrémité opposée.

Secteur. Surface comprise entre l'arc d'une courbe, et les deux rayons menés à ses extrémités.

Semaine. Période de sept jours. No 62.

Sextant. Instrument de réflexion, employé dans les usages nautiques, sa construction est la même que celle de l'Octant, il n'en diffère qu'en ce que le secteur qui le porte est de 60° au lieu d'être de 45°. N° 136.

Sidéral (jour ou temps). C'est celui qui est marqué par le passage des étoiles au méridien. *Année sidérale*, c'est l'intervalle du retour apparent du soleil à la même étoile. N° 40.

Signe. S'emploie comme synonyme de constellation pour les douze constellations du Zodiaque.

Sinus. Ligne trigonométrique qui sert à mesurer les angles. C'est la perpendiculaire abaissée de l'extrémité d'un arc, sur le rayon qui passe par l'extrémité opposée. Le sinus d'un arc est par conséquent la moitié de la corde qui sous-tend un arc double.

Soleil. Astre autour duquel s'effectuent tous les mouvements de notre système planétaire. Mouvement apparent, n° 29. Sa constitution physique, sa rotation, ses taches, n° 44.

Solstice, ou station du soleil, époque à laquelle le soleil atteint sa plus grande hauteur, quand il est dans l'hémisphère boréal, et sa plus petite quand il est dans l'hémisphère austral. *Points solsticiaux*, ce sont les deux points de l'écliptique où se trouve le soleil quand il est dans les solstices. N° 31.

Sothiaque. Période de 1460 ans, qui ramenait les saisons aux mêmes jours de l'année civile dans le calendrier Égyptien. N° 159.

Sphère. Globe formé par la révolution d'un cercle qui tourne autour d'un de ses diamètres.

Sphéroïde. Se dit d'un solide qui diffère peu de la sphère.

Station. Position d'une planète lorsqu'elle semble s'arrêter pendant quelques instants avant de passer du mouvement direct au mouvement rétrograde, et réciproquement. N° 76.

Stationnaire. État d'une planète, lorsqu'elle est dans sa station N° 76.

Style. Verge d'un cadran.

Sud. L'un des quatre points cardinaux de l'horizon. Voir *Midi*.

Synodique. Mouvement qui ramène un astre en conjonction avec le soleil. *Mouvement synodique*, *révolution synodique*, etc.

Syzygie. Terme collectif, exprimant les conjonctions et les oppositions de la lune et du soleil. N° 49.

Système. Ensemble de plusieurs astres qu'on suppose soumis aux mêmes influences.—On donne aussi le nom de *systèmes* aux différentes hypothèses imaginées pour expliquer les mouvements apparents des corps célestes. N°s 68 et 79.

T.

Tables (astronomiques). Recueils où l'on a calculé d'avance les positions des corps célestes pour certaines époques prises arbitrairement, et qui servent à déterminer ensuite par interpolation, et d'après les lois connues de leurs mouvements, leurs positions à une époque donnée.

Taches. Espaces différents du reste du disque que l'on remarque à la surface du soleil et des planètes, et qui par leurs déplacements ont servi à déterminer les durées de leur rotation. N° 44.

Tangente d'un arc, en trigonométrie c'est la perpendiculaire élevée à l'extrémité d'un arc sur le rayon qui passe par ce point jusqu'à la rencontre du rayon qui passe par l'extrémité opposée.

Télescope. Instrument dans lequel les rayons lumineux sont rassemblés un foyer de l'*objectif*, par leur réflexion sur un miroir métallique. N° 18. On étend quelquefois ce nom générique à la lunette astronomique ordinaire, et même à tout instrument propre à faciliter la vue d'un objet éloigné.

Télescopiques (Planètes). Ce sont de petits astres qui échappent à la vue simple et qu'on ne peut apercevoir qu'avec le secours des lunettes ou des télescopes. N° 104.

Température du globe. Sa valeur moyenne n'a pas varié de $\frac{1}{100}$ de degré centigrade depuis 2500 ans. N° 230.

Temps. C'est l'impression que laisse en nous la succession des événements ou de nos idées. N° 20. Le mouvement est essentiellement propre à lui servir de mesure, n° 20. *Temps vrai*, *temps moyen*, n° 40 et 154.

Terre. Planète que nous habitons; elle est située entre Vénus et Mars; son immobilité n'est qu'apparente; elle a deux mouvements principaux, l'un de translation dans l'espace, n° 64; l'autre de rotation autour de son axe, n° 63. Sa figure, n° 220. Sa mesure, n° 224 et suivants.

Trajectoire. Ligne droite ou courbe que décrit un corps en mouvement.

Triangle. Espace compris entre trois lignes qui se coupent. Le triangle est *rectiligne* ou *sphérique* selon que ses côtés sont des lignes droites ou des arcs de grand cercle. Un triangle se compose de six parties, trois angles et trois côtés.

Trigonométrie. Science qui a pour but de déterminer trois des parties d'un triangle, les trois autres étant données. N° 21.

Tropiques. Petits cercles de la sphère parallèles à l'équateur et éloignés de 23° 28′ de ce plan. Ils marquent, au Nord et au Sud, les limites des plus grandes déclinaisons australes et boréales du soleil. N° 31.

U.

Uranus. C'est de toutes les planètes, la plus éloignée du soleil; elle forme aujourd'hui la limite de notre système planétaire. N° 102.

V.

Variation. L'une des principales inégalités du mouvement de la lune. N°s 51 et 196.

Vénus. Planète située entre Mercure et la terre. Son éclat est extrêmement vif et elle présente des phases comme la lune. N° 82.

Vernier. Instrument employé pour sous-diviser les instruments gradués, avant l'invention du micromètre extérieur. N° 16.

Vertical. Grand cercle de la sphère perpendiculaire à l'horizon, et passant par le zénith de l'observateur. Le premier vertical est celui qui passe par les points *Est* et *Ouest* de l'horizon.

Vesta. Planète télescopique découverte en 1807. N° 104.

Voie lactée. Espace blanchâtre ou nébuleux qui fait le tour du ciel et l'enveloppe comme une ceinture. N° 11.

Z.

Zénith. C'est le point du ciel où aboutit la verticale en chaque lieu du globe; le zénith et l'horizon varient pour tous les lieux de la terre.

Zodiaque. Zone de la sphère céleste qui renferme les orbites des sept planètes principales; sa largeur est de 18° environ, et elle est partagée en deux portions égales par l'*écliptique*. Le zodiaque est divisé en douze *signes* de 30° chacun, qui ont conservé le nom des constellations qui y étaient autrefois renfermées. n° 11. *Constellations zodiacales*; ce sont celles qui sont comprises dans le Zodiaque, n° 11. *Lumière zodiacale*, voir le mot *Lumière*.

Zone. Partie de la surface d'une sphère comprise entre deux plans parallèles. La surface de la terre se divise en cinq zones principales, savoir : la *zone torride*, qui comprend les régions équatoriales; les *zones glaciales* qui environnent les pôles, et les *zones tempérées* qui sont comprises entre la zone torride et les zones glaciales. N° 34.

Fig. 13.

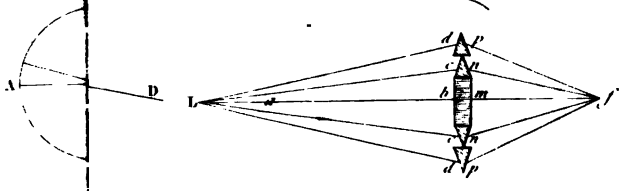


Fig. 14.

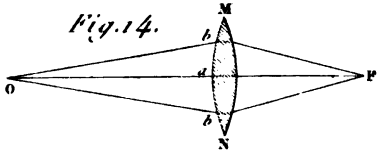


Fig. 7.

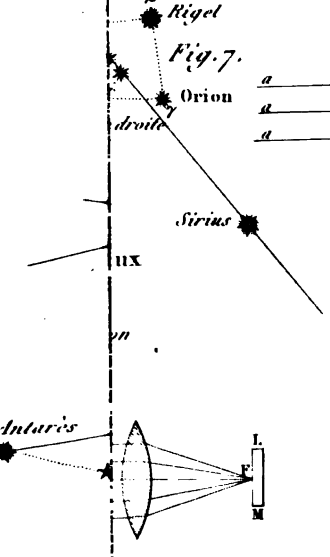


Fig. 15.

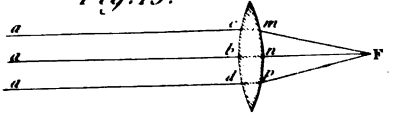


Fig. 16.

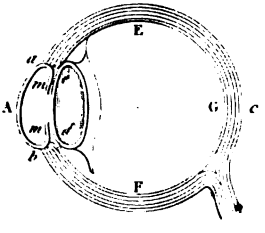
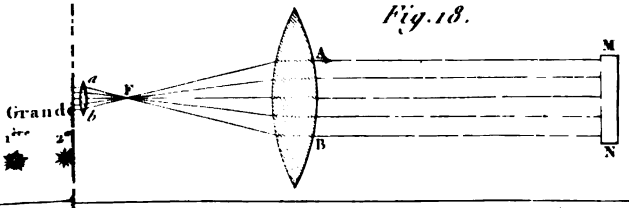


Fig. 18.



Gravé par Adam

Fig. 19.

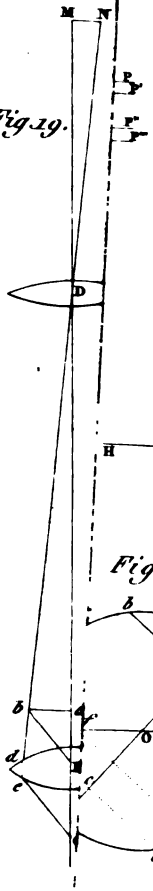


Fig. 23.

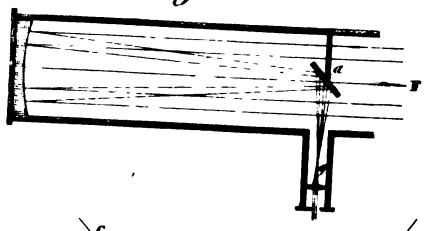


Fig. 26.

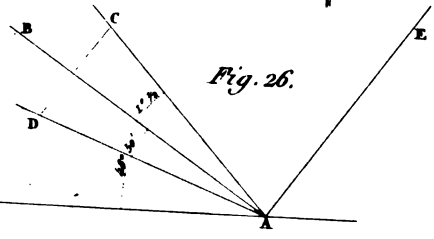


Fig. 29.

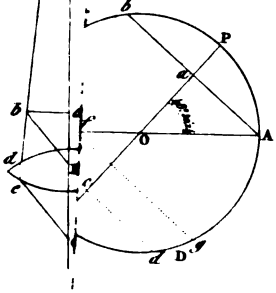


Fig. 30.

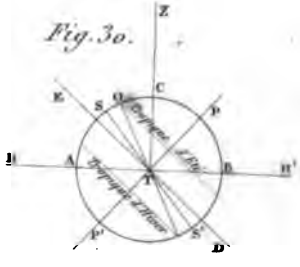


Fig. 35.

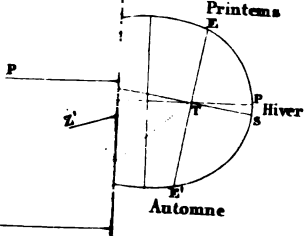
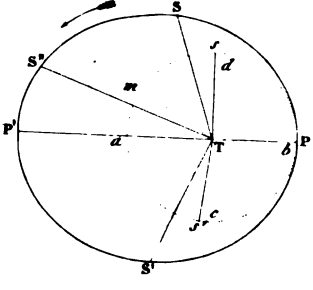
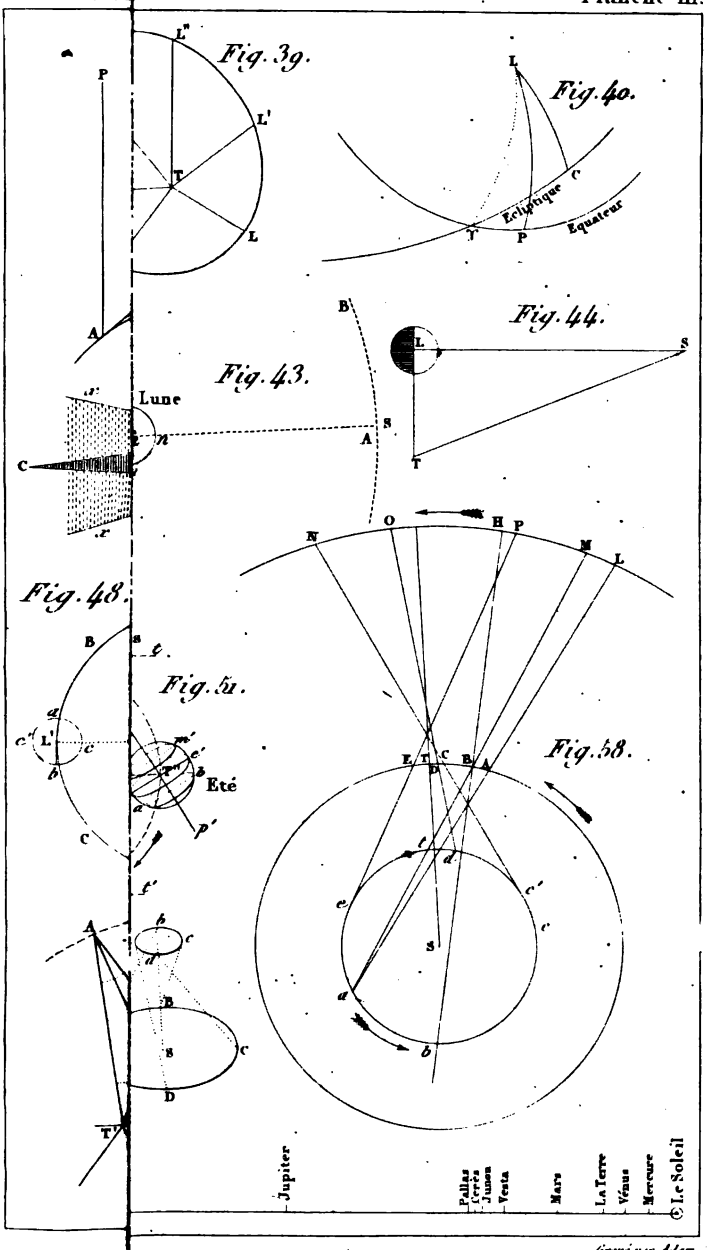


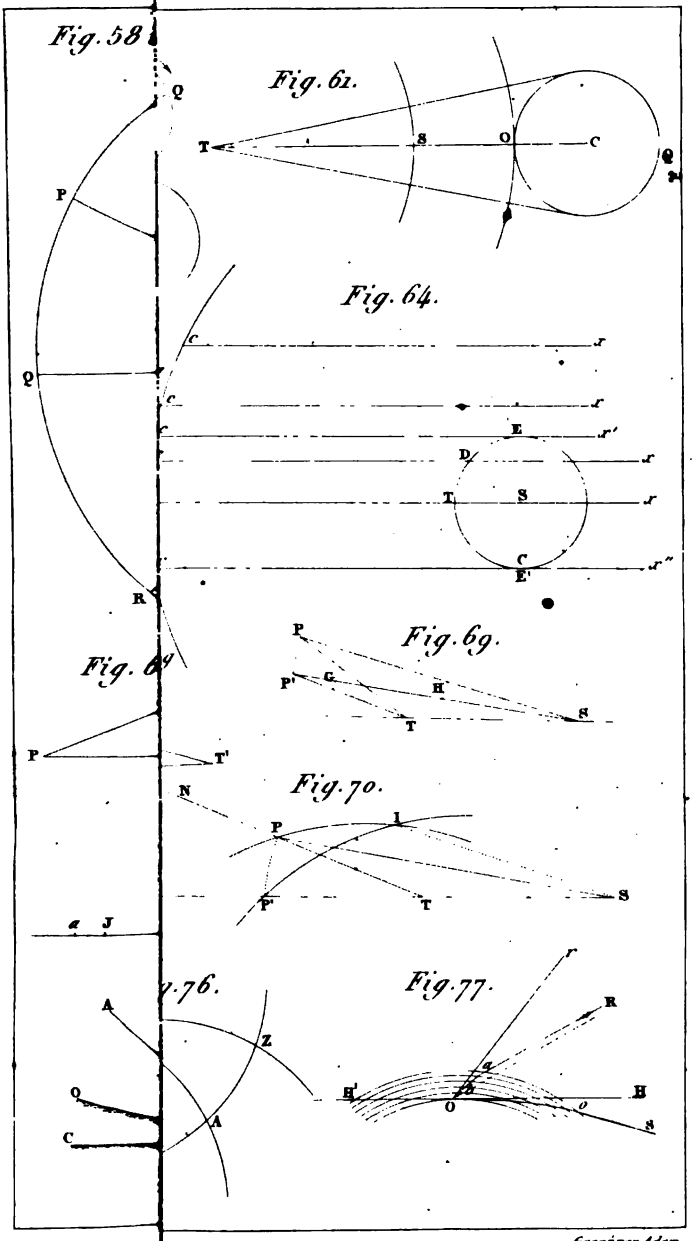
Fig. 36.



Gravé par Adam



Gravé par Adam.



Gravé par Adam

Fig. 80.

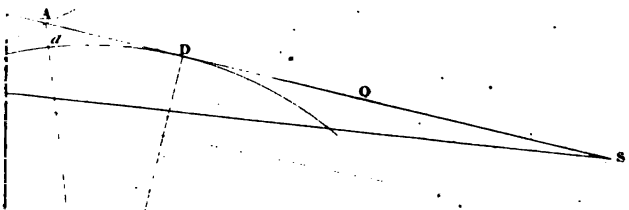


Fig. 85.

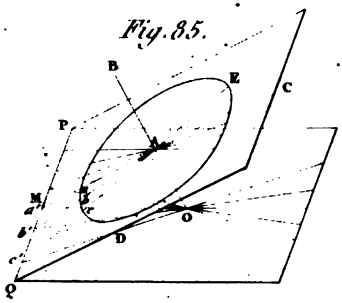


Fig. 84.

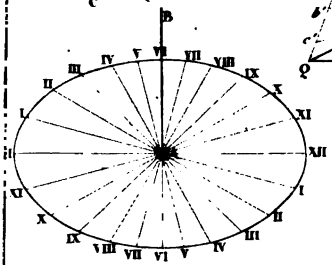


Fig. 93.

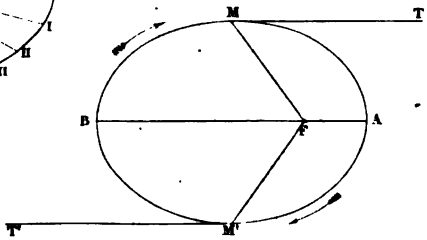


Fig. 92.

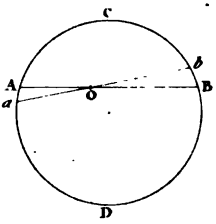
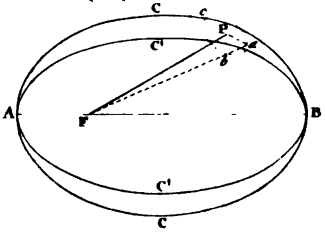
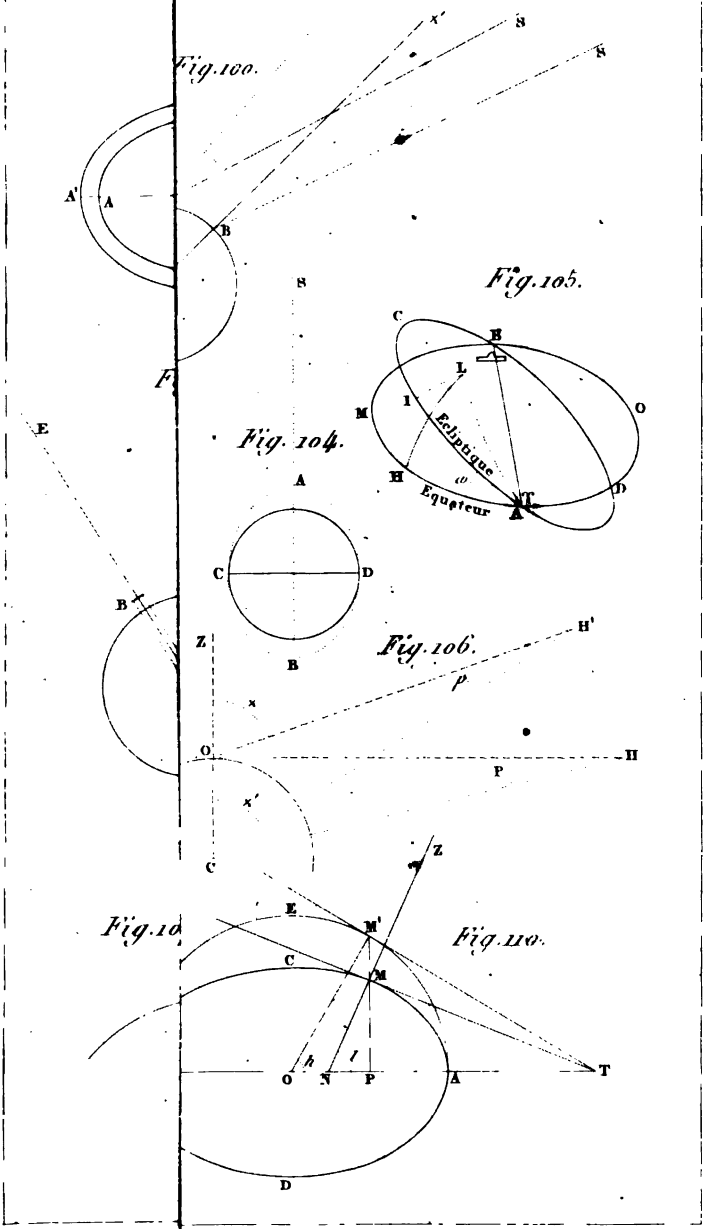


Fig. 94.



Gravé par Adam.



Gravé par Adam